Известия НАН Армении, Физика, т.36, №5, с.248-254 (2001)

УДК 621.373

# СОЛИТОННОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ФЕМТОСЕКУНДНОГО ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА В СРЕДЕ С АНОМАЛЬНОЙ ДИСПЕРСИЕЙ И НЕЛИНЕЙНОЙ ДИССИПАЦИЕЙ

Д.Л. ОГАНЕСЯН

Ереванский НИИ оптико-физических измерений

(Поступила в редакцию 14 марта 2001 г.)

Получена стационарная форма фемтосекундного импульса, распространяющегося в нелинейной дисперсной среде с аномальной дисперсией и нелинейной диссипацией энергии. Показано, что при нулевых потерях для солитонного распространения фемтосекундных импульсов значение интенсивности ($E_0^2$), при котором имеет место солитонное распространение, обратно пропорционально степени 2/3 длительности импульса ($E_0^2 \sim 1/\tau_0^{2/3}$). Получена аналитическая зависимость периода воспроизведения временного профиля интенсивности солитона от амплитуды при нулевых потерях.

Известно, что при прохождении пико- и фемтосекундных лазерных импульсов через оптически нелинейную дисперсную среду с аномальной дисперсией баланс дисперсии и нелинейности приводит к формированию устойчивых импульсов, оптических солитонов, сохраняющих практически неизменную форму при распространении на расстояния , превышающие собственную длину импульса $l = c \cdot \tau_0$ в $10^6$–$10^7$ раз [1,2]. При этом структурная устойчивость формы импульса определяется величиной суммарных потерь и пиковой мощностью импульса [3].

В работе [4] было получено численное решение волнового уравнения, отличного от нелинейного уравнения Шредингера, описывающего дисперсное нелинейное распространение фемтосекундного лазерного импульса длительностью 80 фс (длина волны $\lambda_0 = 1.3$ мкм) в среде с нормальной дисперсией и кубичной нелинейностью.

В данной статье приводится стационарная форма фемтосекундного импульса, распространяющегося в дисперсной среде с аномальной дисперсией и кубичной нелинейностью (плавленый кварц) с учетом нелинейной диссипации энергии, полученная в результате аналитического решения нелинейного волнового уравнения, отличного от нелинейного уравнения Шредингера.

Согласно [4], при $\omega_0 \cdot \tau_0 \geq 200/\pi$ (где $\omega_0$ – несущая частота импульса, $\tau_0$ – длительность импульса) уравнение, описывающее дисперсное нелинейное распространение фемтосекундного лазерного импульса в среде с кубичной нелинейностью с учетом линейной дисперсии второго порядка и нелинейной диссипациии энергии $\mathrm{Im}(\chi_0^{(3)})$, имеет следующий вид:

$$\Phi'_\xi - A\cdot\left|\Phi\right|^2\cdot\Phi'_\eta + B\cdot\Phi'''_\eta + j\cdot\delta\cdot\left|\Phi\right|^2\cdot\Phi'_\eta = 0\,. \qquad (1)$$

Здесь $A = \pi\chi_0^{(3)}\cdot E_0^2 / n_0^2$, $\chi_0^{(3)}$ – низкочастотный предел фурье-образа нелинейной восприимчивости среды третьего порядка $\chi_0^{(3)}(t_1,t_2,t_3)$, $\delta = \pi\cdot\mathrm{Im}(\chi_0^{(3)})\cdot E_0^2/n_0^2$, $E_0$ – максимальное значение действительной амплитуды вектора напряженности электрического поля, $n_0$ – линейная часть показателя преломления, $B = \pi\alpha_2 /(n_0^2\cdot\tau_0^2)$,

$$\alpha_2 = -\int_0^\infty \tau^2\alpha(\tau)d\tau\,, \qquad (2)$$

$\alpha(\tau)$ – линейная вопримчивость среды, $\Phi = E/E_0$ – нормированное действительное значение вектора напряженности электрического поля в среде, $\xi = zn_0/(c\tau_0)$, $\eta = zn_0/(c\tau_0) - t/\tau_0$, $c$ – скорость света в вакууме.

