

УДК 533.922

КИЛЬВАТЕРНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ БЫСТРОЙ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В ПЛАЗМЕ

Э.А. АКОПЯН, Г.Г. МАТЕВОСЯН, Р.А. ГЕВОРКЯН, А.В. ОГАНЕСЯН

Институт радиофизики и электроники НАН Армении

(Поступила в редакцию 24 мая 2001 г.)

Рассмотрена задача о потенциале быстрой заряженной частицы, движущейся в максвелловской плазме. С использованием модельной функции диэлектрической проницаемости максвелловской плазмы найдены аналитические выражения для потенциала в произвольной точке наблюдения. Проведены оценки, показывающие корректность принятого приближения.

В последние десятилетия резко возрос интерес к изучению кильватерных полей и связанных с ними потерь энергии электронными пучками и кластерами тяжелых нерелятивистских заряженных частиц при прохождении их через вещество. Об этом свидетельствует большое количество экспериментальных и теоретических работ, посвященных изучению вышеуказанных явлений (см., например, обзоры [1,2]). Связано это, в первую очередь, с применением результатов этих исследований в таких важных и актуальных проблемах, как осуществление ионного термоядерного синтеза и конструирование принципиально новых ускорителей заряженных частиц, обладающих чрезвычайно высоким темпом ускорения.

В настоящей работе проведен расчет кильватерного потенциала равномерно прямолинейно движущейся в плазме быстрой ($u > v$, u – абсолютная величина скорости частицы, v – тепловая скорость электронов плазмы) нерелятивистской заряженной частицы.

Известно (см., например, [3]), что потенциал электрического поля $\varphi(\mathbf{r}, t)$ такой частицы описывается следующим выражением:

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \frac{4\pi q}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{k} \frac{\exp[i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{u}t)]}{k^2 \varepsilon(k, \mathbf{k}\mathbf{u})}, \quad (1)$$

где $\mathbf{r}$ – радиус-вектор точки наблюдения, q , $\mathbf{u}$ – заряд и скорость пробной частицы, $\varepsilon(k, \omega)$ – продольная диэлектрическая проницаемость плазмы.

В дальнейшем мы будем считать положительно заряженные ионы

плазмы неподвижным нейтрализующим фоном, так что под $\varepsilon(k, \omega)$ будем понимать электронную диэлектрическую проницаемость.

В случае плазмы с максвелловским распределением функция $\varepsilon(k, \omega)$ имеет следующий вид [3]:

$$\varepsilon(k, \omega) = 1 + \frac{1}{k^2 \lambda_D^2} \left[1 - J_+ \left(\frac{\omega}{kv} \right) \right] \equiv 1 + \frac{1}{k^2 \lambda_D^2} [A(\xi) + iB(\xi)], \quad (2)$$

$$A(\xi) = 1 - \operatorname{Re}[J_+(\xi)] = 1 - \xi e^{-\xi^2/2} \int_0^\xi dt e^{t^2/2}, \quad B(\xi) = -\operatorname{Im}[J_+(\xi)] = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \xi e^{-\xi^2/2},$$

где $\xi = \omega / kv$, λ_D — дебаевский радиус.

Хорошо известно, что основной вклад в потерях энергии частицей, а следовательно, и в потенциал, создаваемый ею в плазме, обусловлен волнами, для которых плазма прозрачна. Как показывают численные расчеты (см. рис.1), функция $B(\xi)$ становится достаточно малой ($B(\xi) < 0.016$) уже при значениях аргумента $\xi \geq 3.3$. При этих же значениях аргумента функция $A(\xi)$ с достаточно хорошей точностью (относительная погрешность приближения меньше 4%) описывается ее асимптотическим выражением $A(\xi) \approx -1/\xi^2$ (пунктирная линия на рис.1).

