

УДК 535

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ВОЛНОВОДЕ, ЗАПОЛНЕННОМ ОДНОПРЕЛОМЛЯЮЩЕЙ СРЕДОЙ

О.С. ЕРИЦЯН, Ж.Б. ХАЧАТРЯН, О.М. АРАКЕЛЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 18 ноября 2001 г.)

Рассмотрено распространение электромагнитной волны в прямоугольном волноводе, заполненном средой, обладающей диэлектрической и магнитной анизотропией одновременно. Проанализирован случай однопреломления и показано, что в волноводе, заполненном такой средой, критическая частота не зависит от типа волны.

1. Введение

В работах Ф.И.Федорова рассмотрены среды, названные им однопреломляющими [1,2], в которых фазовая скорость волны зависит от направления распространения, как в обычных кристаллах, но, в отличие от последних, не зависит от поляризации. Однопреломление в присутствии магнитооптической активности рассмотрено в [3] в однородных средах и в [4] в средах со спиральной структурой. Безотносительно к тому, существуют ли такие среды в природе, они обладают особенностями, представляющими принципиальный интерес. Так, уже само явление однопреломления уточняет представления о двойном лучепреломлении, показывая, что последнее обусловлено не анизотропией диэлектрической или магнитной проницаемостей ϵ_{ij} и μ_{ij} , а разной анизотропией ϵ_{ij} и μ_{ij} [2]. Отметим также, что однопреломляющие среды могут быть созданы искусственно [5]. В настоящей работе мы рассмотрим распространение электромагнитной волны в прямоугольном волноводе и проанализируем ситуацию однопреломления.

2. Материальные уравнения и решения дисперсионного уравнения

Материальные уравнения для однопреломляющей среды имеют обычный вид и учитывают как диэлектрические, так и магнитные свойства:

$$D_i = \epsilon_{ij} E_j, \quad B_i = \mu_{ij} H_j. \quad (1)$$

Особенность таких сред обусловлена связью между тензорами диэлектрической и магнитной проницаемостей, имеющей вид [1,2]

$$\tilde{\mu}^{-1} = p \cdot \hat{\varepsilon}^{-1}, \quad (2)$$

где тильдой обозначено транспонирование, p – скаляр. Для среды, у которой ε_{ij} и μ_{ij} диагональны (и при этом в одной и той же системе осей), соотношение (2) превращается в пропорциональность между одноименными компонентами ε_{ij} и μ_{ij} :

$$\varepsilon_{ij} = p \mu_{ij}, \quad (3)$$

т. е.

$$\varepsilon_{xx} = p \mu_{xx}, \quad \varepsilon_{yy} = p \mu_{yy}, \quad \varepsilon_{zz} = p \mu_{zz}, \quad \varepsilon_{ij} = 0, \quad i \neq j. \quad (4)$$

Условие (2) может осуществляться, например, в бигиротропной среде [3]. Оно может обеспечиваться также в искусственных негиротропных средах [5].

Рассматривая распространение волны

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E} \exp i(\mathbf{kr} - \omega t) \quad (5)$$