Нелинейная диссипация энергии может быть обусловлена как двухфотонным, так и ВКР поглощением [3].

Известно, что в спектральном диапазоне, соответствующем аномальной дисперсии групповой скорости ($\alpha_0 < 0$), совместное проявление дисперсии и нелинейности имеет характер конкуренции и при определенном уровне входной мощности и нулевых потерях приводит к сохранению формы распространяющегося импульса [1]. Солитонное решение уравнения (1), в предположении малости $\delta$, будем искать методом возмущений.

Как видно из (1), при $\delta = 0$ безразмерный параметр

$$\gamma = \frac{|B|}{A^3} = \frac{|\alpha_2|}{\pi^2(\chi_0{}^{(3)})^3\cdot\tau_0{}^2\cdot E_0{}^6} \qquad (3)$$

равен отношению характерных дисперсионных $(\tau_0^2/|\alpha_2|)$ и нелинейных $(\pi^2\cdot(\chi_0^{(3)}\cdot E_0^2)^3)^{-1}$ длин, и позволяет оценивать их относительный вклад в искажение формы сигнала. При $\gamma = 1$ дисперсионное расплывание импульса точно компенсируется нелинейным сжатием.

Следует отметить, что если при нулевых потерях для солитонного распространения пикосекундных импульсов значение интенсивности $(E_0^2)$, при котором имеет место солитонное распространение, обратно пропорционально квадрату длительности $(E_0^2 \sim 1/\tau_0^2)$ [2], то согласно (3), в случае фемтосекундных импульсов интенсивность, при которой имеет место солитонное распространение, обратно пропорциональна степени 2/3 длительности импульса $(E_0^2 \sim 1/\tau_0^{2/3})$.

В общем случае стационарную форму импульса можно найти, полагая в (1)

$$\Phi(\xi,\eta)=(a_0(\eta)+\mu\cdot a(\xi))\cdot\cos((K_0+\mu\cdot K(\xi)\xi-\Omega_0\eta), \tag{4}$$

где $K_0$ – волновое число стационарного импульса в отсутствие диссипации, $\Omega_0$ – частота стационарного импульса, $a_0(\eta)$ – амплитуда стационарного импульса в отсутствие диссипации, $\mu$ – малый параметр, $a(\xi)$ – поправка к $a_0(\eta)$, а $K(\xi)$ – поправка к $K_0$ при малых значениях потерь $\delta$. При представлении решения (1) в виде (4) предполагается, что по мере распространения импульса изменением частоты в случае малых потерь пренебрегаем, как величиной порядка $\mu^2$.

При $\delta=0$, подставляя (4) в (1), получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases}-K_0\cdot a_0-A\cdot a_0{}^3\cdot\Omega_0+3B\cdot\Omega_0\cdot a''_{0\eta}-B\cdot\Omega_0{}^3\cdot a_0=0,\\ -A\cdot a_0{}^2\cdot a'_{0\eta}+B\cdot a'''_{0\eta}-3B\cdot\Omega_0{}^2\cdot a'_{0\eta}=0.\end{cases} \tag{5}$$

После интегрирования второго уравнения системы (5), с учетом того, что $a_0(\eta)$, $a'_{0\eta}(\eta)$, $a''_{0\eta}(\eta)\to 0$ при $|\eta|\to\infty$, что соответствует распространению солитона в невозмущенной среде, получаем следующее уравнение:

$$\left(\frac{\partial a_0}{\partial\eta}\right)^2=\frac{A}{6B}\cdot a_0{}^4+3\cdot\Omega_0{}^2\cdot a_0{}^2. \tag{6}$$