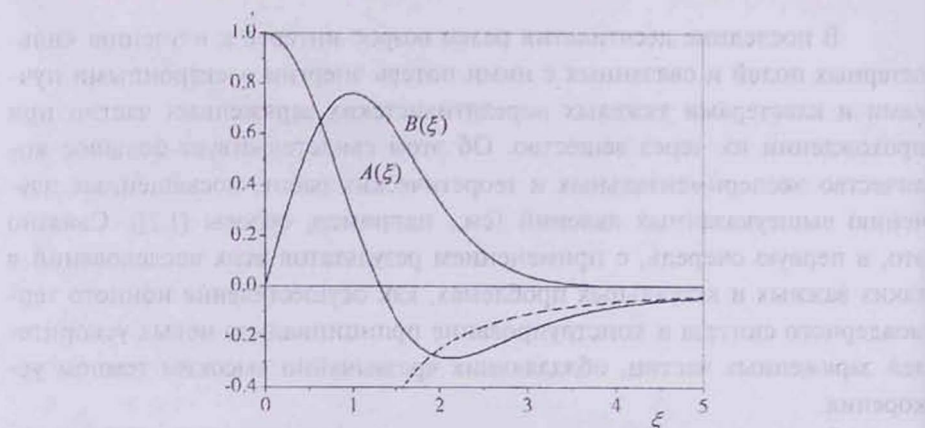


Рис.1. Дисперсионные функции плазмы $A(\xi)$ и $B(\xi)$ (формулы (2)). Пунктирная линия — асимптотическое значение $A(\xi) \approx -1/\xi^2$.

С учетом указанного запишем выражение (1) в следующем виде:

$$\varphi(\mathbf{R}) = \frac{q}{R} + \frac{2q}{\pi \lambda_D^2} \int_0^\infty dk \int_{-\Delta}^{\Delta} dx J_0 \left(\frac{k}{\lambda_D} \rho \sqrt{1-x^2} \right) \times$$

$$\times \left\{ \frac{1}{x^2 k^2 - \frac{1}{\lambda_D^2}} \cos \left(\frac{k}{\lambda_D} z x \right) + \frac{\pi}{x^2} \delta \left(k^2 - \frac{1}{\lambda_D^2 x^2} \right) \sin \left(\frac{k}{\lambda_D} z x \right) \right\}, \quad (3)$$

где $J_0(x)$ – функция Бесселя нулевого порядка, $\Delta = 3.3/\lambda < 1$, $\lambda = u/v \gg 1$, $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{ur}$, z , ρ – проекции вектора $\mathbf{R}$ на направление $\mathbf{u}$ и перпендикулярное ему, соответственно. Заметим, что в выражении (3) первый интеграл является четной, а второй – нечетной функцией z .

Дальнейшие вычисления потенциала $\varphi(\mathbf{R})$ приводят к следующим выражениям:

$$1. \text{ Область } \frac{\rho}{|z|} \geq \frac{\Delta}{\sqrt{1-\Delta^2}} = \frac{1}{\Delta_0} \equiv \operatorname{tg} \alpha_0;$$

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{R}) = & \frac{q}{R} - \frac{2q}{\pi\lambda\lambda_D} \left\{ \int_0^{|z|/\rho} \frac{F_1(x)dx}{\sqrt{x^2+1}} \sin \left[\frac{1}{\lambda\lambda_D} (|z| - \rho x) \right] + \right. \\ & + \cos \left(\frac{z}{\lambda\lambda_D} \right) \int_{|z|/\rho}^{\Delta_0} \frac{F_2(x)dx}{\sqrt{x^2+1}} \sin \left(\frac{\rho x}{\lambda\lambda_D} \right) \Bigg\} + \\ & + \frac{q}{\lambda\lambda_D} \left\{ \Im \left(\frac{\rho}{\lambda\lambda_D}; \Delta_0 \right) \sin \left(\frac{z}{\lambda\lambda_D} \right) - \Im \left(\frac{\rho}{\lambda\lambda_D}; \frac{|z|}{\rho} \right) \sin \left(\frac{|z|}{\lambda\lambda_D} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

$$2. \text{ Область } \frac{\rho}{|z|} \leq \frac{1}{\Delta_0};$$

$$\varphi(\mathbf{R}) = \frac{q}{R} + \frac{2q}{\lambda\lambda_D} \theta(-z) \Im \left(\frac{\rho}{\lambda\lambda_D}; \Delta_0 \right) \sin \left(\frac{z}{\lambda\lambda_D} \right), \quad (5)$$

где

$$\Im(a; b) = \int_0^b \frac{x dx}{x^2 + 1} J_0(ax), \quad (6)$$

$$\begin{pmatrix} F_1(x) \\ F_2(x) \end{pmatrix} = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{\Delta_0^2 - x^2}{1 + x^2}} - \begin{pmatrix} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{z^2 / \rho^2 - x^2}{1 + x^2}} \\ \operatorname{arctg} \frac{|z| / \rho}{\sqrt{1 + x^2}} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$\theta(z)$ – функция Хевисайда.