в среде с параметрами (1), получаем следующие решения дисперсионного уравнения:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} (A \pm \sqrt{B}), \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} A = & \frac{1}{2a} [\varepsilon_{zz} \mu_{zz} (\varepsilon_{xx} \mu_{yy} + \varepsilon_{yy} \mu_{xx}) \gamma_3^2 + \varepsilon_{yy} \mu_{yy} (\varepsilon_{xx} \mu_{zz} + \varepsilon_{zz} \mu_{xx}) \gamma_2^2 + \\ & + \varepsilon_{xx} \mu_{xx} (\varepsilon_{yy} \mu_{zz} + \varepsilon_{zz} \mu_{yy}) \gamma_1^2], \\ B = & \frac{1}{2a} \{ [\varepsilon_{zz} \mu_{zz} (\varepsilon_{xx} \mu_{yy} + \varepsilon_{yy} \mu_{xx}) \gamma_3^2 + \varepsilon_{yy} \mu_{yy} (\varepsilon_{xx} \mu_{zz} + \varepsilon_{zz} \mu_{xx}) \gamma_2^2 + \\ & + \varepsilon_{xx} \mu_{xx} (\varepsilon_{yy} \mu_{zz} + \varepsilon_{zz} \mu_{yy}) \gamma_1^2]^2 - 4 [\varepsilon_{zz} \mu_{zz} \gamma_3^4 + \varepsilon_{yy} \mu_{yy} \gamma_2^4 + \varepsilon_{xx} \mu_{xx} \gamma_1^4 + \\ & + (\varepsilon_{xx} \mu_{zz} + \varepsilon_{zz} \mu_{xx}) \gamma_1^2 \gamma_3^2 + (\varepsilon_{zz} \mu_{yy} + \varepsilon_{yy} \mu_{zz}) \gamma_2^2 \gamma_3^2 + \\ & + (\varepsilon_{xx} \mu_{yy} + \varepsilon_{yy} \mu_{xx}) \gamma_1^2 \gamma_2^2] \cdot \varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} \varepsilon_{zz} \mu_{xx} \mu_{yy} \mu_{zz} \}, \\ a = & \varepsilon_{zz} \mu_{zz} \gamma_3^4 + \varepsilon_{yy} \mu_{yy} \gamma_2^4 + \varepsilon_{xx} \mu_{xx} \gamma_1^4 + (\varepsilon_{xx} \mu_{zz} + \varepsilon_{zz} \mu_{xx}) \gamma_1^2 \gamma_3^2 + \\ & + (\varepsilon_{zz} \mu_{yy} + \varepsilon_{yy} \mu_{zz}) \gamma_2^2 \gamma_3^2 + (\varepsilon_{xx} \mu_{yy} + \varepsilon_{yy} \mu_{xx}) \gamma_1^2 \gamma_2^2, \end{aligned} \quad (7)$$

$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ – направляющие косинусы волнового вектора.

При выполнении условий (4) выражение в фигурных скобках в (7) обращается в нуль. При положительных $\varepsilon_{ij}, \mu_{ij}$ величина a отлична от

нуля. Поэтому величина B при выполнении (4) равна нулю. Следовательно, из (6) для k^2 получаем не два значения, а одно.

Таким образом, фазовая скорость остается зависящей от направления распространения, но в одном направлении, определяемом величинами $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$, распространяется одна волна, а не две волны.

Случай $a=0$ соответствует ситуации, когда, безотносительно к выполнению условий (4), дисперсионное уравнение, которое является биквадратным при $a \neq 0$, превращается в квадратное. Это опять означает, что в направлении, для которого выполняется условие $a=0$, распространяется одна волна, а не две. Эта ситуация, не связанная с однопреломлением, имеет место для изолированных направлений распространения и известна из оптики обычных кристаллов. Ниже рассмотрен только случай однопреломления, имеющий место для любых направлений распространения.

3. Распространение в прямоугольном волноводе

Рассмотрим распространение монохроматической волны в прямоугольном волноводе с идеально отражающими стенками и с размерами поперечного сечения a, b . Как обычно, будем искать поля в виде

$$E_j(x, y, z, t) = X_j(x)Y_j(y)\exp(ik_z z)\exp(-i\omega t).$$

Из уравнений поля в простом случае $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} \neq \varepsilon_{zz}$, $\mu_{xx} = \mu_{yy} \neq \mu_{zz}$ получаем:

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} - \left(k_z^2 \frac{\mu_{zz}}{\mu_{xx}} - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{xx} \mu_{zz} \right) H_z = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} - \left(k_z^2 \frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}} - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{zz} \mu_{xx} \right) E_z = 0. \quad (9)$$

Зависимость H_z и E_z от координат и времени, как обычно, представится в виде

$$H_z(x, y, z, t) = H_z \cdot \left(\cos \frac{m\pi}{a} x \right) \left(\cos \frac{n\pi}{b} y \right) \exp i(k_z z - \omega t), \quad (10)$$

$$E_z(x, y, z, t) = E_z \cdot \left(\sin \frac{m\pi}{a} x \right) \left(\sin \frac{n\pi}{b} y \right) \exp i(k_z z - \omega t), \quad (11)$$

где

$$k_z^2 = k_H^2 = \frac{\mu_{xx}}{\mu_{zz}} \left[- \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{xx} \mu_{zz} \right] \quad (12)$$

для волны (10) и

$$k_z^2 = k_E^2 = \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{zz}} \left[- \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{zz} \mu_{xx} \right] \quad (13)$$

для волны (11).

