

УДК 548.732

## РЕНТГЕНОТОПОГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ ИССЛЕДОВАНИЯ ФАЗОВЫХ ОБЪЕКТОВ

Л.В. ЛЕВОНЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 15 июня 2001 г.)

Рассмотрено распределение интенсивности монохроматизированного излучения, проходящего через фазовый объект и кристалл-анализатор при лауэвской геометрии. Показано, что локальное угловое смещение падающего излучения, обусловленное рефракцией на структурных неоднородностях исследуемого объекта, прямо передается на рентгено-топографическое изображение. Последнее, при отсутствии фазового объекта, представляет собой прямые параллельные полосы с медленно уменьшающимся периодом. Наличие фазового объекта меняет форму и период полос. Обсуждается влияние временной и пространственной когерентности на изображение.

В последние годы большое внимание уделяется изучению внутренней структуры некристаллических веществ с помощью рентгеновского излучения. Метод рентгеновского контраста поглощения не чувствителен для исследования структуры таких неоднородных объектов, какими являются, например, биологические объекты, состоящие в основном из легких элементов. В этих случаях применяется так называемый метод рентгеновского фазового контраста, основанный на явлении рефракции рентгеновских лучей на структурных неоднородностях исследуемого объекта. В последующем информацию, содержащуюся в фазе проходящей через объект волны следует проявить через регистрируемую интенсивность. Последнее можно осуществить, например, с помощью френелевской дифракции, интерферометрическим, голографическим и другими методами.

В настоящей работе обсуждается возможность регистрации дополнительной фазы, вводимой фазовым объектом (ФО), рентгено-топографическим методом.

Предположим, что используемое излучение из синхротронного источника заранее монохроматизировано и имеет спектральную ширину  $\Delta\omega$  и среднюю частоту  $\omega_0$ , а поперечный размер источника в плоскости дифракции равен  $2a$ . Источник синхротронного излучения в этом случае можно описать как совокупность квазимонохроматических

( $\Delta\omega \ll \omega_0$ ) некогерентных точечных источников [1,2]. Изображение, создаваемое таким источником, получается усреднением как по координатам всех источников, так и по спектру используемого источника.

Амплитуда излучения с частотой  $\omega$ , падающего из точки источника с радиусом-вектором  $\mathbf{r}_S$  на входную поверхность кристалла в точке  $\mathbf{r}$ , с точностью до постоянного множителя запишется в виде

$$D^{inc}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_S; \omega) = \exp\{ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}_S| - ik_{\mathbf{B}}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_S) + i\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_S, \mathbf{r}_{ob}; \omega)\}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{k}_{\mathbf{B}}$  – волновой вектор, имеющий точную брэгговскую ориентацию для частоты  $\omega = kc$ ,  $c$  – скорость света,  $\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_S, \mathbf{r}_{ob}; \omega)$  – значение дополнительной фазы, вводимой  $\Phi O$ ,  $\mathbf{r}_{ob}$  – радиус-вектор точки  $\Phi O$ .

Поскольку в диапазоне частот жесткого рентгеновского излучения поляризуемость среды  $|\chi(\mathbf{r})| \ll 1$ , то  $\text{grad } \varphi(\mathbf{r})$ , представляющий собой изменение волнового вектора при прохождении излучения через  $\Phi O$ , также малая величина порядка  $k\chi(\mathbf{r})/2$  [1].

В качестве начала координат на входной поверхности кристалла выбираем точку  $O$ , линия соединения которой со средней точкой источника  $O_s$  совпадает с точным брэгговским направлением для частоты  $\omega_0$  при отсутствии  $\Phi O$  (рис.1.). Пусть в плоскости дифракции точечные источники расположены вдоль оси  $x_s$ , перпендикулярно  $O_s O$ , расстояние  $O_s O = L_0$ . Координатная ось для точек  $\Phi O$   $x_{ob}$  также перпендикулярна линии  $O_s O$  в точке  $O_{ob}$ .



Рис.1. Схема дифракции излучения.

Нетрудно проверить, что из-за конечных размеров источника и некогерентности излучения появляется некая неоднозначность между координатами кристалла и  $\Phi O$ : изображение точки объекта на кристалле есть некий участок конечных размеров, пропорциональный величине  $d/L_0$ , где  $d$  – расстояние  $\Phi O$  – кристалл (на рис.1 расстояние  $O_{ob} O$ ). При  $L_0 \sim 10^4$  см и  $d \sim 1$  см эту неоднозначность можно уменьшить до долей мкм. В этом случае нет необходимости введения отдельных координат для точек  $\Phi O$ , и соответствие с координатами точек кристал-

ла получается введением простого геометрического фактора поворота координатных осей  $\Phi O$  и кристалла. В нашем случае этот фактор равен  $\cos \theta_0$ .