При $b \gg 1$ для функции $\Im(a; b)$ получим следующее приближенное выражение:

$$\Im(a; b) \cong K_0(a) + \operatorname{ci}(ab), \quad (8)$$

где $K_0(x)$ – функция Макдональда, $\operatorname{ci}(x)$ – интегральный косинус.

Выражения (5) и (8) с точностью до коэффициента 0.33 в аргументе интегрального косинуса совпадают с аналогичными, полученными в работе [4]. Разница эта возникает вследствие более грубого, чем в настоящей работе, приближения функции $\varepsilon(k, \omega)$, предложенного в [4].

Отметим, что в пределе малых ρ/λ_D эти выражения практически совпадают (вследствие условия $\lambda \gg 1$). Отметим также, что подынтегральные функции в выражении (4) являются элементарными, не имеют особенностей, и легко поддаются компьютерному расчету.

Как следует из выражений (4), (5), кильватерное поле играет существенную роль на расстояниях $R > \lambda\lambda_D$, когда можно пренебречь по сравнению с ним кулоновским потенциалом. В частности, при $\rho = 0$

$$\varphi(\mathbf{R}) \cong \frac{2q}{\lambda\lambda_D} \ln(\Delta_0) \theta(-z) \sin\left(\frac{z}{\lambda\lambda_D}\right); \quad (9)$$

при $z = 0$

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{R}) &\cong \frac{q}{\rho} - \frac{q}{\lambda\lambda_D} \int_0^{\Delta_0} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1}} \sin\left(\frac{\rho x}{\lambda\lambda_D}\right) \cong \\ &\cong \frac{q}{\rho} - \frac{q}{\lambda\lambda_D} \left\{ I_0\left(\frac{\rho}{\lambda\lambda_D}\right) - L_0\left(\frac{\rho}{\lambda\lambda_D}\right) + \text{si}\left(\frac{\Delta_0 \rho}{\lambda\lambda_D}\right) \right\} \cong \frac{q}{\rho} \cos\left(\frac{\Delta_0 \rho}{\lambda\lambda_D}\right), \end{aligned} \quad (10)$$

где $I_0(x)$ – функция Бесселя мнимого аргумента, $L_0(x)$ – функция Струве.

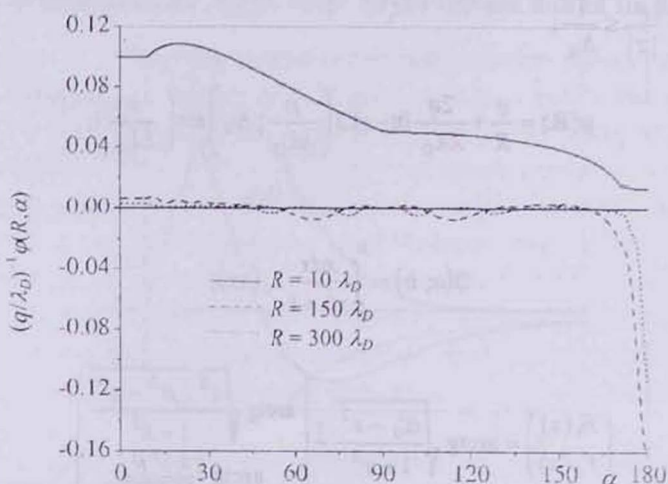


Рис.2. Зависимость безразмерного потенциала $(q/\lambda_D)^{-1} \varphi(R, \alpha)$ быстрой заряженной частицы ($\lambda = 20$) от угла α . Сплошная линия – $R = 10\lambda_D$, пунктирная линия – $R = 150\lambda_D$, мелкий пунктир – $R = 300\lambda_D$.

Отметим еще одно обстоятельство, вытекающее из формул (4), (5). При $R > \lambda\lambda_D$ и $\rho = R \sin \alpha$ (α – угол между векторами $\mathbf{u}$ и $\mathbf{R}$) $\varphi(\mathbf{R})$ быстро убывает при фиксированном значении R с ростом величины угла α , так что можно считать, что стационарное в Ц-системе кильватерное поле “локализовано” внутри узкого (угол раствора $\alpha_0 \sim 1/\lambda$) конуса позади частицы (рис.2).

