Известия НАН Армении, Физика, т.36, №6, с.310-320 (2001)

УДК 537.87

СИНХРОТРОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯДА ВНУТРИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ НАПОЛНЕНИЕМ

А.С. КОТАНДЖЯН, А.А. СААРЯН

Институт прикладных проблем физики НАН Армении

(Поступила в редакцию 11 марта 2001 г.)

Рассмотрено излучение заряженной частицы, равномерно вращающейся по окружности внутри цилиндрического волновода в плоскости его поперечного сечения. Вычислен поток энергии излучения через поперечное сечение волновода, переносимый в бесконечность в виде TE и TM волн. Приводятся результаты численных расчетов для соответствующих интенсивностей в зависимости от радиуса волновода, радиуса орбиты вращения заряда и диэлектрической проницаемости среды наполнения. Проведено сравнение с интенсивностью синхротронного излучения в однородной среде.

1. Введение

Широкое применение синхротронного излучения (см., например, [1,2] и приведенные там ссылки) обусловливает актуальность исследований различных механизмов управления параметрами этого излучения. С этой точки зрения интересным является исследование воздействия среды на различные характеристики синхротронного излучения. В частности, излучение в однородной среде рассматривалось Цытовичем в [3] (см. также [4,5]). Излучение заряда при вращении вокруг диэлектрического шара, окруженного однородной средой, исследовано в работах [6,7]. Наличие шара приводит к интересным эффектам: если для вещества шара и скорости частицы удовлетворяется условие Черенкова, то в спектре излучения появляются сильно выраженные пики, в которых интенсивность излучения превосходит соответствующую величину в случае однородной среды на несколько порядков. Аналогичная задача в случае цилиндрической симметрии была рассмотрена нами в работах [8,9]. В [8] развита рекуррентная схема построения функции Грина электромагнитного поля для среды, состоящей из произвольного числа соосных цилиндрических слоев. Исследование излучения при вращении заряда вокруг диэлектрического цилиндра, погруженного в однородную среду [9], показало, что при выполнении условия Черенкова для вещества цилиндра и скорости заряда, появляются узкие пики в угловом распределении числа квантов, излученных во внешнее пространство. Для некоторых значений параметров плотность числа квантов в этих пиках превышает соответствующую величину для излучения в вакууме на 3-4 порядка.

Данная работа посвящена излучению заряда, равномерно вращающегося внутри цилиндрического волновода, заполненного однородным диэлектриком. Определен вклад волн электрического и магнитного типа в полную мощность излучения, пересекающего поперечное сечение волновода. Приведены результаты соответствующих численных расчетов и проводится сравнение с интенсивностью синхротронного излучения в однородной среде.

2. Поле внутри цилиндра

Для нахождения поля заряда внутри цилиндрического волновода с проводящими стенками, заполненного веществом, диэлектрическая проницаемость которого равна ε_0, рассмотрим сначала более общую задачу. Пусть заряд q равномерно вращается со скоростью v по окружности радиуса ρ_0 в плоскости $z=0$ внутри цилиндра радиуса ρ_1 и осью z. Диэлектрическая проницаемость вещества внутри цилиндра равна ε_0. Будем также полагать, что цилиндр погружен в однородную среду с диэлектрической проницаемостью ε_1 (магнитную проницаемость для простоты полагаем равной единице). 4-потенциал электромагнитного поля $A_i(x)$ определяется через функцию Грина (являющуюся тензором второго ранга) по формуле

$$A_i(x) = -\frac{1}{2\pi^2 c}\int G_{il}(x,x')\, j_l(x')\, d^4x', \qquad x=(t,\mathbf{r}),\ \ i,l=0,1,2,3, \tag{1}$$

где по индексу l подразумевается суммирование, c – скорость света в вакууме, $j_l(x)$ – 4-вектор плотности тока заряда. В соответствующим образом выбранной цилиндрической системе координат (ρ,φ,z) пространственные компоненты последнего имеют вид

$$j_l = \frac{\mathrm{v}q}{\rho_0}\delta(\rho-\rho_0)\delta(\varphi-\omega_0 t)\delta(z)\delta_{l2}, \qquad \mathrm{v}=\omega_0\rho_0,\ \ l=1,2,3. \tag{2}$$

Рекуррентная схема построения функции Грина для среды, состоящей из произвольного числа соосных цилиндрических слоев, развита в [8]. Соответствующую функцию Грина рассматриваемой здесь задачи можно определить из общих формул этой работы. Подставив (2) и выражение для функции Грина в формулу (1), для векторного потенциала получим (аналогичные выкладки для поля вне цилиндра приведены в [8])

$$A_l(x)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty}e^{im(\varphi-\omega_0 t)}\int_{-\infty}^{\infty}dk_z e^{ik_z z}A_{ml}(k_z,\rho)\,, \tag{3}$$