Умножая последнее уравнение системы (5) на $a'_{0\eta}(\eta)$ и интегрируя, получаем

$$\left(\frac{\partial a_0}{\partial\eta}\right)^2=\frac{A}{6B}\cdot a_0^4+\left(\frac{\Omega_0^2}{3}+\frac{K_0}{3B\Omega_0}\right)\cdot a_0^2. \tag{7}$$

Из сравнения (6) и (7) следует равенство

$$K_0=8B\cdot\Omega_0^3. \tag{8}$$

В случае $B<0$ уравнение (6) имеет решение

$$a_0(\eta)=s_0\cdot\operatorname{sech}\left(\frac{\eta}{\tau_c}\right) \tag{9}$$

при условии, что длительность солитона $\tau_c$ и его амплитуда $s_0$ удовлетворяют соотношению

$$s_0^2=\frac{6\cdot|B|}{A\tau_c{}^2}=\frac{9\cdot|B|}{A}\cdot\Omega_0^2. \tag{10}$$

Таким образом, стационарная форма фемтосекундного импульса в отсутствие потерь, с учетом (8) принимает следующий вид:

$$\Phi_0(\eta,\xi) = s_0 \cdot \operatorname{sech}\left(\frac{\eta}{\tau_c}\right) \cdot \cos\left(8 \cdot B\Omega_0^3 \cdot \xi - \Omega_0 \eta\right). \tag{11}$$

Как видно из (11), период воспроизведения временного профиля интенсивности солитона в отсутствие потерь пропорционален кубу амплитуды солитона:

$$\Lambda_0 = \frac{\pi}{8B \cdot \Omega_0^3} = \frac{27\pi}{8B \cdot s_0^3} \cdot \left(\frac{|B|}{A}\right)^{3/2}. \tag{12}$$

При подстановке (4) в (1) с удержанием членов порядка малости $\mu$, с учетом (5) получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{da}{d\xi} = j \cdot \dfrac{\delta \cdot a_0^2}{\mu} \cdot \dfrac{da_0}{d\eta}, \\ a \cdot K_0 + a_0 \cdot K = j \cdot \dfrac{\delta \cdot \Omega_0 \cdot a_0^3}{\mu}. \end{cases} \tag{13}$$

С учетом решений системы (13), стационарная форма импульса при малых потерях принимает следующий вид:

$$\Phi(\xi,\eta) = f(\eta,\xi) \cdot \left[\operatorname{ch}(\rho\xi) \cdot \cos(K_0\xi - \Omega_0\eta) - j \cdot \operatorname{sh}(\rho\xi) \cdot \sin(K_0\xi - \Omega_0\eta)\right], \tag{14}$$

где

$$f(\eta,\xi) = s_0 \cdot \operatorname{sech}\left(\frac{\eta}{\tau_c}\right) \cdot \left[1 + j \cdot \delta \cdot s_0^2 \cdot \xi \cdot \operatorname{sech}^2\left(\frac{\eta}{\tau_c}\right) \cdot \operatorname{th}\left(\frac{\eta}{\tau_c}\right)\right],$$

$$\rho = \delta \cdot \Omega_0 \cdot s_0^2 \cdot \operatorname{sech}^2\left(\frac{\eta}{\tau_c}\right) \cdot \left[1 - \frac{8B\Omega_0^2}{\tau_c} \cdot \xi \cdot \operatorname{th}\left(\frac{\eta}{\tau_c}\right)\right].$$

На рис.1 приведена динамика временной огибающей (а) и спектра (б) солитона $S(\nu)$ на расстоянии одного периода воспроизведения при $\delta = 0$, $s_0 = 1$, $\gamma = 1$. На рис.2 показана зависимость периода воспроизведения временного профиля солитона от амплитуды $s_0$ при $\delta = 0$.

