

УДК 621.382

НИЗКОЧАСТОТНЫЙ ШУМ И ФОРМУЛА ХУГА

Ф.В. ГАСПАРЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 16 марта 2001г.)

Рассмотрены особенности и модели формирования низкочастотных шумов в макроскопических физических системах. Предложена новая формулировка общеизвестной формулы Хуга.

1. Введение

Низкочастотные (НЧ) флуктуации со спектром $1/f$ обнаружены во многих конденсированных средах. Джонсон в 1925г. впервые обнаружил $1/f$ -флуктуации в электронных лампах [1]. Хуг с сотрудниками обнаружили такие флуктуации в проводниках и полупроводниках и предложили эмпирическую формулу для их описания [2]. Муша с сотрудниками обнаружили $1/f$ -флуктуации мнимой части диэлектрической проницаемости и фононных возбуждений в кварце [3,4], измерили в биологических системах промежуточные $1/f$ -флуктуации в сердцебиениях [5], в активных нейронах африканских улиток [6], а также в самоподдерживающихся колебаниях искусственных мембран [7].

Хотя НЧ $1/f$ -флуктуации обнаружены во многих физических системах [1-8], однако пока полностью не выяснены различия между механизмами возникновения таких флуктуаций. Эмпирическая формула Хуга для $1/f$ -шума в однородных полупроводниках имеет вид [9]

$$\frac{S_A}{A^2} = \frac{\alpha_H}{Nf}, \quad (1)$$

где S_A – спектральная плотность (СП) шумов, через A могут быть обозначены ток или сопротивление. N – полное число носителей в образце, f – частота, а α_H – параметр Хуга (во многих материалах и приборах $\alpha_H \approx 2 \cdot 10^{-3}$). Эта формула описывает так называемый чистый $1/f$ -шум. Однако многочисленные эксперименты обнаруживают зависимость типа $1/f^\gamma$ со значениями $0 < \gamma \leq 2$. Например, в металлических пленках толщиной $\sim 10^{-5}$ см: $\gamma = 1,19 \pm 0,07$ (Ag), $1,17 \pm 0,09$ (Cu), $1,08 \pm 0,08$ (Au), $1,20 \pm 0,08$ (Au_xAg_{1-x}), $1,14 \pm 0,08$ (In), $1,16 \pm 0,11$ (Sn), $1,15 \pm 0,10$ (Pb), $1,15 \pm 0,07$ (Pt) [10]; в VO_2 $\gamma = 1,188 \pm 0,002$ [11]; в висмутовых пленках толщиной 150 нм

$1,3 \leq \gamma \leq 1,5$ [12]; в угольных резисторах $0,8 < \gamma < 1,4$ [13]; в полупроводниках с одноуровневыми глубокими центрами $0,5 \leq \gamma \leq 1,5$ [14]; в сверхпроводниковых тонких пленках $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ до частот $f = 100$ Гц $\gamma = 1,02$, а при $f > 100$ Гц $\gamma = 1,5$ [15]; для MOS-транзисторов $0,9 \leq \gamma \leq 1,1$ [5], $0,7 < \gamma < 1,1$ [16], $\gamma = 1 \pm 0,1$ [17]; в субмикронных CMOS-транзисторах $0 < \gamma \leq 2$ [18]; в MOM-структурах $\gamma = 1,3$ [19]; в однополярных транзисторах $0,5 < \gamma < 1,5$ [20]; в δ -легированной гетероструктуре из GaAs/AlGaAs $0,8 \leq \gamma \leq 1,07$ [21]; в гетеропереходах из GaN/GaN выше 100 Гц $\gamma = 0,5$ [22]; в структурах InGaAs/GaAs $0,95 < \gamma < 1,05$ [23]; в Шоттки барьерах на основе Ir/p-Si и Ir/p-Si_{1-x}Ge_x $0,9 < \gamma < 1,2$ [24]; в Шоттки фотодиодах на основе Al_xGa_{1-x}N:Si $1 \leq \gamma \leq 1,2$ [25]; для ИК-детекторов на основе гетеропереходов из GaAs $1 \leq \gamma \leq 1,2$ [26]; в pH-ионноселективных полевых транзисторах $0,8 < \gamma < 1,2$ [27]; для MOS-туннельных диодов при $f < 10$ Гц $\gamma = 1,18$ [1], в полевых транзисторах из SiC $\gamma = 1,5$ [2,28]; в биполярных транзисторах на основе InP/InGaAs $\gamma = 1,1$ [29]; в MODFET-транзисторах на основе GaN $0,85 < \gamma < 1,03$ [30], на основе InP $0,8 < \gamma < 1,2$ [31]; в транзисторах на основе Al_xGa_{1-x}As/In_yGa_{1-y}As/GaAs $0,8 \leq \gamma \leq 1,4$ [3]; для эпитаксиальных слоев AlGaAs $1 < \gamma < 1,2$ [4]; в 2D-MOSFET-транзисторах $\gamma = 0,6$ [32].

