

УДК 621.315

ПРИМЕСНЫЕ УРОВНИ В ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ КВАНТОВОЙ ЯМЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Э.М. КАЗАРЯН, Л.С. ПЕТРОСЯН, А.А. САРКИСЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 14 апреля 2001 г.)

В адиабатическом приближении исследованы примесные состояния в квантовой точке с параболическим ограничивающим потенциалом. Получены аналитические выражения для энергий основного и возбужденных состояний. Показано, что влияние стенок ямы приводит к поднятию основного энергетического уровня.

1. Введение

Исследование водородоподобных образований в низкоразмерных полупроводниковых структурах продолжает привлекать большое внимание в связи с технологическими возможностями получения и экспериментального изучения физических свойств и практических приложений 0D, 1D и 2D структур [1-3]. Это обусловлено, с одной стороны, возможностями приложения полученных результатов в высокие технологии. А с другой стороны – рядом задач фундаментального характера, связанных, в частности, с исследованием поведения водородоподобных систем в сильных внешних полях (например, в магнитном поле).

Как известно, в полупроводниках из-за малости эффективной массы носителей заряда экстремально сильные магнитные поля, приводящие водородоподобные системы к "игольчатой" структуре, реализуются при величинах $H \sim 10^5$ Э.

Рассмотрение поведения водородоподобного атома в экстремально сильном магнитном поле было проведено в работе [4], где, в частности, было показано, что трехмерная задача сводится к одномерной с эффективным потенциалом, меняющимся вдоль поля. Аналогичная задача, но уже с учетом непараболичности закона дисперсии примесного электрона решена в [5].

При изучении примесных состояний в низкоразмерных структурах возникает необходимость учета дополнительного пространственного ограничения на примесные уровни. Были предложены различные

модели ограничивающего потенциала квантовых ям (КЯ): бесконечно глубокая сферическая яма [6], сферическая яма конечной глубины [7] и т.д.

В начале 90-ых годов в связи с исследованиями магнитооптических свойств КЯ с несколькими электронами было доказано обобщение теоремы Кона на случай таких систем (см., например, [8,9]). Поэтому возникла необходимость такой аппроксимации ограничивающего потенциала ямы, при которой имело бы место обобщение теоремы Кона. В работах [8-11] было предложено аппроксимировать этот потенциал параболическим $V_{conf}(r) = \gamma r^2$.

В связи с этим представляет интерес также изучение примесных состояний в сильном магнитном поле в том случае, когда примесь находится в центре сферической КЯ с параболическим ограничивающим потенциалом.

2. Теория

Ограничивающий потенциал КЯ имеет вид

$$V_{conf}(r) = \frac{\mu \omega^2 r^2}{2}, \quad (1)$$

где μ – эффективная масса электрона (для GaAs $\mu = 0,067m_e$). Частота ограничивающего потенциала ω определяется из соотношения

$$\omega \sim \frac{\hbar}{\mu r_0^2}, \quad (2)$$

где r_0 – радиус КЯ.

Уравнение Шредингера для примесного электрона, находящегося под действием сильного магнитного поля в такой КЯ, запишется в виде

$$\left\{ \frac{1}{2\mu} \left(\hat{\mathbf{p}} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 + \frac{\mu \omega^2 r^2}{2} - \frac{e^2}{\epsilon_d r} \right\} \Psi = E \Psi, \quad (3)$$

где ϵ_d – диэлектрическая проницаемость полупроводника (для GaAs $\epsilon_d = 13,18$).

Рассмотрим задачу в цилиндрических координатах $\{\rho, \varphi, z\}$. Направляя ось z вдоль магнитного поля $\mathbf{H}$ и взяв компоненты вектор-потенциала в виде $\mathbf{A} \{A_\varphi = H\rho/2, A_z = A_\rho = 0\}$, уравнение (3) запишется как

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) - \frac{i\hbar \omega_H}{2} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{\mu \omega_H^2 \rho^2}{8} + \frac{\mu \omega^2 (\rho^2 + z^2)}{2} - \frac{e^2}{\epsilon_d \sqrt{\rho^2 + z^2}} \right\} \Psi = E \Psi, \quad (4)$$

где $\omega_H = \frac{eH}{\mu c}$ – циклотронная частота.