На рис.3 приведена динамика временной огибающей (а) и спектра (б) солитона на расстоянии шести периодов воспроизведения при $\delta = 0.003$, $s_0 = 1$, $\gamma = 1$. Как видно из расчетов и рис.1, при наличии диссипации структурная устойчивость солитона начинает разрушаться на шестом периоде воспроизведения.

Следует отметить, что поскольку аберрации временной огибающей и спектра накапливаются с расстоянием, то решение (14) с увеличением расстояния распространения вообще некорректно описывает поведение импульса.

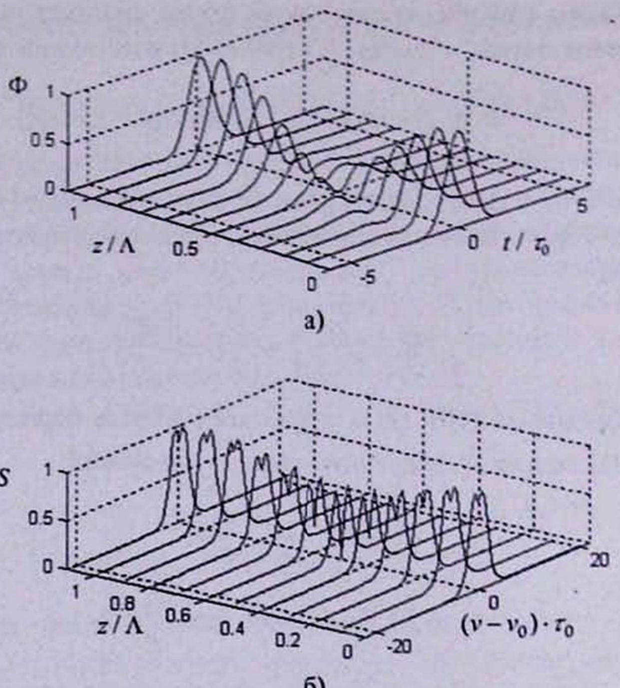



Рис.1. Динамика временной огибающей (а) и спектра (б) солитона на расстоянии одного периода воспроизведения при нулевых потерях $\delta = 0$.

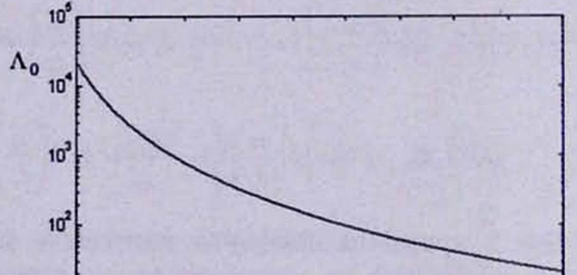
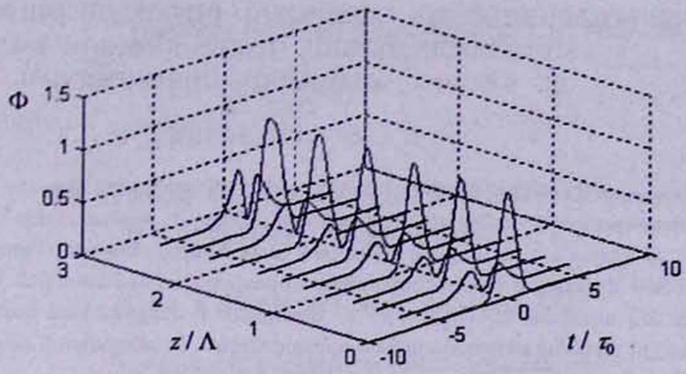
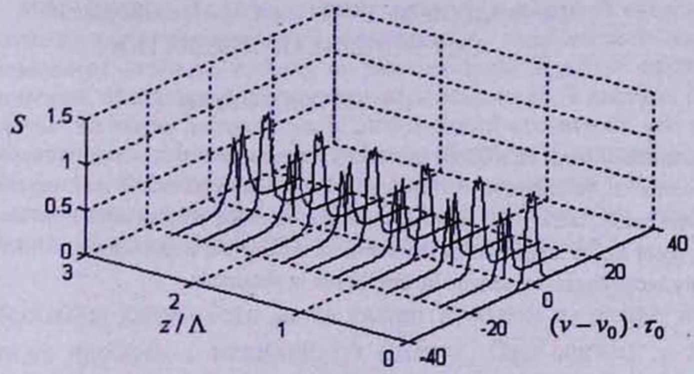



Рис.2. Зависимость периода воспроизведения солитона от амплитуды при нулевых потерях $\delta = 0$.