Значения показателя γ сильно зависят от свойств материала, его размеров и температуры [5]. Такое различие между формулой Хуга и экспериментальными данными Муша связывает с "взрывным" шумом [6]. Известно, что сумма $1/f$ -шума с взрывным шумом может дать шум со спектральной зависимостью $1/f^\gamma$, где значения γ находятся в интервале $0 < \gamma < 2$. Заметим еще одно важное обстоятельство: как теоретические, так и экспериментальные данные не дают ясной картины $1/f$ -шума при нулевых частотах [6,7,15,33-38].

Для объяснения механизмов возникновения НЧ шумов были предложены различные модели. Общеизвестна модель поверхностного шума Мак Уортера [36], в которой принимается, что носители туннелируются и захватываются на электронные состояния у приповерхностного окисного слоя. Агу предложил модель для рассеивающей системы [33]. Гендел предложил модель квантовых $1/f$ -флуктуаций [34].

2. Теоретические модели

Согласно [37,38] спектральную плотность НЧ шумов можно описать следующими зависимостями:

$$S(f) \sim \text{const} \text{ при } f \ll f_1, \quad S(f) \sim \ln(1/f) \text{ при } f_1 \ll f \ll f_2,$$

$$S(f) \sim f^{-1/2} \text{ при } f_2 \ll f \ll f_3, \quad S(f) \sim f^{-3/2} \text{ при } f_3 \ll f.$$

Здесь $f_i = D/\pi d_i^2$, а d_i ($i=1;2;3$) – размеры исследуемого образца. Согласно этой модели, для кубических образцов $f_1 = f_2 = f_3$, и на СП после

НЧ плато при $f \leq f_1$ появится только зависимость $f^{-3/2}$. Для прямоугольных образцов между НЧ плато и зависимостью $f^{-3/2}$ может сформироваться участок с зависимостью $\ln(1/f)$ или $f^{-1/2}$. Кларк и Восс предложили следующее выражение для СП низкочастотных шумов [37]:

$$\frac{S(f)}{V^2} = \frac{\beta^2 T^2}{3N[3+2\ln(d_1/d_2)]f} = \frac{\beta^2 T^2}{3N[3+2\ln(f_2/f_1)]f}$$

где V – приложенное к образцу напряжение, T – абсолютная температура, β – температурный коэффициент сопротивления образца.

В полупроводниках появление спектров типа $f^{-1/2}$ и $f^{-3/2}$ обычно связывается с диффузионными процессами. Дробовое броуновское движение, широко применяемое для моделирования различных физических систем, тоже описывается спектром вида $1/f^\gamma$, где $1 < \gamma < 3$ [39].