Рассматривается симметричный случай Лауэ на идеальной плоскопараллельной кристаллической пластинке толщиной  $l$ . Ось  $x$  антипараллельна вектору дифракции  $h$ . В плоскости рассеяния имеем

$$D^{inc}(x, x_S, \omega) = \exp \left\{ i \frac{k}{2L_0} \cos^2 \theta_0 (x - x_0)^2 + i\varphi[(x - x_0) \cos \theta_0] \right\}, \quad (2)$$

где

$$x_0 = \frac{x_S}{\cos \theta_0} - L_0 \frac{\sin \theta_0}{\cos^2 \theta_0} \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \quad (3)$$

есть смещение, обусловленное координатой  $x_S$  источника и частотой  $\omega$ ,  $\theta_0$  – угол Брэгга для частоты  $\omega_0$ .

Амплитуда дифрагированной волны на выходной поверхности кристалла, согласно обобщенной динамической теории [3], определяется сверткой

$$D_h(x, x_S; \omega) = \int_{x - l \sin \theta_0}^{x + l \sin \theta_0} dx' D^{inc}(x', x_S; \omega) G_h(x - x', \omega_0), \quad (4)$$

где  $G_h(x, \omega_0)$  – соответствующая функция Грина, которую для квазимонохроматического излучения, как и все материальные константы, можно считать независимой от частоты.

После замены переменной амплитуда (4) запишется в виде

$$D_h(x, x_S; \omega) = \int_{-l \sin \theta_0}^{l \sin \theta_0} dx'' D^{inc}(x - x'', x_S; \omega) G_h(x'', \omega_0). \quad (5)$$

Амплитуду  $D^{inc}(x - x'', x_S; \omega)$  разложим в ряд Тейлора в окрестности точки  $x - x_0$  и, ограничиваясь членами первого порядка малости, получим:

$$D_h(x, x_S, \omega) = D^{inc}(x, x_S, \omega) g \left( \frac{k}{L_0} \cos^2 \theta_0 (x - x_0) + k \cos \theta_0 \Delta \theta [(x - x_0) \cos \theta_0] \right), \quad (6)$$

где  $g(p)$  – Фурье-образ функции Грина  $G_h(x)$ , а  $\Delta \theta(x) = (\partial \varphi / \partial x) / (k \cos \theta_0)$  – локальное угловое смещение падающего излучения, обусловленное рефракцией.

Формула (6) справедлива при условиях

$$\frac{l^2 \sin^2 \theta_0}{\lambda} \ll L_0, \quad (6a)$$

$$\frac{\Delta\theta'(x)t^2 \sin^2 \theta_0}{2\lambda} \ll 1, \quad (66)$$

где  $\Delta\theta'(x)$  – скорость изменения локального углового смещения.

Условия (6а) и (6б) ограничивают кривизну фронта падающей волны. Условие (6а), согласно [4], равносильно локальному плосковолновому приближению, соответствующему фраунгоферовской дифракции в оптике [5]. Условие (6б) ставит ограничение на скорость локального углового смещения  $\Phi\Omega$ .

Соотношение (6) показывает, что при вышеуказанных приближениях падающий волновой фронт проходит через кристалл без искажения с коэффициентом пропускания, равным значению  $g(p)$ , где  $p$  – локальное направление падающего излучения.

Если дифрагированное излучение регистрируется сразу за кристаллом, на таком близком расстоянии, что дифракционными эффектами в вакууме можно пренебречь, то для распределения интенсивности получается

$$I_h(x, x_s, \omega) = \frac{\sin^2 \left\{ \pi \frac{t}{\Lambda} \sqrt{1 + \left[ \frac{\sin 2\theta_0}{\chi_h} \left( \frac{x-x_0}{L_0} \cos \theta_0 + \Delta\theta [(x-x_0) \cos \theta_0] \right) \right]^2} \right\}}{1 + \left[ \frac{\sin 2\theta_0}{\chi_h} \left( \frac{x-x_0}{L_0} \cos \theta_0 + \Delta\theta [(x-x_0) \cos \theta_0] \right) \right]^2}, \quad (7)$$

где  $\Lambda = \lambda \cos \theta_0 / |\chi_h|$  – экстинкционная длина для рассматриваемого отражения,  $\chi_h$  – Фурье-коэффициент поляризуемости.

При выводе (7) для простоты полагалось, что кристалл слабопоглощающий ( $\mu \ll 1$ ,  $\mu$  – коэффициент линейного поглощения), центросимметричный ( $\chi_h = \chi_{\bar{h}}$ ), а излучение имеет  $\sigma$ -поляризацию.

Для периода полос  $\Delta x$  получаем

$$\Delta x = \frac{\sqrt{1 + \left[ \frac{\sin 2\theta_0}{\chi_h} \left( \frac{x-x_0}{L_0} \cos \theta_0 + \Delta\theta [(x-x_0) \cos \theta_0] \right) \right]^2} \cdot \lambda L_0}{\left[ \frac{\sin 2\theta_0}{\chi_h} \left( \frac{x-x_0}{L_0} \cos \theta_0 + \Delta\theta [(x-x_0) \cos \theta_0] \right) \right] [1 + L_0 \Delta\theta']^t \sin 2\theta_0}. \quad (8)$$

Из (8) видно, что при отсутствии  $\Phi\Omega$  период полос максимален в центральной части изображения и медленно уменьшается, стремясь к значению

$$(\Delta x)_{\min} = \frac{\lambda L_0}{t \sin 2\theta_0}. \quad (9)$$

Оценим величину  $(\Delta x)_{\min}$ . При  $\lambda \sim 10^{-8}$  см,  $L_0 \sim 10^4$  см,  $t \sim 10^{-2}$  см

следует, что  $(\Delta x)_{\min} \sim 10^{-2}$  см.