где в лоренцевой калибровке

$$A_{ml}(k_z,\rho)=-\frac{vq}{4ci^{l-1}}\{A_{ml}^{(0)}+\sum_{\alpha=\pm1}\alpha^l B_m^{(\alpha)}J_{m+\alpha}(\lambda_0\rho)\},\ \ l=1,2,\ \ A_{m3}(k_z,\rho)=0 \tag{4}$$

(значения индекса $l=1,2,3$ соответствуют координатам ρ,φ,z). Здесь слагаемое

$$A_{ml}^{(0)}=\sum_{\alpha=-1,1}\alpha^l J_{m+\alpha}(\lambda_0\rho_<)H_{m+\alpha}(\lambda_0\rho_>),\ \ \rho_<=\min(\rho,\rho_0),\ \ \rho_>=\max(\rho,\rho_0) \tag{5}$$

соответствует полю заряда в однородной среде с проницаемостью ε_0, $J_m(x)$ – функция Бесселя, $H_m(x)\equiv H_m^{(1)}(x)$ – функция Ханкеля первого рода, а коэффициенты $B_m^{(\alpha)}$ определяются выражениями

$$\begin{aligned}B_m^{(\alpha)}=&-J_{m+\alpha}(\lambda_0\rho_0)\frac{W(H_{m+\alpha},H_{m+\alpha})}{W(J_{m+\alpha},H_{m+\alpha})}+\\&+\frac{i\alpha\lambda_1 H_m(\lambda_1\rho_1)H_{m+\alpha}(\lambda_1\rho_1)}{\pi\rho_1^2\beta_1 W(J_{m+\alpha},H_{m+\alpha})}\sum_{p=\pm1}\frac{J_{m+p}(\lambda_0\rho_0)}{W(J_{m+p},H_{m+p})},\end{aligned} \tag{6}$$

где, как и в работе [9],

$$\lambda_{1,0}=\frac{m\omega_0}{c}\sqrt{\varepsilon_{1,0}-\frac{c^2k_z^2}{m^2\omega_0^2}}\,, \tag{7}$$

$$\beta_1=\frac{\varepsilon_0}{(\varepsilon_1-\varepsilon_0)\rho_1}-\frac{\lambda_0}{2\rho_1}J_m(\lambda_0\rho_1)\sum_{l=\pm1}l\frac{H_{m+l}(\lambda_1\rho_1)}{W(J_{m+l},H_{m+l})} \tag{8}$$

с обозначением

$$W(a,b)=a(\lambda_0\rho_1)\frac{\partial b(\lambda_1\rho_1)}{\partial\rho_1}-b(\lambda_1\rho_1)\frac{\partial a(\lambda_0\rho_1)}{\partial\rho_1}. \tag{9}$$

В формуле (3) слагаемое с $m=0$ не зависит от времени и, следовательно, не дает вклада в поле излучения. Поэтому при рассмотрении поля излучения можно полагать $m\neq0$.

Векторный потенциал электромагнитного поля для интересующего нас в данной работе случая цилиндрического волновода с идеально проводящими стенками получается из приведенных общих формул предельным переходом $\varepsilon_1\to\infty$. Из формул (6)-(9) видно, что $\lambda_1(\varepsilon_1)$ входит только в аргумент функции Ханкеля. После несложных преобразований с учетом асимптотических формул этой функции при больших значениях аргумента [10], находим, что в пределе $\varepsilon_1\to\infty$ коэффициенты (6) принимают следующий вид:

$$B_m^{(\alpha)} = -J_{m+\alpha}(\lambda_0\rho_0)\frac{H_{m+\alpha}(\lambda_0\rho_1)}{J_{m+\alpha}(\lambda_0\rho_1)} -$$
$$-\frac{i\alpha}{\pi\rho_1\lambda_0}\frac{J_{m-\alpha}(\lambda_0\rho_1)}{J_m(\lambda_0\rho_1)J'_m(\lambda_0\rho_1)}\sum_{p=\pm1}\frac{J_{m+p}(\lambda_0\rho_0)}{J_{m+p}(\lambda_0\rho_1)}p. \tag{10}$$