В основе всех моделей флуктуации концентрации (Δn -модели) лежит принцип сложения генерационно-рекомбинационного (Γ -P) спектра со специальными распределениями времен жизни τ_i . В этих моделях $1/f$ -спектр получается в интервале частот $1/\tau_2$ и $1/\tau_1$, если $\tau_1 < \tau_i < \tau_2$ (τ_1 и τ_2 – минимальное и максимальное значения времен туннелирования и Γ -P процессов). Ниже значения $1/\tau_2$ спектр является белым, а выше $1/\tau_1$ СП пропорциональна f^{-2} . Для Δn -модели Хугом предложено следующее выражение для СП S_N [40]:

$$S_N = \overline{(\Delta N)^2} \frac{4}{\ln(\tau_2/\tau_1)} \frac{1}{\omega} \text{Arctan}(\omega\tau_1) \Big|_{\omega\tau_1}^{\omega\tau_2} \quad (2)$$

Отсюда легко получить следующие зависимости:

$$S_N = \overline{(\Delta N)^2} \frac{4\tau_2}{\ln(\tau_2/\tau_1)} = \text{const} \quad \text{при} \quad 2\pi f \ll \frac{1}{\tau_2} \ll \frac{1}{\tau_1},$$

$$S_N = \overline{(\Delta N)^2} \frac{4\tau_2}{\ln(\tau_2/\tau_1)} \frac{2}{\pi f} \sim \frac{1}{f} \quad \text{при} \quad \frac{1}{\tau_2} \ll 2\pi f \ll \frac{1}{\tau_1},$$

$$S_N = \overline{(\Delta N)^2} \frac{4\tau_2}{\ln(\tau_2/\tau_1)} \frac{1}{\tau_1 \pi^2 f^2} \sim \frac{1}{f^2} \quad \text{при} \quad \frac{1}{\tau_2} \ll \frac{1}{\tau_1} \ll 2\pi f.$$

Заметим, что в Δn – модели Хуга зависимость $1/f$ получается только при отсутствии переходов между ловушками с различными τ .

Согласно теории Мак Уортера, $1/f$ -шум в полупроводниках создается туннелированием носителей на поверхностные ловушки [36]. В этом случае СП также описывается формулой (2) [41].

В последние годы вырос интерес у исследователей к теории квантового $1/f$ -шума, предложенной Генделем. Для СП шумов он предложил следующее выражение [34]:

$$S(f) = \frac{4\alpha\Delta v^2 eI}{3\pi c^2 \tau f}, \quad \frac{4\alpha\Delta v^2}{3\pi c^2} = \alpha_H, \quad \tau = \frac{2d_{12}}{v_1 + v_2}, \quad \Delta v = v_2 - v_1.$$

Здесь c – скорость света, $\alpha = 1/137$ – постоянная тонкой структуры, Δv – изменение скорости электрона на траектории d_{12} . Это выражение также описывает “чистый” $1/f$ -шум.

В [42] путем измерений шумов магнитного потока в сверхрешетках YBCO/PBCO изучалось пространственное распределение флуктуаций. В низкотемпературной области спектр шума имел резко выраженную $f^{-3/2}$ зависимость, характерную для стационарного диффузионного шума, в то время как в области высоких температур шум имел белый спектр. В НЧ границе шумы становились белыми, обусловленными ограниченными размерами системы (насыщенное случайное блуждание [43]), в то время как в области высоких частот имела место зависимость $f^{-3/2}$:

$$S_U(f) = kN_0U_0^2f_0^{-1} \text{ для } f \ll f_0, \quad S_U(f) = kN_0U_0^2f_0^{1/2}f^{-3/2} \text{ для } f \gg f_0,$$

где k – зависящий от геометрии образца параметр порядка единицы, N_0 – число диффундирующих вихрей в образце, U_0 – вклад (линейный) одного вихря в выходное напряжение, $f_0 = \alpha D(T)/2L^2$, $\alpha \approx 1$, D – коэффициент диффузии; L – диаметр принимающего электрода.