Таким образом, из укороченного уравнения (1) удалось получить стационарную форму фемтосекундного импульса, распространяющегося в нелинейной дисперсной среде с аномальной дисперсией при нулевых потерях (11). Показано, что при солитонном распространении фемтосекундных импульсов значение интенсивности ($E_0^2$), при котором имеет место солитонное распространение, обратно пропорционально степени 2/3 длительности импульса ($E_0^2 \sim 1/\tau_0^{2/3}$). Получена аналитичес-




а)




б)

Рис.3. Динамика временной огибающей (а) и спектра (б) солитона на расстоянии шести периодов воспроизведения при потерях $\delta = 0.003$.

кая зависимость периода воспроизведения временного профиля интенсивности солитона от амплитуды при нулевых потерях. Методом возмущения получена стационарная форма фемтосекундного импульса, распространяющегося в нелинейной дисперсной среде с аномальной дисперсией при малых нелинейных потерях.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **С.А.Ахманов, В.А.Выслоух, А.С.Чиркин.** Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М., Наука, 1988.
2. **G.P.Agrawal.** Nonlinear fiber optics. Academic Press, 1995.
3. **А.С.Беланов, Е.А.Головченко, Е.М.Дианов, З.С.Никонова, А.П.Прохоров, В.Н.Серкин.** Труды ИОФАН, т.5, Волоконная оптика, сс.35-59, 1987.
4. **А.А.Акопян, Д.Л.Оганесян.** Оптика и спектроскопия, 86, 349 (1999).

# ՖԵՄՏՈՎԱՅՐԿՅԱՆԱՅԻՆ ԼԱԶԵՐԱՅԻՆ ԻՄՊՈՒԼՍԻ ՍՈԼԻՏՈՆԱՅԻՆ ՏԱՐԱԾՈՒՄԸ ԱՆՈՄԱԼ ԴԻՍՊԵՐՍԻԱՅՈՎ ԵՎ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ԿԼԱՆՈՒՄՈՎ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ

Դ. Լ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

Ստացված է անոմալ դիսպերսիայով և ոչ փային կլանումով միջավայրում տարածվող ֆեմտովայրկյանային լազերային սոլիտոնային իմպուլսի ժամանակային տեսքը: Ցույց է տրված, որ զրոյական կորուստների դեպքում, ֆեմտովայրկյանային իմպուլսի սոլիտոնային տարածման ժամանակ ինտենսիվությունը հակադարձ համեմատական է իմպուլսի տևողության 2/3 աստիճանին ($E_0^2 \sim 1/\tau_0^{2/3}$): Ստացված է վերլուծական կապ սոլիտոնի ժամանակային պրոֆիլի վերարտադրման պարբերության և ամպլիտուդի միջև՝ զրոյական կորուստների դեպքում:

# FEMTOSECOND LASER SOLITON PULSE PROPAGATION IN A MEDIUM WITH ANOMAL DISPERSION AND NONLINEAR DISSIPATION

D.L. HOVHANNISYAN

Stationary form of a femtosecond pulse propagating in a nonlinear dispersive medium with anomal dispersion and nonlinear dissipation is obtained. It is shown that, in the case of zero dissipation, during the femtosecond soliton pulse propagation the value of the intensity is reciprocal to 2/3 degree of pulse duration. Analytical dependence of time period of soliton intensity reconstruction versus the amplitude is obtained.