Таким образом, поле внутри цилиндрического волновода задается формулами (3), (4), где коэффициенты $B_m^{(\alpha)}$ определены согласно (10). Заметим, что при $\rho_0 \to \rho_1$ $B_m^{(\alpha)} = -H_{m+\alpha}(\lambda_0\rho_0)$, и с учетом (5) поле (4) стремится к нулю. Этого следовало ожидать, поскольку при приближении заряда к стенкам волновода заряд частицы и ее изображение компенсируют друг друга. Прежде чем перейти к дальнейшим расчетам рассмотрим аналитические свойства $A_{ml}(k_z,\rho)$ в (3), как функцию от комплексной переменной k_z. На первый взгляд, из формул (5), (7), (10) может показаться, что точки $k_z = \pm m\omega_0\sqrt{\varepsilon_0}/c$ являются точками ветвления этой функции. Однако, используя формулы представления цилиндрических функций в виде рядов (см., например, [10]), нетрудно показать, что в действительности $A_{ml}(k_z,\rho)$ является функцией не λ_0, а λ_0^2: $A_{ml} = A_{ml}(\lambda_0^2,\rho)$. Заметим, что логарифмическая особенность $\ln\lambda_0$ (содержащаяся в разложении функции Ханкеля) в $A_{ml}^{(0)}$ сокращается с соответствующей особенностью первого слагаемого в (10). В результате функция $A_{ml}(k_z,\rho)$ оказывается мероморфной в комплексной плоскости k_z. Из формул (5), (10) видно, что эта функция имеет особые точки, соответствующие нулям функции Бесселя $J_m(\lambda_0\rho_1)$ и ее производной:

$$k_z = \pm k_n^{(\sigma)} \equiv \pm\sqrt{\frac{m^2\omega_0^2}{c^2}\varepsilon_0 - \frac{j_{m,n}^{(\sigma)2}}{\rho_1^2}}, \qquad \sigma = 0,1,$$
$$J_m^{(\sigma)}(\lambda_0\rho_1) = J_m^{(\sigma)}(j_{m,n}^{(\sigma)}) = 0, \qquad n = 1,2,..., \tag{11}$$

где $J_m^{(\sigma)}(x) = d^\sigma J_m/dx^\sigma$ (заметим, что в первом и втором слагаемых правой части формулы (10) особенности в нулях функций $J_{m\pm1}(\lambda_0\rho_1)$ сокращаются, и поэтому функции $B_m^{(\pm1)}$ аналитичны в этих точках). В (11) $j_{m,n}^{(\sigma)}$ – положительные нули функции Бесселя $(\sigma = 0)$ и ее производной $(\sigma = 1)$, расположенные в порядке возрастания, $j_{m,n}^{(\sigma)} < j_{m,n+1}^{(\sigma)}$. Все эти нули являются простыми, поэтому приведенные в (11) значения k_z соответствуют простым полюсам функции $A_{ml}(k_z,\rho)$. Они описывают собственные моды цилиндрического волновода и известны под названием ТМ мод в случае $\sigma = 0$ и ТЕ мод в случае $\sigma = 1$ [11].

При действительном ε_0 полюсы (11) расположены на действительной оси комплексной плоскости k_z, если $j_{m,n}^{(\sigma)} \le m\omega_0\rho_1\sqrt{\varepsilon_0}/c$, и чисто мнимы в обратном случае. В формуле (3) для получения однозначного результата в интеграле по k_z следует указать правила обхода действительных полюсов (см. п.3). Для этого заметим, что в физически реальных ситуациях диэлектрическая проницаемость является комплексной: $\varepsilon_0 = \varepsilon_0' + i\varepsilon_0''$, где мнимая часть $\varepsilon_0'' > 0$ определяет затухание в среде. Отсюда следует, что корни $\pm k_n^{(\sigma)}$ из (11) с положительной/отрицательной действительной частью расположены выше/ниже действительной положительной/отрицательной полуоси в комплексной плоскости k_z. Это приводит к следующему правилу обхода полюсов в (3): в интеграле по k_z положительные полюсы следует обходить снизу, а отрицательные – сверху. Отметим также, что если стенки волновода имеют конечную проводимость, то к волновому числу k_z добавляется дополнительная мнимая часть (см., например, [11]), которая приводит к тому же правилу обхода полюсов.