В 1994г., основываясь на идее Мак Уортера, Ешида предложил новую модель для $1/f$ -шума в полупроводниках [44]. Идея этой модели основана на случайных движениях частиц, а не на распределении времен релаксации. Предложено следующее выражение для мощности СП:

$$E(f) = \frac{2a_0^2C_0^2}{\pi T_H f} [\text{Arctan}(\pi T_H f) - \text{Arctan}(\pi T_L f)] = 2a_0^2C_0^2 = \text{const} \text{ при } f \ll \frac{1}{\pi T_H},$$

$$E(f) = \frac{a_0^2C_0^2}{T_H f} \sim \frac{1}{f} \text{ при } \frac{1}{\pi T_H} \ll f \ll \frac{1}{\pi T_L},$$

$$E(f) = \frac{2a_0^2C_0^2}{\pi^2 T_L T_H f^2} \sim \frac{1}{f^2} \text{ при } \frac{1}{\pi T_L} \ll f.$$

Здесь T_L и T_H – времена, соответствующие минимуму и максимуму длины волны, a_0 и C_0 – некоторые постоянные. Эта модель также описывает чистый $1/f$ -шум.

3. Анализ и обсуждение результатов

Любой физическая параметр, описывающий реальную физическую систему, имеет флуктуации около своего стационарного значения. Амплитуда A и частота f этих случайных флуктуаций зависят от числа частиц N в данной системе. Хаотические тепловые флуктуации частиц имеют определяющую роль в формировании $1/f$ -шума [45]. Поскольку

все частицы, образующие кристалл, связаны друг с другом упругими силами, то любая из этих частиц, будучи выведенной из положения равновесия, начнет совершать колебательное движение, которое, в свою очередь, будет возбуждать колебания других частиц. Наиболее коротковолновые колебания, возбуждающиеся при этом, будут характеризоваться длиной волны, равной по величине удвоенному расстоянию между соседними атомами, в то время как длина волны наиболее длинноволновых колебаний будет соответствовать удвоенной длине кристалла. Максимальная амплитуда флуктуаций A_{\max} должна ограничиваться размерами системы (т.е. числом частиц в ней) и должна соответствовать "полной инверсии" данной системы (ситуация, когда в результате флуктуаций частица максимально смещена от своего равновесного состояния и описывается инверсионными значениями физических величин). Ясно, что для макроскопических систем $A_{\max} \sim N$. Частоты этих флуктуаций должны быть ограниченными и пропорциональными вероятностям этих флуктуаций. Для макроскопических и термодинамически равновесных систем вероятность "полной инверсии" — весьма малая величина и уменьшается с ростом N , так что частоты флуктуаций с максимальной амплитудой A_{\max} могут иметь весьма малые значения. Известно, что для многих физических систем НЧ шумы не проявляют тенденции насыщения до частот 10^{-6} – 10^{-4} Гц, хотя модель Мак Уортера, например, предсказывает наличие НЧ плато [14,36].

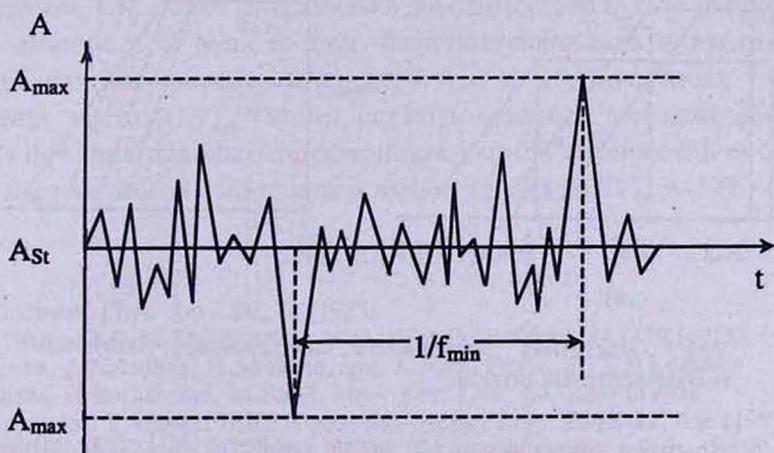


Рис.1. Случайный спектр флуктуаций.