Задачу будем решать в адиабатическом приближении. Согласно [12], это приближение хорошо реализуется при полях $H \sim 10^5$ Э, когда выполняются условия

$$a_H < a_B \leq a_w, \quad (5)$$

где $a_H = \sqrt{\hbar/\mu\omega_H}$ – магнитная длина, a_B – эффективный боровский радиус, $a_w = \sqrt{\hbar/\mu\omega}$ – осцилляторная длина ограничивающего параболического потенциала.

Тогда известно, что влияние стенок и кулонова поля примеси на движение электрона в поперечной к $\mathbf{H}$ плоскости можно рассматривать как малое возмущение [12], которое не меняет дискретного характера энергетического спектра в этой плоскости. Соответственно этому волновые функции можно выбрать в виде произведения радиальной $R_{n_\rho, m}(\rho)$ и угловой $\Phi_m(\varphi)$ функций на функцию $\chi(z)$, описывающую движение электрона вдоль поля [12], т. е.

$$\Psi_{n_\rho, m}(\rho, \varphi, z) = \Phi_m(\varphi) R_{n_\rho, m}(\rho) \chi(z), \quad (6)$$

где

$$R_{n_\rho, m}(\rho) = \frac{1}{a_H^{1+|m|}} \left[\frac{(|m|+n_\rho)!}{2^{|m|-1} n_\rho! |m|!} \right]^{1/2} e^{-\frac{\rho^2}{2a_H^2}} \rho^{|m|} F\left[-n_\rho, |m|+1; \frac{\rho^2}{2a_H^2}\right], \quad (7)$$

$$\Phi_m(\varphi) = \frac{1}{2\pi} e^{im\varphi}, \quad (8)$$

где n_ρ и m – соответственно радиальное и магнитное квантовые числа, а $F[a, b; x]$ есть вырожденная гипергеометрическая функция. Сначала рассмотрим основное состояние, которому соответствуют квантовые числа $n_\rho = m = 0$. Подставив в уравнение (4) Ψ_{00} , умножив его на $R_{00}(\rho)$ и проинтегрировав по радиус-вектору, для $\chi_0(z)$ получим одномерное уравнение Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \chi_0''(z) + \bar{U}(z) \chi_0(z) = \varepsilon_0 \chi_0(z), \quad (9)$$

где усредненный потенциал $\bar{U}(z)$ запишется как

$$\begin{aligned} \bar{U}(z) &= \int_0^\infty U(\sqrt{z^2 + \rho^2}) R_{00}^2(\rho) \rho d\rho = \\ &= \int_0^\infty \frac{2}{a_H^2} \left[\frac{\mu\omega^2(\rho^2 + z^2)}{2} - \frac{e^2}{\varepsilon_d \sqrt{\rho^2 + z^2}} \right] e^{-\frac{\rho^2}{2a_H^2}} \rho d\rho, \end{aligned} \quad (10)$$

а энергия ε_0 выражается через энергию E_0 основного состояния системы как

$$\varepsilon_0 = E_0 - \frac{\hbar\omega_H}{2}. \quad (11)$$

С учетом условий (5) для основного уровня энергии согласно [13] имеем

$$\varepsilon_0 = -\frac{\mu}{2\hbar^2} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \bar{U}(z) dz \right]^2. \quad (12)$$

С учетом реальной ситуации [13] пределы интегрирования в (12) можно ограничить снизу при $|z| \sim a_H$, а сверху $|z| \sim a_B$ (т.к. $a_B \leq a_w$). После интегрирования окончательно для E_0 получим:

$$E_0 = \frac{\hbar\omega_H}{2} - \frac{\mu}{2\hbar^2} \left[\frac{\mu\omega^2(a_B^3 + 3a_H^2a_B - 4a_H^3)}{6} - \frac{2e^2}{\varepsilon_d} \ln \frac{a_B}{a_H} \right]^2. \quad (13)$$

Что касается возбужденных уровней, то их можно теоретически вычислить в случае полей $H \sim 10^6$ Э [13], когда $|z| \gg \rho$. Тогда в уравнении (9) можно пренебречь ρ по сравнению с z и написать его в виде

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \chi''(z) + \left[\frac{\mu\omega^2 z^2}{2} - \frac{e^2}{\varepsilon_d z} \right] \chi(z) = \varepsilon \chi(z). \quad (14)$$