3. Интенсивность излучения в волноводе

В этом разделе мы рассмотрим поле излучения, распространяющееся внутри цилиндра на больших расстояниях от заряда. Во-первых, покажем, что в (4) поля $A_{ml}^{(0)}$ и член, соответствующий первому слагаемому в определении (10), не дают вклада в поле излучения. Это непосредственно следует из оценки интеграла по k_z в (3) методом стационарной фазы (см., например, [12]). Так как в этом интеграле фаза $k_z z$ не имеет стационарной точки, то при больших $|z|$ интеграл стремится к нулю быстрее любой степени $1/|z|$ при условии, что предэкспоненциальная функция принадлежит классу $C^\infty(R)$. Из сказанного следует, что в поле излучения могут дать вклад только особенности предэкспоненциальной функции. Как уже отмечалось в предыдущем разделе, для интеграла по k_z в (3) единственными особенностями являются полюсы второго слагаемого в (10) при $k_z = \pm k_n^{(\sigma)}$, определяемые соотношениями (11). Для нахождения соответствующих вкладов в интеграл заметим, что, как отмечалось выше, с учетом затухания точки $k_z = k_n^{(\sigma)} (-k_n^{(\sigma)})$ расположены в верхней (нижней) полуплоскости комплексной плоскости k_z. Поэтому контур интегрирования по k_z в (3) можно замкнуть полуокружностью большого радиуса в верхней (нижней) полуплоскости при $z > 0 (< 0)$. Такой выбор обусловлен тем, что для достаточно больших z подынтегральная функция экспоненциально стремится к нулю в верхней (нижней) полуплоскости при $z > 0 (< 0)$. В результате при стремлении радиусов полуокружностей к бесконечности соответствующие интегралы обращаются в нуль. Таким образом, при больших $|z|$ в (3) интеграл по k_z, согласно теореме Коши, равен сумме вычетов в полюсах $k_z = k_n^{(\sigma)} (-k_n^{(\sigma)})$ при $z > 0 (< 0)$, умноженной на $2\pi i$. При $\varepsilon_0'' \to 0$ и больших n, когда $j_{m,n}^{(\sigma)} > m\omega_0 \rho_1 \sqrt{\varepsilon_0} / c$, полюсы $\pm k_n^{(\sigma)}$ являются чисто мнимыми и соответствующий вклад экспоненциально стремится к нулю при $z \to \infty$. В результате эти полюсы не дают вклада в поле излучения. Следовательно, поле излучения вдали от заряда запишется в виде

$$A_l(\mathbf{r},t)=2\pi i\sum_{m=-\infty}^{+\infty}e^{im(\varphi-\omega_0 t)}\sum_{\sigma=0,1}\sum_{n=1}^{n_{\max}^{(\sigma)}}\operatorname*{Res}_{k_z=k_n^{(\sigma)}}A_{ml}e^{ik_z z}, \tag{12}$$

где $n_{\max}^{(\sigma)}$ определяется условиями

$$j_{m,n_{\max}^{(\sigma)}}^{(\sigma)}\le\sqrt{\varepsilon_0}m\frac{v}{c}\frac{\rho_1}{\rho_0},\quad j_{m,n_{\max}^{(\sigma)}+1}^{(\sigma)}>\sqrt{\varepsilon_0}m\frac{v}{c}\frac{\rho_1}{\rho_0}. \tag{13}$$

Таким образом, внутри волновода на больших расстояниях от заряда поле представляется в виде волн с дискретным набором значений проекции волнового вектора на ось волновода, $k_z=k_n^{(\sigma)}$, $n=1,2,\ldots,n_{\max}^{(\sigma)}$, определяемых формулой (11). Имея A_{ml}, из условия калибровки Лоренца можно вычислить скалярный потенциал, а тем самим и напряженности электромагнитного поля. Их можно представить в виде сумм ТЕ и ТМ волн:

$$F_l(\mathbf{r},t)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty}e^{im(\varphi-\omega_0 t)}\sum_{\sigma=0,1}\sum_{n=1}^{n_{\max}^{(\sigma)}}F_{ml}^{(\sigma)}(j_{m,n}^{(\sigma)},\rho),\ \ F=E,H. \tag{14}$$

Для z-компонент полей элементарных волн имеем

$$\begin{gathered}E_{m3}^{(0)}=-\frac{2q}{\varepsilon_0\rho_1^2}\frac{J_m(j_{m,n}^{(0)}\frac{\rho_0}{\rho_1})}{J_m'^2(j_{m,n}^{(0)})}J_m(j_{m,n}^{(0)}\frac{\rho}{\rho_1}),\ \ H_{m3}^{(0)}=0,\ \text{ТМ},\\ H_{m3}^{(1)}=\frac{2qvi}{c\rho_1}\frac{j_{m,n}^{(1)2}}{k_n^{(1)}\rho_1(m^2-j_{m,n}^{(1)2})}\frac{J_m'(j_{m,n}^{(1)}\frac{\rho_0}{\rho_1})}{J_m^2(j_{m,n}^{(1)})}J_m(j_{m,n}^{(1)}\frac{\rho}{\rho_1}),\ \ E_{m3}^{(1)}=0,\ \text{ТЕ}.\end{gathered} \tag{15}$$

Поперечные компоненты можно найти из формул (см., например, [11])

$$\begin{gathered}\mathbf{E}_{ml}^{(0)}=\frac{ik_n^{(0)}\rho_1^2}{j_{m,n}^{(0)2}}\nabla_t\psi,\quad \mathbf{H}_{ml}^{(0)}=\frac{\varepsilon_0 m\omega_0}{ck_n^{(0)}}\left[\mathbf{e}_3\mathbf{E}_{ml}^{(0)}\right],\\ \mathbf{H}_{ml}^{(1)}=\frac{ik_n^{(1)}\rho_1^2}{j_{m,n}^{(1)2}}\nabla_t\psi,\quad \mathbf{E}_{ml}^{(1)}=-\frac{m\omega_0}{ck_n^{(1)}}\left[\mathbf{e}_3\mathbf{H}_{ml}^{(1)}\right],\end{gathered} \tag{16}$$