Рассмотрим НЧ поведение случайных флуктуаций. На рис.1 показан спектр таких флуктуаций, где A_{st} — стационарное значение величины A , t — время. Чем больше число частиц, тем меньше частота "полной инверсии" системы. В изолированной системе число частиц — определенная величина; следовательно, амплитуда A_{\max} тоже должна быть

определенной. Ниже используется понятие о НЧ пределе флуктуации f_{\min} , соответствующей "полной инверсии". При $f \leq f_{\min}$ $A = A_{\max}$ и СП больше не растет. Она принимает определенное значение $S_{A,\max}$. Заметим, что значение $1/f_{\min}$ соответствует времени, в течение которого частица, максимально смещенная от своего равновесия, проходит расстояние от одного края системы до другой. Такие флуктуации, как известно, должны приводить к НЧ диффузионному шуму со спектром $1/f$.

Используя идеи о S_{\max} и f_{\min} , можно утверждать, что каждая изолированная система описывается конкретными значениями f_{\min} и в области частот $f < f_{\min}$ СП шума становится постоянной величиной (например, $S_{\max,1}$, $S_{\max,2}$ и $S_{\max,3}$ на рис.2а для кривых 1,2 и 3, причем $N_1 > N_2 > N_3$). С другой стороны, $1/f$ -спектр можно представить как результат действий независимых ловушек, которые дают индивидуальные вклады в СП [4,33] (рис.2б, $L_{g-r,1}$, $L_{g-r,2}$ и $L_{g-r,3}$ лоренцианы). Тогда НЧ плато $S(f)$ может соответствовать самому НЧ лоренциану, которое еще может реализоваться в данной системе. Ясно, что этот лоренциан должен описывать самое большое "характеристическое время релаксации" и описываться величиной $1/f_{\min}$.

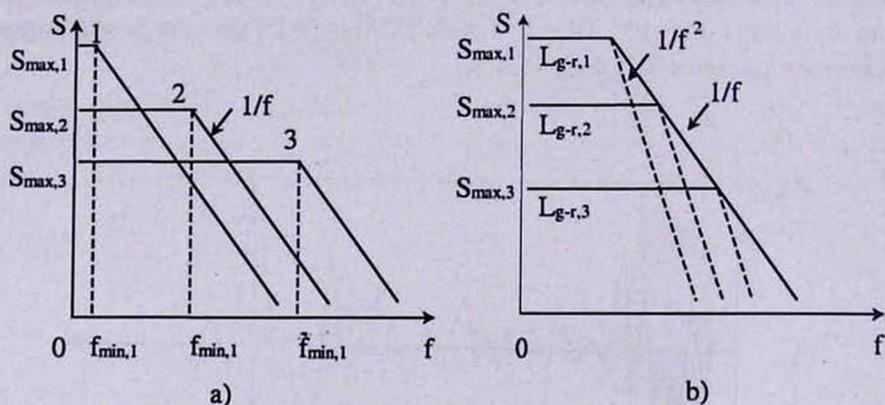


Рис.2. Частотная зависимость спектральных плотностей низкочастотных шумов.

Резюмируя обсуждавшиеся выше свойства НЧ поведения $1/f$ -шума, можно по-новому представить формулу Хуга (1) в виде:

$$\frac{S_A}{A^2} = \frac{\alpha_H}{N f_{\min}} \left(\frac{f_{\min}}{f} \right)^{2m}, \quad m = 1 - \frac{1}{1 + (g f / f_{\min})^2}. \quad (3)$$

Через g определяются зависимости параметра m как от частоты, так и от физических свойств материала и его геометрических размеров.

