Известия НАН Армении, Физика, т.37, №2, с.86-90 (2002)

УДК 533.922

КИЛЬВАТЕРНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ

Э.А. АКОПЯН, Г.Г. МАТЕВОСЯН, Р.А. ГЕВОРКЯН, А.В. ОГАНЕСЯН

Институт радиофизики и электроники НАН Армении

(Поступила в редакцию 17 августа 2001 г.)

Рассмотрена задача о потенциале быстрой заряженной частицы, движущейся в неизотермической максвелловской плазме. С использованием модельной диэлектрической проницаемости найдено аналитическое выражение для кильватерного потенциала. Показано, что даже в случае, когда энергия частицы недостаточна для возбуждения плазменных волн, потенциал позади частицы содержит дальнодействующую осциллирующую компоненту, обусловленную возбуждением в плазме ионного звука.

В связи с проблемами конструирования ускорителей заряженных частиц нового типа, обладающих чрезвычайно высоким, по сравнению с традиционными, темпом ускорения, и осуществлением ионного термоядерного синтеза, за последние десятилетия резко возрос интерес к изучению кильватерных полей и связанных с ними потерь энергии пучками и кластерами заряженных частиц (см., например, [1,2]).

В настоящей работе проведен расчет кильватерного потенциала равномерно прямолинейно движущейся со скоростью $\mathbf{u}$ заряженной частицы в случае, когда выполняется условие $v_{Ti} << u << v_{Te}$ (где v_{Ti}, v_{Te} – тепловые скорости ионов и электронов плазмы, соответственно).

Известно (см., например, [3]), что потенциал $\varphi(\mathbf{r},t)$ такой частицы описывается следующим выражением:

$$\varphi(\mathbf{r},t)=\frac{4\pi q}{(2\pi)^3}\int d\mathbf{k}\,\frac{\exp[i\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{u}t)]}{k^2\varepsilon(k,\mathbf{ku})}, \tag{1}$$

где $\mathbf{r}$ – радиус-вектор точки наблюдения, q – заряд пробной частицы, $\varepsilon(k,\omega)$ – продольная диэлектрическая проницаемость плазмы.

Запишем выражение (1) в сферической системе координат с осью z, направленной вдоль вектора $\mathbf{u}$. В случае плазмы с максвелловским распределением выражение (1) принимает следующий вид:

$$\varphi(\mathbf{R}) = \frac{q}{R} - \frac{4\pi q}{(2\pi)^3 \lambda_{\mathrm{De}}} \int_0^\infty dk \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \exp\left[i \frac{k}{\lambda_{\mathrm{De}}} \left(z\cos\theta + \rho \sin\theta \cos\varphi \right) \right] \times$$
$$\times \frac{1 - J_+(\lambda_e \cos\theta) + \left(\lambda_{\mathrm{De}}^2 / \lambda_{\mathrm{Di}}^2\right)\left[1 - J_+(\lambda_i \cos\theta)\right]}{k^2 + 1 - J_+(\lambda_e \cos\theta) + \left(\lambda_{\mathrm{De}}^2 / \lambda_{\mathrm{Di}}^2\right)\left[1 - J_+(\lambda_i \cos\theta)\right]}, \tag{2}$$

где λ_{Di} и λ_{De} – дебаевские радиусы ионов и электронов плазмы, $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{u}t$, $\lambda_e = u/\mathrm{v}_{\mathrm{Te}}$, $\lambda_i = u/\mathrm{v}_{\mathrm{Ti}}$, z и ρ – проекции вектора $\mathbf{R}$ на направление $\mathbf{u}$ и перпендикулярную ему плоскость соответственно, $J_+(x)$ – дисперсионная функция плазмы:

$$J_+(\xi) = \xi\, \mathrm{e}^{-\xi^2/2} \int_0^\xi dt\, \mathrm{e}^{t^2/2} - i\sqrt{\frac{\pi}{2}} \xi\, \mathrm{e}^{-\xi^2/2}. \tag{3}$$

Хорошо известно, что основной вклад в потери энергии частицей, а, следовательно, и в величину потенциала, создаваемого ею в плазме, обусловлен волнами, для которых плазма прозрачна. Как показывают численные расчеты, мнимая часть функции $J_+(x)$ становится по модулю достаточно малой (меньше 0.016) уже при значениях аргумента $x \ge 3.3$. При тех же значениях аргумента действительная ее часть с достаточно хорошей точностью (относительная погрешность приближения меньше 4%) описывается ее асимптотическим выражением $\mathrm{Re}[J_+(x)] = 1 + 1/x^2$. С учетом последнего и условия $\mathrm{v}_{\mathrm{Ti}} << u << \mathrm{v}_{\mathrm{Te}}$ запишем выражение (2) в следующем виде:

$$\varphi(\mathbf{R}) = \frac{q}{R} - \frac{4\pi q}{(2\pi)^3 \lambda_{\mathrm{De}}} \int_0^\infty dk \int_\Delta^1 dx \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1 - \left(\lambda_{\mathrm{De}}^2 / \lambda_{\mathrm{Di}}^2\right)(\lambda_i x)^{-2}}{k^2 + 1 - \left(\lambda_{\mathrm{De}}^2 / \lambda_{\mathrm{Di}}^2\right)(\lambda_i x)^{-2}} \times$$
$$\times \left\{ \cos\left[\frac{k}{\lambda_{\mathrm{De}}} \left(zx + \rho\sqrt{1 - x^2} \cos\varphi \right) \right] + \cos\left[\frac{k}{\lambda_{\mathrm{De}}} \left(zx - \rho\sqrt{1 - x^2} \cos\varphi \right) \right] \right\} +$$
$$+ \frac{4\pi^2 q}{(2\pi)^3 \lambda_{\mathrm{De}}} \int_0^\infty k^2 dk \int_\Delta^1 dx \int_0^{2\pi} d\varphi\, \delta\left(k^2 + 1 - \frac{\lambda_{\mathrm{De}}^2}{\lambda_{\mathrm{Di}}^2} \frac{1}{\lambda_i^2 x^2} \right) \times \tag{4}$$
$$\times \left\{ \sin\left[\frac{k}{\lambda_{\mathrm{De}}} \left(zx + \rho\sqrt{1 - x^2} \cos\varphi \right) \right] + \sin\left[\frac{k}{\lambda_{\mathrm{De}}} \left(zx - \rho\sqrt{1 - x^2} \cos\varphi \right) \right] \right\},$$

где $\Delta = 3.3/\lambda < 1$.

После интегрирования по k выражение (4) принимает следующий вид:

$$\varphi(\mathbf{R}) = \frac{q}{R} - \frac{2\pi^2 q}{(2\pi)^3 \lambda_{\mathrm{De}}} \int_\Delta^1 \phi(x) dx \int_0^{2\pi} d\varphi \times$$

$$\times\left\{\sin\left[\frac{\phi(x)}{\lambda_{\mathrm{De}}}\left(\,|z|\,x+\rho\sqrt{1-x^2}\,\cos\varphi\right)\right]+\sin\left[\frac{\phi(x)}{\lambda_{\mathrm{De}}}\left(\,|z|\,x-\rho\sqrt{1-x^2}\,\cos\varphi\right)\right]\right\}+$$

$$+\frac{2\pi^2 q}{(2\pi)^3\lambda_{\mathrm{De}}}\int_{\Delta}^{1}\phi(x)dx\int_{0}^{2\pi}d\varphi\,\times \tag{5}$$

$$\times\left\{\sin\left[\frac{\phi(x)}{\lambda_{\mathrm{De}}}\left(zx+\rho\sqrt{1-x^2}\,\cos\varphi\right)\right]+\sin\left[\frac{\phi(x)}{\lambda_{\mathrm{De}}}\left(zx-\rho\sqrt{1-x^2}\,\cos\varphi\right)\right]\right\},$$

где

$$\phi(x)=\sqrt{\frac{\lambda_{\mathrm{De}}^2}{\lambda_{\mathrm{Di}}^2}\frac{1}{\lambda_i^2 x^2}-1}\,. \tag{6}$$

Выражение (5) упрощается, если радиус-вектор точки наблюдения составляет малые углы (порядка $\Delta=3.3/\lambda$) с вектором скорости частицы. В этом случае выражение (5) принимает следующий вид:

$$\varphi(\mathbf{R})=\frac{q}{R}+\frac{2q}{\lambda_{\mathrm{De}}}\theta(-z)\int_{\Delta}^{1}\sqrt{\frac{a^2}{x^2}-1}\,\sin\left(\frac{z}{\lambda_{\mathrm{De}}}\sqrt{a^2-x^2}\right)\mathrm{J}_0\left(\frac{\rho}{\lambda_{\mathrm{De}}}\frac{\sqrt{(a^2-x^2)(1-x^2)}}{x}\right)dx\,, \tag{7}$$

где $a=\lambda_{\mathrm{De}}/\lambda_i\lambda_{\mathrm{Di}}$, J_0 – функция Бесселя нулевого порядка, θ – функция Хевисайда. В частности, потенциал на траектории частицы ($\rho=0$) определяется выражением

$$\varphi(\mathbf{R})=\frac{q}{|z|}+\frac{2q}{\lambda_{\mathrm{De}}}\theta(-z)\int_{\Delta}^{1}\sqrt{\frac{a^2}{x^2}-1}\,\sin\left(\frac{z}{\lambda_{\mathrm{De}}}\sqrt{a^2-x^2}\right)dx\,, \tag{8}$$

которое после замены переменной интегрирования $\sqrt{a^2-x^2}=s$ позволяет выразить величину $\varphi(\mathbf{R})$ через элементарные и хорошо изученные специальные функции – интегральные синус и косинус. Соответствующие выражения не приводятся вследствие их громоздкости.