При наличии ФО период полос зависит как от  $\Delta\theta(x)$ , так и  $\Delta\theta'(x)$ . Заметим, что из условия (6б) следует, что при получении распределения интенсивности (7) величиной  $\Delta\theta'(x)$  можно пренебречь, в то время как в выражении периода полос (8) ее необходимо учитывать. Более того, как видно из (8), период полос существенно зависит от этой величины.

Для получения полной интенсивности изображения следует усреднить интенсивность (7) по координатам всех источников и по спектру

$$I_h(x) = \int_{-a}^a dx_S \int_{\omega_0 - \Delta\omega}^{\omega_0 + \Delta\omega} d\omega i_S(x_S; \omega) I_h(x, x_S; \omega), \quad (10)$$

где  $i_S(x_S; \omega)$  – распределение интенсивности источника по координатам и частотам.

Естественно полагать, что полосы будут наблюдаемы, если смещение полос  $x_0$ , обусловленное размерами источника и некогерентностью излучения, меньше периода полос:  $x_0 < (\Delta x_{\min}) x_0 < (\Delta x_{\min})$ . Это требование приводит к известным из [4] ограничениям для размера источника:

$$\frac{a}{\cos\theta_0} < \frac{\lambda L_0}{t \sin 2\theta_0} \quad \text{или} \quad t < r_{sc} / 2 \sin\theta_0, \quad (11)$$

где  $r_{sc} = \lambda L_0 / a$  – радиус пространственной когерентности, а для некогерентности

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} < \frac{\lambda}{2t \sin\theta_0 \operatorname{tg}\theta_0} \quad \text{или} \quad t < r_{tc} / (2 \sin\theta_0 \operatorname{tg}\theta_0), \quad (12)$$

где  $r_{tc} = \lambda^2 / \Delta\lambda$  – радиус временной когерентности.

Таким образом, при выполнении условий (11) и (12) полосы будут наблюдаться, и с их помощью можно определить первую и вторую производные фазовой функции  $\varphi(x)$ , т.е. величины  $\Delta\theta(x)$  и  $\Delta\theta'(x)$ .

Работа выполнена в рамках гранта INTAS 99-0469.

## ЛИТЕРАТУРА

1. V.Kohn. X-Ray imaging of inhomogeneous objects by coherent wave (phase contrast). May 1998. (<http://www.xraysite.com>) File: hl-phase.ps.
2. V.Kohn. The problem of coherence from different sights. April 1998. (<http://www.xraysite.com>) File: hl-coher.ps.
3. З.Г.Пинскер. Рентгеновская кристаллооптика. М., Наука, 1982.
4. V.Mocella, Y.Epelboin, and J.P.Guigay. Acta Cryst. A, 56, 308 (2000).
5. М.Борн, Э.Вольф. Основы оптики. М., 1973.

ՓՈՒԼԱՅԻՆ ՕՔՅԵԿՏՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐԱՆ  
ՌԵՆՏԳԵՆԱՏԵՂԱԳՐԱԿԱՆ ԵՂԱՆԱԿ

Լ.Վ. ԼԵՎՈՆՅԱՆ

Վերլուծված է փուլային օբյեկտով և Լաուեի երկրաչափությամբ բյուրեղ-վերլուծիչով անցած մոնոքրոմատացված սինքրոտրոնային ճառագայթման ինտենսիվության բաշխումը: Ցույց է տրված, որ հետազոտվող օբյեկտի կառուցվածքային անհամասեռությունների վրա ռեֆրակցիայով պայմանավորված ընկնող ճառագայթման լույսի անկյունային շեղումն ուղիղ փոխանցվում է ռենտգենատեղագրական պատկերի վրա: Վերջինս, փուլային օբյեկտի բացակայության դեպքում, իրենից ներկայացնում է դանդաղ նվազող պարբերությամբ ուղիղ գուգահեռ շերտեր: Փուլային օբյեկտի առկայությունը փոխում է շերտերի ձևը և պարբերությունը: Զննարկված է ժամանակային և տարածական կոհերենտության ազդեցությունը պատկերի վրա:

X-RAY TOPOGRAPHIC METHOD OF INVESTIGATION OF PHASE OBJECTS

L.V. LEVONYAN

The intensity distribution of the monochromatized synchrotron radiation transmitting through the phase object and crystal-analyzer in Laue geometry is considered. It is shown that the local angular deviation of the incident radiation caused by the refraction on structural inhomogeneities of the object under investigation is directly transferred to the X-ray topographic image. In the absence of the phase object the latter consists of parallel straight fringes with a slowly decreasing period. The presence of the phase object changes the shape and period of fringes. The influence of the spatial and temporal coherence on the image is discussed.