Как следует из (8)-(13), для E - и H -волн имеем разные уравнения и разные k_z , если компоненты тензоров ε_{ij} и μ_{ij} независимы. Если же среда однопреломляющая, т.е. оставаясь анизотропной, удовлетворяет своими параметрами соотношению (2), то подставив для рассматриваемого здесь случая соотношения (4) в (8), (9), получаем одинаковые для H_z и E_z уравнения:

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} - \left(k_z^2 \frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}} - \frac{\omega^2}{c^2} \cdot \frac{1}{p} \varepsilon_{xx} \varepsilon_{zz} \right) H_z = 0, \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} - \left(k_z^2 \frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}} - \frac{\omega^2}{c^2} \cdot \frac{1}{p} \varepsilon_{xx} \varepsilon_{zz} \right) E_z = 0, \quad (15)$$

где, согласно (12), (13), совпадают также значения k_H и k_E , т.е. значения k_z , определяемые, соответственно, из (14), (15):

$$k_H^2 = k_E^2 = \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{zz}} \left(\frac{\omega^2}{c^2} \cdot \frac{1}{p} \varepsilon_{xx} \varepsilon_{zz} - \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right). \quad (16)$$

Критическая длина волны (в вакууме) λ_{cr} для обеих волн равна

$$\lambda_{cr} = 2\pi \sqrt{\frac{\varepsilon_{xx} \varepsilon_{zz}}{p \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right]}}. \quad (17)$$

Таким образом, в прямоугольном волноводе, заполненном однопреломляющей средой, критическая длина волны и, соответственно, критическая частота одинаковы для E - и H -волн.

Распространение в круглом волноводе может быть рассмотрено, следуя работе [6], в которой ε_{ij} и μ_{ij} являются гиротропными тензорами, одноосными в отсутствие гиротропии, причем ось z этих тензоров направлена вдоль волновода. На этом случае мы не останавливаемся, так как соотношения, описывающие случай однопреломляющей среды, могут быть получены из соответствующих соотношений работы [6], хотя в последней нет речи об однопреломлении. Для этого следует наложить на ε_{ij} и μ_{ij} условия (4).

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф.И.Федоров. Оптика и спектр., 2, 514 (1957).
2. Ф.И.Федоров. Оптика анизотропных сред. Минск, Изд АН БССР, 1958.
3. Л.М.Барковский. Оптика и спектр., 38, 114 (1975).
4. О.С.Ерицян. Оптика гиротропных сред и холестерических жидких кристаллов. Ереван, "Айастан", 1988.
5. О.С.Ерицян. Изв. НАН Армении, Физика, 33, 115 (1998).
6. М.А.Гинзбург. ДАН СССР, 95, 489 (1954).

ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԱԼԻՔԻ ՏԱՐԱԾՈՒՄԸ
ՄԻԱՔԵԿՈՂ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՎ ԼՑՎԱԾ ԱԼԻՔԱՏԱՐՈՒՄ

Հ.Ս. ԵՐԻՑՅԱՆ, Ժ.Բ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ, Հ.Մ. ԱՌԱՔԵԼՅԱՆ

Քննարկված է էլեկտրամագնիսական ալիքի տարածումը միաժամանակ դիէլեկտրական և մագնիսական անիզոտրոպիաներով օժտված ալիքատարում: Ցույց է տրված, որ միաբեկման պայմանի բավարարման դեպքում կրիտիկական հաճախությունը ալիքի տիպից կախված չէ:

PROPAGATION OF THE ELECTROMAGNETIC WAVE IN A WAVEGUIDE FILLED WITH A MONOREFRACTING MEDIUM

H.S. ERITSYAN, J.B. KHACHATRIAN, H.M. ARAKELIAN

The propagation of the electromagnetic wave in a rectangular waveguide filled with a monorefracting medium is considered. It is shown that in this case the critical frequency is independent from the polarization of the wave.