Отметим также, что выражения (5)-(8) легко вычислить численными методами.

На рис.1 и 2 приведена зависимость осциллирующей компоненты безразмерного потенциала $\Phi=(q/\lambda_{\mathrm{De}})^{-1}\varphi$ от безразмерного расстояния z/λ_{De} при $\lambda_i=10$, $a=1$ (рис.1) и $a=10$ (рис.2). Как следует из выражения (8) и видно на рисунках, функция Φ позади частицы имеет сложный осциллирующий характер, причем длина волны и «декремент» уменьшаются с ростом параметра a.

Таким образом, «медленная» частица в неизотермической плазме создает дальнодействующий осциллирующий потенциал, причиной которого является возбуждение в последней ионного звука.

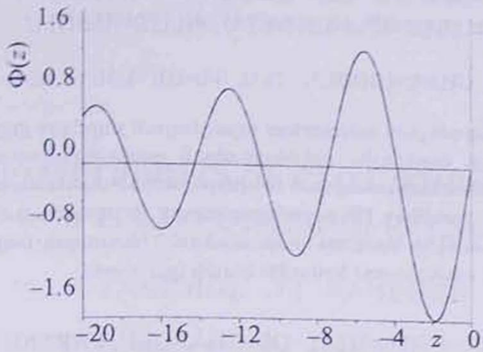

Рис.1. Зависимость безразмерного потенциала $\Phi(z)=(q/\lambda_{\mathrm{De}})^{-1}\varphi(z)$ заряженной частицы ($\lambda_i=10$) от z/λ_{De} при $a=1$.

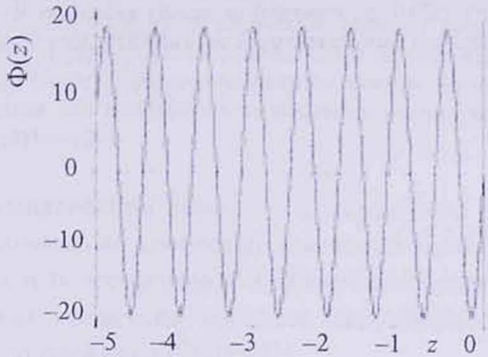

Рис.2. Зависимость безразмерного потенциала $\Phi(z)$ заряженной частицы ($\lambda_i=10$) от z/λ_{De} при $a=10$.

Полученные результаты могут быть использованы при исследовании вопросов, связанных со структурой ионно-звуковой волны, особенностями прохождения через плазму пучков и сгустков некоррелированных заряженных частиц, диагностикой плазмы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Th.Peter**. J. Plasma Phys., **44**, 269 (1990).
2. **P.M.Echenique, F.Flores**, and **R.H.Ritchie**. Solid State Phys., **43**, 229 (1990).
3. **В.П.Силин, А.А.Рухадзе**. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. М., Атомиздат, 1961.

ԼԻՑՔԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿԻ ՀԵՏՔԱՅԻՆ ԴԱՇՏԸ ԱՆԻԶՈԹԵՐՄ ՊԼԱԶՄԱՅՈՒՄ

Է.Ա. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Հ.Հ. ՄԱԹԵՎՈՍՅԱՆ, Ռ.Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Ա.Վ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

Դիտարկված է Մաքսվելյան անիզոթերմ պլազմայում շարժվող լիցքավորված մասնիկի պոտենցիալը: Պլազմայի մոդելային դիէլեկտրական թափանցելիության օգտագործմամբ հետքային պոտենցիալի համար ստացված են վերլուծական արտահայտություններ: Ցույց է տրված, որ անգամ երբ մասնիկի էներգիան բավարար չէ պլազմային ալիքների գրգռման համար, պոտենցիալը մասնիկի հետքում պարունակում է հեռազդող, օսցիլացվող բաղադրիչ, որը պայմանավորված է պլազմայում իոնային ձայնի գրգռմամբ:

WAKE POTENTIAL OF CHARGED PARTICLE MOVING IN A NONISOTHERM PLASMA

E.A. HAKOBYAN, H.H. MATEVOSYAN, R.A. GEVORKYAN, A.V. HOVHANNISYAN

The potential of charged particle moving in a Maxwellian nonisotherm plasma is considered. The analytic expression for the wake potential is derived, using a model expression for the dielectric function. It is shown that the potential in the wake region involves the long-range oscillating component caused by excitation of the ion-sound wave in the plasma even if the charged particle energy is not sufficient for plasma waves excitation.