где $\psi=E_{m3}^{(0)}$ для ТМ-волн и $\psi=H_{m3}^{(1)}$ для ТЕ-волн, $\nabla_t=(\partial/\partial\rho, im/\rho,0)$, $\mathbf{e}_3$ – единичный вектор, направленный вдоль оси z. Поток энергии через сечение волновода за единицу времени дается действительной частью вектора Пойнтинга $\mathbf{S}$:

$$I=\int_0^{\rho_1}\rho\,d\rho\int_0^{2\pi}d\varphi(\mathbf{e}_3\cdot\mathbf{S}),\quad \mathbf{S}=\frac{c}{4\pi}[\mathbf{EH}], \tag{17}$$

где поля определяются разложениями (14). Подставляя эти разложения в (17) и используя формулы для интегралов, содержащих произведения функций Бесселя [13], можно убедиться, что вклад членов $[\mathbf{E}_m^{(\sigma)}(j_{m,n}^{(\sigma)},\rho)\mathbf{H}_{m'}^{(\sigma')^*}(j_{m',n'}^{(\sigma')},\rho)]$ пропорционален $\delta_{mm'}\delta_{nn'}\delta_{\sigma\sigma'}$. В результате интенсивность I можно представить в виде суммы интенсивностей излучения на отдельных модах:

$$I=\sum_{m=1}^{+\infty}(\sum_{n=1}^{n_{\max}^{(1)}}I_{mn}^{(TE)}+\sum_{n=1}^{n_{\max}^{(0)}}I_{mn}^{(TM)}), \tag{18}$$

где энергия, излученная на частоте $\omega=m\omega_0$ в виде ТЕ и ТМ мод за один период вращения частицы определяется формулами

$$\begin{aligned} I_m^{(TM)}&=\sum_{n=1}^{n_{\max}^{(0)}}I_{mn}^{(TM)}, \quad I_{mn}^{(TM)}=\frac{2q^2\mathrm{v}m}{\varepsilon_0\rho_0}\frac{k_n^{(0)}}{j_{m,n}^{(0)2}}\frac{J_m^2(j_{m,n}^{(0)}\rho_0/\rho_1)}{J_{m+1}^2(j_{m,n}^{(0)})},\\ I_m^{(TE)}&=\sum_{n=1}^{n_{\max}^{(1)}}I_{mn}^{(TE)}, \quad I_{mn}^{(TE)}=\frac{2q^2\mathrm{v}^3m}{\rho_1^2\rho_0c^2}\frac{j_{m,n}^{(1)2}}{k_n^{(1)}}\frac{J_m'^2(j_{m,n}^{(1)}\rho_0/\rho_1)}{(j_{m,n}^{(1)2}-m^2)J_m^2(j_{m,n}^{(1)})}. \end{aligned} \tag{19}$$

В этих выражениях слагаемые с фиксированным n соответствуют волнам с заданным значением $k_z=k_n^{(\sigma)}$ проекции волнового вектора на ось волновода. Отметим, что при $\rho_0\to\rho_1$ излучение обращается в нуль. Заметим также, что необходимым условием наличия излучения данного типа на заданной частоте $\omega=m\omega_0$ является

$$m\omega_0>\omega_{m,1}^{(\sigma)}, \quad \omega_{m,n}^{(\sigma)}=c\frac{j_{m,n}^{(\sigma)}}{\rho_1\sqrt{\varepsilon_0}}, \tag{20}$$

где мы ввели понятие граничной частоты $\omega_{m,n}^{(\sigma)}$ при заданном m,n для данного типа волн $(\sigma=0,1)$. Записанное через скорость заряда оно имеет вид $\mathrm{v}\sqrt{\varepsilon_0}/c>(j_{m,1}^{(\sigma)}/m)(\rho_0/\rho_1)$. В частности, с учетом неравенства $j_{m,n}^{(\sigma)}\geq m$ (см., например, [10]) отсюда, в качестве необходимого условия наличия потока излучения через поперечное сечение волновода, получим $\mathrm{v}\sqrt{\varepsilon_0}/c>\rho_0/\rho_1$. Заметим, что граничная частота $\omega_{m,n}^{(\sigma)}$ является характеристикой волновода и не зависит от параметров заряда (энергии, радиуса вращения). В формулах (19) величины $k_n^{(\sigma)}$ выражаются через граничную частоту формулой

$$k_n^{(\sigma)}=\frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{c}\sqrt{m^2\omega_0^2-\omega_{m,n}^{(\sigma)2}}. \tag{21}$$

