Известия НАН Армении, Физика, т.37, №4, с.233-236 (2002)

УДК 621.315

К ПРОБЛЕМЕ НАРУШЕНИЯ ТЕОРЕМЫ КОНА В КВАНТОВЫХ ТОЧКАХ

А.А. САРКИСЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 15 декабря 2001 г.)

На основе анализа доказательства обобщенной теоремы Кона обсуждаются возможные причины ее нарушения. Приведены примеры конкретных систем, в которых имеет место это нарушение.

Теоретическое обобщение теоремы Кона на случай низкоразмерных систем позволило сформулировать ее следующим образом: резонансные частоты спектра магнитооптического поглощения квантовой ямы (КЯ) с параболическим ограничивающим потенциалом не зависят от электрон–электронного взаимодействия и определяются частотами одночастичных переходов [1].

В данной работе на основе анализа доказательства этой теоремы обсуждаются возможные причины ее нарушения.

Кратко остановимся на доказательстве теоремы Кона. Рассмотрим электронный газ в однородном магнитном поле. Будем предполагать, что взаимодействие электронов парное и имеет вид

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_N) = \sum_{i<j=1}^{N} U(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j). \tag{1}$$

В этом случае для гамильтониана системы можем записать

$$\hat{H} = \frac{1}{2m}\sum_{i=1}^{N}\left(\hat{\mathbf{p}}_i - \frac{e}{c}\mathbf{A}\right)^2 + V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_N), \tag{2}$$

где $\mathbf{A}$ – вектор-потенциал магнитного поля.

Доказательство теоремы Кона базируется на возможности точной диагонализации гамильтониана N невзаимодействующих электронов в магнитном поле [2], т.е. первого члена в (2). В этом случае возможно построение лестничных операторов, соединяющих друг с другом векторы состояний системы в гильбертовом пространстве. Если на рассматриваемую систему падает длинноволновое электромагнитное возмущение

$$\hat{H} = -e\sum_{i=1}^{N}\mathbf{r}_i e^{-i\omega t}\mathbf{E}_0(\cos\theta, \sin\theta), \tag{3}$$

то это возмущение можно выразить через линейную комбинацию вышеуказанных лестничных операторов [2]. При этом важным свойством этих операторов является их коммутируемость с оператором взаимодействия $V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_N)$, при условии, что оно описывается по закону (1), т.е. парное и зависит от взаимного расположения электронов.

Если теперь рассматриваемая система помещена в КЯ, то гамильтониан запишется как

$$\hat{H} = \frac{1}{2m}\sum_{i=1}^{N}\left(\hat{\mathbf{p}}_i - \frac{e}{c}\mathbf{A}\right)^2 + V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_N) + V_{conf}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_N), \tag{4}$$

где V_{conf} – член, описывающий взаимодействие электронов со стенками КЯ. В этом случае возникает необходимость точной диагонализации гамильтониана

$$\hat{H}_0 = \frac{1}{2m}\sum_{i=1}^{N}\left(\hat{\mathbf{p}}_i - \frac{e}{c}\mathbf{A}\right)^2 + V_{conf}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_N). \tag{5}$$

Как показано в работах [1,3,4], это возможно, если $V_{conf}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_N)$ в общем случае имеет вид

$$V_{conf}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_N) = \sum_{i=1}^{N}(\gamma_1 x_i^2 + \gamma_2 y_i^2 + \gamma_3 z_i^2), \tag{6}$$

где $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ – параметры, определяемые физическими свойствами и размерами КЯ.

Действительно, представив $V_{conf}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_N)$ в виде (6), мы придем к задаче Кона, где теперь уже вместо циклотронной частоты ω_c будет стоять некоторая приведенная частота Ω [1,3,4]. Таким образом, и в этом случае возможно построить лестничные операторы, соединяющие друг с другом векторы состояний системы в гильбертовом пространстве и обладающие всеми вышеперечисленными свойствами. Обсудим теперь некоторые причины нарушения этой теоремы.

1. Влияние границы перехода полупроводник–диэлектрик

Ясно, что аппроксимация ограничивающего потенциала КЯ параболической функцией верна для нижних уровней системы. Поэтому естественно предполагать, что для верхних энергетических уровней ход ограничивающего потенциала будет отличным от параболического. Следовательно, возникает необходимость такой модернизации ограничивающего потенциала, которая соответствовала бы более реальной картине перехода полупроводник–диэлектрик. В ряде работ были рассмотрены различные модификации параболического потенциала. В частности, в

[5] были рассмотрены электронные состояния в КЯ, ограничивающий потенциал которой имеет вид:

$$V_{conf}(r)=\begin{cases}\alpha r^2, & r<r_0\\ V_0=\alpha r_0^2, & r\geq r_0,\end{cases} \tag{7}$$

где r_0 – радиус КЯ.