Из выражений (3) получаем:

$$\left(\frac{gf}{f_{\min}}\right) \ll 1, f = f_L \ll \frac{f_{\min}}{g}, m = 0, \frac{S_A}{A^2} = \frac{\alpha_H}{Nf_{\min}} = \text{const} \quad (4a)$$

$$\left(\frac{gf}{f_{\min}}\right) = \frac{1}{3}, f = \frac{f_{\min}}{\sqrt{3}g}, m = \frac{1}{4}, \frac{S_A}{A^2} = \frac{\alpha_H}{N\sqrt{f_{\min}f}} \sim f^{-\frac{1}{2}}, \quad (4б)$$

$$\left(\frac{gf}{f_{\min}}\right) = 1, f = \frac{f_{\min}}{g}, m = \frac{1}{2}, \frac{S_A}{A^2} = \frac{\alpha_H}{Nf} \sim f^{-1}, \quad (4в)$$

$$\left(\frac{gf}{f_{\min}}\right) = 3, f = \frac{\sqrt{3}f_{\min}}{g}, m = \frac{3}{4}, \frac{S_A}{A^2} = \frac{\alpha_H \sqrt{f_{\min}}}{Nf^{3/2}} \sim f^{-\frac{3}{2}}, \quad (4г)$$

$$\left(\frac{gf}{f_{\min}}\right) \gg 3, f = f_H \gg \frac{f_{\min}}{g}, m = 1, \frac{S_A}{A^2} = \frac{\alpha_H f_{\min}}{Nf^2} \sim f^{-2}, \quad (4д)$$

Нам представляется, что видоизмененная формула Хуга (3) наиболее полно описывает СП шумов, причем из (3) следуют всевозможные наблюдаемые на эксперименте спектры (включая как Г-Р, диффузионные, так и формула Хуга (1)). Отметим также, что в зависимости от величины параметра g в частотном интервале $f_L \leq f \leq f_H$ показатель m может принять любые непрерывные значения в интервале $0 \leq m \leq 1$. Таким образом, СП может описываться зависимостью $1/f^\gamma$ с непрерывными значениями γ от нуля до двух. Величина параметра g имеет важное значение как для ширины $1/f$ -спектра, так и для показателя $2m$ в (3). Измерение частоты f_{\min} может служить мощным методом для определения фундаментальных характеристик данной физической системы.

Данная работа выполнена в рамках гранта МНТЦ А-322.

ЛИТЕРАТУРА

1. J.V.Johnson. Phys. Rev., 26, 71 (1925).
2. F.N.Hooge, T.G.M.Kleinpenning, et al. Rep. Prog. Phys., 44, 479 (1981).
3. T.Musha, A.Nakajima, H.Akabane. Jpn. J. Appl. Phys., 27, L311 (1988).
4. T.Musha, G.Borbelyand, M.Shoji. Phys. Rev. Lett., 64, 2394 (1990).
5. M.Kobajashi, T.Musha. IEEE Trans. Bio-Medic. Eng., BME-29, 456 (1982).
6. T.Musha, H.Takeuchi, T.Inoue. IEEE Trans. Bio-Medic. Eng., BME-30, 194 (1983).
7. H.Akabane, T.Musha. Jpn. J. Appl. Phys., 29, L1866 (1990).
8. Ш.Коган. УФН, 145, 285 (1985).
9. F.N.Hooge. Physica, 83B, 14 (1976).
10. D.M.Fleetwood, N.Giordano. Phys. Rev., B27, 667 (1983).
11. В.Н.Андреев, Б.П.Захарченя и др. ЖЭТФ, 79, 1353 (1980).
12. J.L.Tandon, H.R.Bilger. J. Appl. Phys., 47, 1697 (1976).
13. M.V.Veissman. Rev. Mod. Phys., 60, 537 (1988).
14. H.S.Min. J. Appl. Phys., 51, 1637 (1980).
15. V.P.Koverda, V.N.Skokov, V.P.Skripov. ЖЭТФ, 86, 953 (1998).