При значениях $r_0 > 150 \text{ \AA}$ осцилляторным членом можно пренебречь. Окончательно для определения возбужденных уровней придем к уравнению

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \chi''(z) - \frac{e^2}{\varepsilon_d z} \chi(z) = \varepsilon \chi(z), \quad (15)$$

совпадающем по форме с уравнением для волновых функций s -состояний трехмерной кулоновской задачи. Следовательно, искомые уровни даются выражением

$$E_n = \frac{\hbar\omega_H}{2} - \frac{\mu e^4}{2\hbar^2 \varepsilon_d^2 n^2}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (16)$$

3. Заключение

Как следует из формулы (13), учет влияния ограничивающего потенциала микрокристалла на энергетические уровни водородоподобной примеси в сильном магнитном поле приводит к поднятию уровней. Этого и следовало ожидать, т.к. дополнительный член, учитывающий

взаимодействие примеси со стенками микрокристалла, входит в гамильтониан с обратным кулоновскому члену знаком. Из той же формулы видно, что при $\omega \rightarrow 0$ ($r_0 \rightarrow \infty$) уровни данной задачи стремятся к хорошо известным уровням водородоподобной примеси в сильном магнитном поле [13].

Таким образом, условие экстремальности магнитного поля дает возможность аналитического вычисления примесных уровней в параболических КЯ.

Данная работа выполнена в рамках международной программы INTAS (грант №99-00928).

ЛИТЕРАТУРА

1. M.Bayer, P.Ils, M.Michel, A.Forchel. Phys. Rev. B, 53, 4668 (1996).
2. P.Barmby, J.Dunn, C.Bates. Phys. Rev. B, 54, 8566 (1996).
3. C.Bose, C.Sarkar. Physica B, 253, 238 (1998).
4. R.Elliott, R.Loudon. J. Phys. Chem. Sol., 8, 382 (1959).
5. A.Avetisyan, A.Djotyan, E.Kazaryan, H.Sarkisyan. Phys. Stat. Solidi (b), 214, 91 (1999).
6. D.Chuu, C.Hsiao, W.Mei. Phys. Rev. B, 46, 3898 (1992).
7. А.С.Гаспарян, Э.М.Казарян. Изв. НАН Армении, Физика, 32, 83 (1997).
8. P.Maksym and T.Chakraborty. Phys. Rev. Lett., 65, 108 (1990).
9. F.Peeters. Phys. Rev. B, 42, 1486 (1990).
10. Q.Li et al. Phys. Rev. B, 43, 5151 (1991).
11. M.Dineykh and R.Nazmitdinov. Phys. Rev. B, 55, 13707 (1997).
12. Р.Сейсян. Спектроскопия диамагнитного экситона. М., Наука, 1984.
13. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика. М., Наука, 1989.

ԽԱՌՆՈՒՐԴԱՅԻՆ ՎԻՃԱԿՆԵՐԸ ՊԱՐԱԲՈԼԱՅԻՆ ԲՎԱՆՏԱՅԻՆ ՓՈՍՈՒՄ ՈՒԺԵՂ ՄԱԳՆԻՏԱԿԱՆ ԴԱՇՏԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՄԲ

Է.Մ. ԿԱԶԱՐՅԱՆ, Լ.Ս. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ, Հ.Ա. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

Աղիարատ մոտավորությամբ հետազոտված են խառնուրդային վիճակները պարաբոլային սահմանափակող պոտենցիալով քվանտային հորում: Հիմնական և զրգրված վիճակների էներգիաների համար ստացված են վերլուծական արտահայտություններ: Ցույց է տրված, որ հորի պատերի ազդեցությունը բերում է հիմնական էներգիական մակարդակի բարձրացմանը:

IMPURITY LEVELS IN A PARABOLIC QUANTUM WELL UNDER ACTION OF A STRONG MAGNETIC FIELD

E.M. KAZARYAN, L.S. PETROSYAN, H.A. SARKISYAN

Hydrogen-like impurity states under strong magnetic field, in a spherical quantum dot (QD), are studied in the adiabatic approximation. Analytical expressions for the energies of the impurity states are obtained. It is shown that the influence of QD walls on impurity states leads to the rise of the ground energy level.