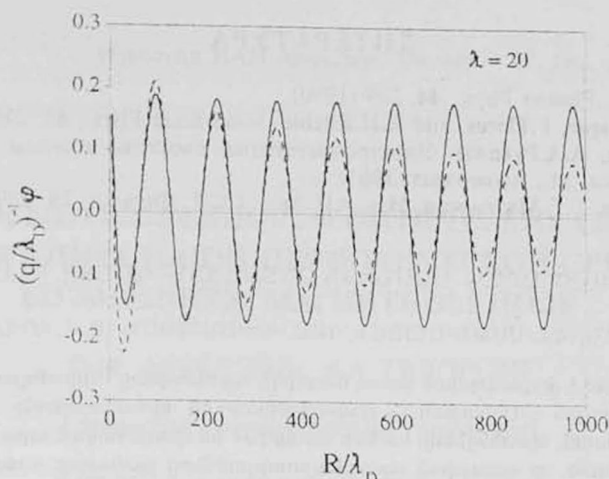


Рис.3. Зависимость безразмерного потенциала $(q/\lambda_D)^{-1} \varphi$ на траектории ($\alpha = \pi$) быстрой заряженной частицы ($\lambda = 20$) от расстояния R . Сплошная линия — выражение (5), пунктирная линия — выражение, полученное в [1].

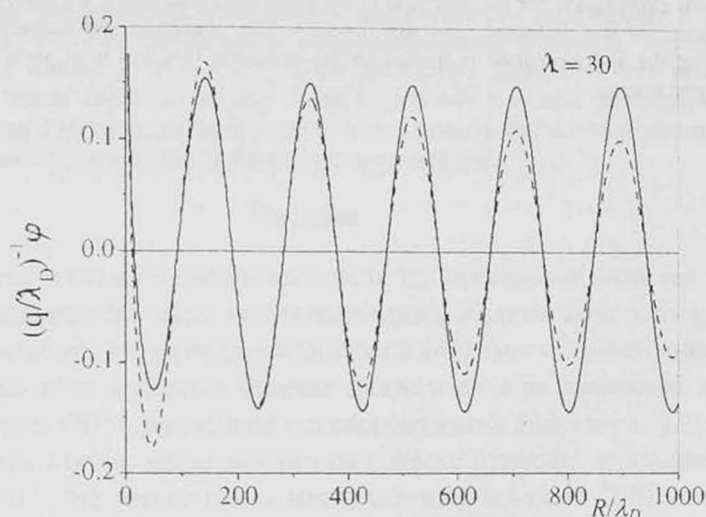


Рис.4. То же самое, что и на рис.3, для $\lambda = 30$.

В работе [1] проведен расчет потенциала при $\alpha < \alpha_0$, с достаточно хорошей точностью совпадающий с точными численными расчетами. На рис.3 и 4 выражение (5) сравнивается с аналогичным результатом, приведенным в работе [1]. Как видно на рис.3 и 4 и следует из аналитических выражений, соответствие тем лучше, чем больше параметр λ .

ЛИТЕРАТУРА

1. Th.Peter. J. Plasma Phys., **44**, 269 (1990).
2. P.M.Echenique, F.Flores, and R.H.Ritchie. Solid State Phys., **43**, 229 (1990).
3. В.П.Силин, А.А.Рухадзе. Электромагнитные свойства плазмы и плазменных сред. М., Атомиздат, 1961.
4. Э.А.Акопян, Г.Г.Матевосян. Изв. АН Арм. ССР, Физика, **20**, 259 (1985).

ԼԻՅՔԱՎՈՐՎԱԾ ԱՐԱԳ ՄԱՍՆԻԿԻ ՀԵՏՔԱՅԻՆ ԴԱՇՏԸ ՊԼԱՉՄԱՅՈՒՄ

Է.Ա. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Հ.Հ. ՄԱԹԵՎՈՍՅԱՆ, Դ.Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Ա.Վ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

Դիտարկված է լիցքավորված արագ մասնիկի պոտենցիալը Մաքսվելյան պլազմայում: Պլազմայի մոդելային դիէլեկտրական քափանցելիության օգտագործմամբ, տարածության կամայական կետում, պոտենցիալի համար ստացված են վերլուծական արտահայտություններ: Ցույց է տրված, որ ստացված արտահայտությունները բավարար չափով համընկնում են հայտնի արդյունքների հետ:

WAKE POTENTIAL OF FAST CHARGED PARTICLE MOVING IN PLASMA

E.A. HAKOBYAN, H.H. MATEVOSYAN, R.A. GEVORKYAN, A.V. HOVHANNISYAN

The potential of fast charged particle moving in Maxwellian plasma is considered. The analytical expressions for the potential in an arbitrary spatial point are derived, using model expression for the dielectric response function. The analytical and numerical calculations show that the approximation proposed for the dielectric function is in good agreement with the known results.