Из (19), (21) следует, что если заряд вращается с частотой $\omega_0=\omega_{m,n}^{(\sigma)}/m$, т.е. если частота излучения совпадает с одной из граничных частот (20), интенсивность излучения ТЕ волн обращается в бесконечность. Заметим, что при этом проекция $k_z=k_n^{(\sigma)}$ обращается в нуль. Однако следует иметь в виду, что в этих условиях становится важным затухание в среде и в стенках волновода, и поэтому следует учесть мнимую часть ε_0'' диэлектрической проницаемости среды наполнения и конечную проводимость стенок волновода (постоянная затухания в стенках волновода в зависимости от проводимости приведена, например, в [11]). Таким образом, формулы (19) справедливы для частот, не слишком близких к граничным, когда $k_n^{(\sigma)} >> \beta_\lambda,\ m\omega_0\sqrt{\varepsilon_0''}/c$, где β_λ – постоянная затухания, обусловленная омическими потерями в стенках волновода.

Рассмотрим теперь предельный случай больших значений радиуса волновода $\rho_1 \to \infty$ (аналогичный переход для черенковского излучения см., например, в [14]). В этом случае основной вклад в интенсивность излучения дают большие значения $j_{m,n}^{(\sigma)}$, когда можно воспользоваться асимптотической формулой [10]

$$j_{m,n}^{(\sigma)} \sim \pi\left(n+\frac{m}{2}-\frac{(-1)^\sigma}{4}\right). \tag{22}$$

Из этого соотношения видно, что $\Delta\lambda_0 = (j_{m,n+1}^{(\sigma)} - j_{m,n}^{(\sigma)})/\rho_1 = \pi/\rho_1$. Теперь деля и умножая выражения (19) на π/ρ_1 и переходя к пределу при $\rho_1 \to \infty$, суммирование по n можно заменить интегрированием по λ_0. В результате получим

$$\begin{aligned} I_{0m}^{(TM)} &= \frac{q^2 \mathrm{v} m}{\varepsilon_0 \rho_0} \int_0^{m\omega_0\sqrt{\varepsilon_0}/c} \frac{\sqrt{m^2\omega_0^2\varepsilon_0/c^2-\lambda_0^2}}{\lambda_0} J_m^2(\lambda_0\rho_0)\,d\lambda_0, \\ I_{0m}^{(TE)} &= \frac{q^2 \mathrm{v}^3 m}{c^2 \rho_0} \int_0^{m\omega_0\sqrt{\varepsilon_0}/c} \frac{\lambda_0}{\sqrt{m^2\omega_0^2\varepsilon_0/c^2-\lambda_0^2}} J_m'^2(\lambda_0\rho_0)\,d\lambda_0. \end{aligned} \tag{23}$$

Введя новую переменную интегрирования θ согласно $\lambda_0 \equiv (m\omega_0\sqrt{\varepsilon_0}/c)\sin\theta$, для полной интенсивности излучения (включая области $z>0$ и $z<0$) с частотой $\omega = m\omega_0$ в пределе $\rho_1 \to \infty$ получим

$$\begin{aligned} I_{0m} &= 2(I_{0m}^{(TE)} + I_{0m}^{(TM)}) = \frac{2q^2m^2\omega_0^2}{c\sqrt{\varepsilon_0}}\times \\ &\times \int_0^{\pi/2} \left[\operatorname{ctg}^2\theta J_m^2\left(\frac{m\mathrm{v}}{c}\sqrt{\varepsilon_0}\sin\theta\right) + \frac{\mathrm{v}^2}{c^2}\varepsilon_0 J_m'^2\left(\frac{m\mathrm{v}}{c}\sqrt{\varepsilon_0}\sin\theta\right)\right]\sin\theta\,d\theta. \end{aligned} \tag{24}$$

Эта формула совпадает с выражением интенсивности излучения точечного заряда, вращающегося в однородной среде [3,4].

Нами были проведены численные расчеты интенсивностей I_{TM} и I_{TE} для различных значений параметров ε_0, ρ_1/ρ_0. На рис.1 и 2 приведены интенсивности излучения на фиксированной гармонике $m = 24$ в зависимости от отношения ρ_1/ρ_0 для электрона с энергией 2 MeV при