Оператор Гамильтона для электронного газа в такой яме под действием внешнего магнитного поля запишется как

$$\hat{H}=\frac{1}{2m}\sum_{i=1}^{N}\left(\hat{\mathbf{p}}_i-\frac{e}{c}\mathbf{A}\right)^2+V_{conf}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2,\ldots,\mathbf{r}_N)+\sum_{i<j=1}^{N}U(\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j). \tag{8}$$

Очевидно, что теперь уже невозможно точно диагонализировать часть гамильтониана, не содержащую электрон–электронного взаимодействия, т.е. не будет иметь место основополагающее коммутационное соотношение между лестничными операторами и оператором электрон-электронного взаимодействия из-за элементарной невозможности построения таких операторов. Последнее обусловлено неполиномиальным характером решения одночастичного уравнения Шредингера для электронов в КЯ с ограничивающим потенциалом (7).

2. Учет непараболичности закона дисперсии электронов

В работе [6] отмечалось, что с ростом магнитного поля возникает нарушение обобщенной теоремы Кона. Объяснялось это тем фактом, что с ростом $\mathbf{H}$ энергетические уровни системы поднимались и поэтому существенную роль начинали играть ангармонические члены ограничивающего потенциала ямы. Однако, надо отметить, что к ангармонизму в уравнении Шредингера можно придти и в рамках параболического приближения ограничивающего потенциала, но теперь уже учитывая непараболичность закона дисперсии электронов. Простейшие случаи одночастичных состояний в таких КЯ, как при наличии $\mathbf{H}$, так и при его отсутствии, обсуждались в [7,8]. В этих работах закон дисперсии электронов рассматривался в рамках двухзонной модели Кейна и имел вид

$$E=\sqrt{p^2s^2+m^2s^4}, \tag{9}$$

где s – параметр непараболичности, описывающий взаимодействие зон. Следовательно, уравнение Шредингера для электронного газа в данном случае запишется как

$$\sum_{i=1}^{N}\left(\left(\hat{\mathbf{p}}_i-\frac{e}{c}\mathbf{A}\right)^2 s^2+m^2s^4\right)\Psi=\left(E-\sum_{i<j=1}^{N}U(\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j)+\sum_{i=1}^{N}(\gamma_1x_i^2+\gamma_2y_i^2+\gamma_3z_i^2)\right)^2\Psi. \tag{10}$$

Ясно, что и в этом случае, несмотря на параболичность вида ограничивающего потенциала, одночастичная часть гамильтониана не будет точно диагонализируемой и поэтому возникнет нарушение теоремы Кона. Таким образом, возможна ситуация, когда под действием магнитного поля состояния в яме не поднимаются настолько высоко, чтобы проявлялась непараболичность ограничивающего потенциала, однако в то же время из-за того же влияния существенную роль начинает играть непараболичность закона дисперсии электронов.

Данная работа выполнена в рамках международной программы INTAS 99-00928 и гранта ANSEF (Armenian National Science and Education Fund) PS24-01.

ЛИТЕРАТУРА

1. **F.M.Peeters.** Phys. Rev. B, **42**, 1486 (1990).
2. **W.Kohn.** Phys. Rev., **123**, 1242 (1960).
3. **P.Maksym, T.Chakraborty.** Phys. Rev. Lett., **65**, 108 (1990).
4. **Q.Li** et al. Phys. Rev. B, **43**, 5151 (1991).
5. **E.M.Ghazaryan, L.S.Petrosyan,** and **H.A.Sarkisyan** Proc. of 23-th International Colloquium on Group Theoretical Methods in Physics. Eds. A.N.Sissakian, G.S.Pogosyan, L.G.Mardoyan, Dubna, **2**, 502, 2002.
6. **D.Pfannkuche** and **R.Gerhards.** Phys. Rev. B, **44**, 13132 (1991).
7. **E.M.Ghazaryan, L.S.Petrosyan,** and **H.A.Sarkisyan.** Physica E, **8**, 19 (2000).
8. **E.M.Ghazaryan, L.S.Petrosyan,** and **H.A.Sarkisyan.** Physica E, **11**, 362 (2001).

ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ԿԵՏԵՐՈՒՄ ԿՈՆԻ ԹԵՈՐԵՄԻ ԽԱԽՏՄԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Հ.Ա. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

Կոնի ընդհանրացված թեորեմի ապացույցի վերլուծության հիման վրա քննարկվում են դրա խախտման հնարավոր պատճառները: Բերված են որոշակի համակարգերի օրինակներ, որոնցում իրականանում են այդ խախտումները:

ON THE PROBLEM OF VIOLATION OF KOHN'S THEOREM IN QUANTUM DOTS

H.A. SARKISYAN

On the basis of consideration of generalized Kohn's theorem prove the possible causes of its violation are discussed. Specific systems, in which this violation takes place, are considered.