16. U.H.Liaw, Y.K.Su. *J. Appl. Phys.*, **85**, 8485 (1999).
17. M.J.Johnson, D.M.Fleetwood. *Appl. Phys. Lett.*, **70**, 1158 (1997).
18. E.Simoen, C.Claes. *Semicond. Sci. Technol.*, **14**, R61 (1999).
19. S.T.Lui, A. van der Ziel. *Physica*, **37**, 241 (1967).
20. A.N.Tavkheldize, J.Miging. *J. Appl. Phys.*, **83**, 310 (1998).
21. M.P.Py, H.-J.Buehlmann. *J. Appl. Phys.*, **80**, 1583 (1996).
22. M.E.Levinstein, F.Pascal, et al. *Appl. Phys. Lett.*, **72**, 3053 (1998).
23. J.F.Valtueña, J.A.Carrido, J.I.Izpura. *IEEE Trans. ED*, **45**, 1201 (1998).
24. T.H.Ouacha, O.Nur, M.Willander, et al. *Appl. Phys. Lett.*, **69**, 2382 (1996).
25. E.Monroy, F.Calle, E.Munoz, et al. *Appl. Phys. Lett.*, **73**, 2146 (1998).
26. W.Z.Shen, A.G.U.Perera. *IEEE Trans. ED*, **46**, 811 (1999).
27. C.G.Jalobson, Y.Nemirovsky. *IEEE Trans. ED*, **46**, 259 (1999).
28. M.E.Levinstein, S.L.Rumyantsev, et al. *J. Appl. Phys.*, **81**, 1758 (1997).
29. G.B.Alers, S.Martin, R.A.Hamm, et al. *Appl. Phys. Lett.*, **66**, 198 (1995).
30. W.Y.Ho, C.Suria, K.Y.Tong, et al. *IEEE Trans. ED*, **46**, 1099 (1999).
31. H.Van Meer, E.Simoen, et al. *IEEE Trans. ED*, **45**, 2479 (1998).
32. M.E.Levinstein, S.L.Rumyantsev, et al. *Appl. Phys. Lett.*, **68**, 3138 (1996).
33. M.Agu. *J. Appl. Phys.*, **54**, 1190 (1983).
34. P.H.Handel. *Phys. Rev. Lett.*, **34**, 1492 (1975).
35. A.M.Zaklikewich. *Solid-State Electronics*, **36**, 1477 (1993).
36. A.L.McWhorter. *Semiconductor Surface Physics*. Univ. of Pensilvania Press, Philadelphia, 1957.
37. J.Clarke, R.F.Voss. *Phys. Rev. Lett.*, **33**, 24 (1974).
38. III.Korah. *УФН*, **20**, 763 (1977).
39. G.Stalovitzky and K.R.Sreenivasen. *Rev. Mod. Phys.*, **66**, 229 (1994).
40. F.N.Hooge. *IEEE Trans. ED*, **41**, 1926 (1994).
41. A.Ambrozy. *Electronic Noise*. Budapest, Akademiai Kiado, 1982.
42. L.B.Kiss, U.Klein, et al. *Sol. St. Commun.*, **101**, 51 (1997).
43. L.B.Kiss, J.Kertesz, J.Hajdu. *Z. Phys.*, **B81**, 229 (1990).
44. H.Yoshida. *J. Appl. Phys.*, **76**, 7372 (1994).
45. S.V.Melkonyan, F.V.Gasparyan, V.M.Aroutiounian, H.V.Asriyan. *Int. J. Mod. Phys.*, **B11**, 899 (1997); **B12**, 1245 (1998).

ՑԱԾՐՀԱՃԱԽԱՅԻՆ ԱՂՍՈՒԿԸ ԵՎ ՀՈՒԳԻ ԲԱՆԱԶԵՎԸ

Ֆ.Վ. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ

Զննարկված են կոնդենսցված ֆիզիկական համակարգերում ցածրհաճախային 1/f սպեկտրով աղմուկների առաջացման մեխանիզմներն ու մոդելները և առաջարկված է Հուգի ձևափոխված բանաձև:

LOW-FREQUENCY NOISE AND HOOGE'S FORMULA

F.V. GASPARYAN

Mechanisms and models of formation of the low-frequency noise in condensed matter are discussed. The modified Hooge formula is proposed.