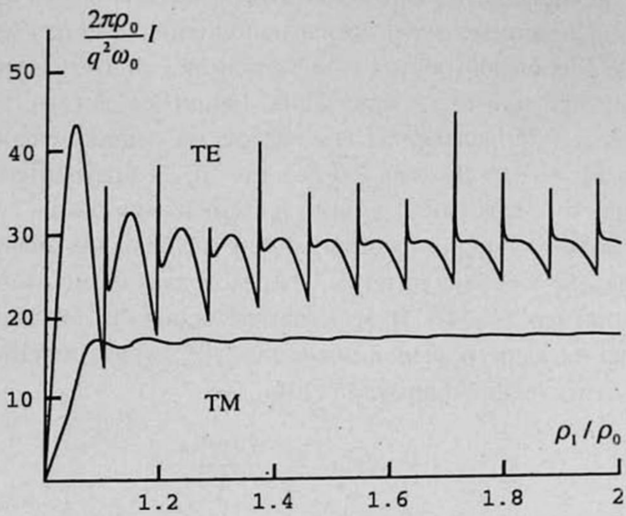

Рис.1. Энергия, излучаемая на гармонике $m = 24$, в виде TE и TM мод за один период вращения электрона, $2\pi I/\omega_0$, в зависимости от отношения радиуса волновода к радиусу орбиты вращения для электрона с энергией 2 MeV. Диэлектрическая проницаемость среды наполнения $\varepsilon_0 = 3$.

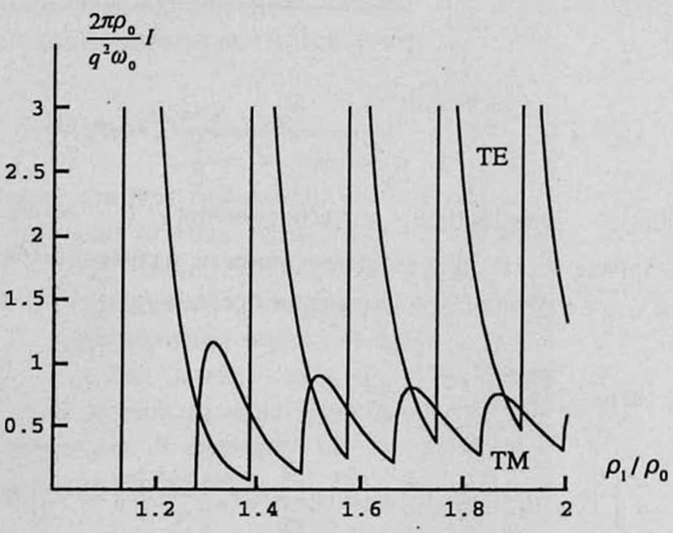

Рис.2. То же, что и на рис.1, для $\varepsilon_0 = 1$.

значениях $\varepsilon_0 = 3$ и $\varepsilon_0 = 1$, соответственно. Узкие пики в графиках интенсивностей TE волн соответствуют особенностям на граничных частотах $\omega_{m,n}^{(\sigma)}$. Для значений параметров, соответствующих рис.1, $v\sqrt{\varepsilon_0}/c \approx 1.67$ и условие Черенкова выполнено. Поскольку $j_{m,1}^{(0)}/m \approx 1.24$, $j_{m,1}^{(1)}/m \approx 1.1$, то условие (20) также выполнено для всех значений отношения $\rho_1/\rho_0 \geq 1$.

В результате излучение отлично от нуля при любых $\rho_1 / \rho_0 > 1$. Для значений же параметров рис.2 условие Черенкова не выполнено ($v\sqrt{\varepsilon_0} / c \approx 0.97$) и излучение является чисто магнитно-тормозным. Заметим, что в этом случае излучение намного слабее по сравнению со случаем рис.1. Теперь существует область значений отношения ρ_1 / ρ_0, для которой условие (20) нарушено и излучение отсутствует. Это хорошо видно на рис.2. Нами были проведены численные расчеты также для энергии электрона, равной 0.6 MeV, при тех же значениях остальных параметров, что и на рис.1. В этом случае условие Черенкова не выполнено и, как показали расчеты, качественное поведение величин I_{TM} и I_{TE} в зависимости от отношения ρ_1 / ρ_0 подобно приведенному на рис.2, а интенсивность излучения намного слабее по сравнению со случаем рис.1.

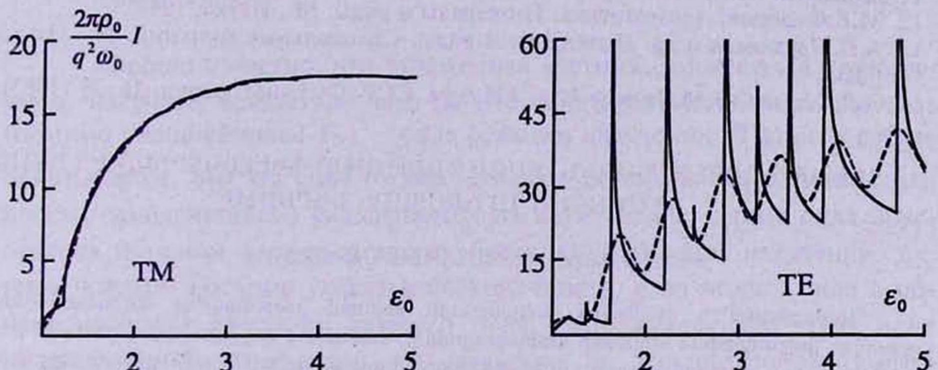

Рис.3. Зависимость от диэлектрической проницаемости интенсивностей излучения электрона в виде TM и TE волн в волноводе (сплошные кривые) и в однородной среде (пунктирные кривые) на гармонике $m = 24$. Энергия электрона равна 2 MeV, $\rho_1 / \rho_0 = 1.5$.

Для сравнения на рис.3 приведены зависимости от диэлектрической проницаемости интенсивностей излучения электрона в виде TM и TE волн в волноводе и в однородной среде на гармонике $m = 24$. Энергия электрона равна 2 MeV, $\rho_1 / \rho_0 = 1.5$. Отметим возрастание интенсивностей обоих типов излучения с ростом диэлектрической проницаемости.

Авторы выражают благодарность Л.Ш.Григоряну и Г.Ф.Хачатряну за многочисленные стимулирующие обсуждения и ценные замечания.

Работа выполнена в рамках гранта 00578 Министерства образования и науки РА.

ЛИТЕРАТУРА

1. **А.А.Соколов, И.М.Тернов.** Релятивистский электрон. М., Наука, 1983.
2. **И.М.Тернов.** УФН, **165**, 429 (1995).
3. **В.Н.Цытович.** Вестник МГУ, **11**, 27 (1951).
4. **K.Kitao.** Progr. Theor. Phys., **23**, 759 (1960).
5. **В.П.Зрелов.** Излучение Вавилова-Черенкова и его применение в физике высоких энергий. М., Атомиздат, 1968.
6. **С.Р.Арзуманян, Л.Ш.Григорян, Х.В.Котанджян, А.А.Саарян.** Изв. НАН Армении, Физика, **30**, 106 (1995).
7. **Л.Ш.Григорян, Г.Ф.Хачатрян, С.Р.Арзуманян.** Изв. НАН Армении, Физика, **33**, 267 (1998).
8. **Л.Ш.Григорян, А.С.Котанджян, А.А.Саарян.** Изв. НАН Армении, Физика. **30**, 239 (1995).
9. **А.С.Котанджян, Г.Ф.Хачатрян, А.В.Петросян, А.А.Саарян.** Изв. НАН Армении, Физика, **35**, 115 (2000).
10. Справочник по специальным функциям. Под ред. **М.Абрамовица** и **И.Стиган.** М., Наука, 1979.
11. **Дж.Джексон.** Классическая электродинамика. М., Мир, 1965.
12. **М.В.Федорюк.** Асимптотика: Интегралы и ряды. М., Наука, 1987.
13. **А.П.Прудников и др.** Интегралы и ряды. Специальные функции. М., Наука, 1983.
14. **Э.Д.Газазян, Э.М.Лазиев.** Изв. АН Арм. ССР, Физ.-мат. науки, **16**, 79 (1963).

ԼԻՑՔԻ ՍԻՆՔՐՈՏՐՈՆԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ ԴԻԷԼԵԿՏՐԻԿՈՎ ԼՑՎԱԾ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ԱԼԻՔԱՏԱՐԻ ՆԵՐՍՈՒՄ

Ա.Ս. ՔՈԹԱՆՋՅԱՆ, Ա.Ա. ՍԱՀԱՐՅԱՆ

Դիտարկված է գլանային ալիքատարի ներսում շրջանագծով հավասարաչափ պտտվող լիցքավորված մասնիկի ճառագայթումը: Գտնված է ալիքատարի լայնական հատույթով ճառագայթման էներգիայի հոսքի արտահայտությունը TE և TM տիպի ալիքների համար: Բերված են համապատասխան ինտենսիվությունների թվային հաշվարկների արդյունքները կախված ալիքատարի ու լիցքի պտտման ուղեծրի շառավիղների հարաբերությունից և միջավայրի դիէլեկտրական թափանցելիությունից: Ստացված արդյունքները համեմատվում են համասեռ միջավայրում լիցքի սինքրոտրոնային ճառագայթման ինտենսիվության հետ:

SYNCHROTRON RADIATION FROM A CHARGE INSIDE A CYLINDRICAL WAVEGUIDE WITH DIELECTRIC FILLING

A.S. KOTANJYAN, A.A. SAHARIAN

The radiation from a charged particle moving uniformly along the circle inside a cylindrical waveguide is considered. The expression for the energy flux of radiation through the waveguide cross-section is found for TE and TM waves. The results of numerical calculations are presented for the corresponding intensities depending on the waveguide radius, the radius of the charge rotation orbit and dielectric permittivity of the filling medium. The results are compared with the intensity of the synchrotron radiation in a homogeneous medium.