Известия НАН Армении, Физика, т.36, №4, с.203-209 (2001)

УДК 532.783

О РОЛИ ФЛУКТУАЦИЙ В ДИНАМИКЕ ПЕРЕХОДА ФРЕДЕРИКСА В ПЕРЕМЕННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Л.С. АСЛАНЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 4 ноября 2000 г.)

Построена систематическая теория динамики перехода Фредерикса в осциллирующем магнитном поле для всего частотного диапазона изменения магнитного поля. Показано, что время отклика молекул НЖК на внешнее воздействие зависит не только от величины магнитного поля, но и от его частоты.

Многообразие динамических эффектов в нематических жидких кристаллах (НЖК) при воздействии внешних полей (электрических, магнитных, световых) обусловлено существованием ориентационной и трансляционной степеней свободы у молекул ЖК [1-3].

Чисто ориентационные эффекты во внешних статических (магнитных и электрических) полях являются наиболее известными и хорошо изученными [4]. Это так называемый эффект Фредерикса, сущность которого состоит в деформации директора в слое НЖК с однородной ориентацией под воздействием внешнего поля. Однако, при экспериментальном исследовании существенной помехой в применении больших напряженностей является турбулентное движение, которое возникает в НЖК вследствие появления ионного заряда под действием электрического поля [5]. Чтобы привести в состояние неподвижности пространственный ионный заряд, были использованы поля высокой частоты, при которых характерные временные масштабы изменения внешнего поля существенно превосходят временные масштабы релаксационных движений молекул НЖК. Очевидно, что интересные режимы могут возникнуть в случае близости этих времен. В [6] сообщалось о построении систематической теории динамики перехода Фредерикса в осциллирующем магнитном поле для всего частотного диапазона изменения магнитного поля. В частности, было показано, что время отклика молекул НЖК на внешнее воздействие зависит не только от величины магнитного поля, как указывалось в [7,8], но и от его частоты.

Для объяснения такой зависимости необходимо рассматривать весь ход развития процесса во времени, включая начальный этап перехода, а именно, следует учитывать, что система переходит в равновесное состояние из первоначального состояния неустойчивого равновесия. Такое рассмотрение было проведено в [8] для перехода Фредерикса в статическом магнитном поле.

Целью настоящей работы является обобщение данного подхода в случае осциллирующего магнитного поля.

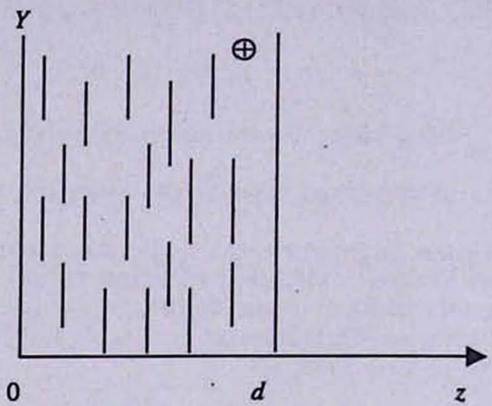

Рис.1. Геометрия задачи.

Рассмотрение проведем в случае, когда происходит чистая Т-деформация при воздействии внешнего магнитного поля. Пусть молекулы НЖК ориентированы вдоль оси y, а магнитное поле направлено по оси x (см. рис.1). Если обозначить через Φ угол, который составит директор НЖК с осью y после переориентации (в плоскости xy), то при малых деформациях уравнение движения имеет следующий вид [1]:

$$\gamma_1 \frac{\partial \Phi}{\partial t} = K_2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \chi_a H^2 \left(\Phi - \frac{2}{3}\Phi^3 \right), \qquad (1)$$

где γ_1 – коэффициент вращательной вязкости, $\chi_a = \chi_\parallel - \chi_\perp$ – анизотропия магнитной восприимчивости, K_2 – упругая константа Франка, соответствующая твист-деформации. Учитывая только первую пространственную гармонику, удовлетворяющую жестким граничным условиям $\Phi(z=0) = \Phi(z=d) = 0$, решение можно искать в следующем виде:

$$\Phi(z,t) = \theta(t) \sin(\pi z / d), \qquad (2)$$

где $\theta(t)$ – максимальное отклонение директора в центре слоя толщины d. После подстановки (2) в (1) приходим к следующему уравнению:

$$\tau_0 \frac{d\theta}{dt} = -\theta + \frac{H^2}{H_c^2}(\theta - \frac{1}{2}\theta^3). \qquad (3)$$

Здесь $\tau_0 = \gamma_1 d^2 / \pi^2 K_2$ – время релаксации молекул НЖК при мгновенном выключении магнитного поля, $H_c^2 = \pi^2 K_2 / \chi_a d$ – критическое значение статического магнитного поля, выше которого возникает ориентационная деформация [1–4]. Учитывая также гармонический закон изменения внешнего магнитного поля

$$H = H_0 \cos \omega t, \tag{4}$$

из (1) получаем

$$\frac{d\theta}{dt} + f_1(t)\theta = -f_2(t)\theta^3, \tag{5}$$

где для сокращения записи введены обозначения

$$f_1(t) = \frac{1}{\tau_0}\left(1 - \frac{H_0^2}{H_c^2}\cos^2 \omega t\right), \quad f_2(t) = \frac{1}{2\tau_0}\left(1 - \frac{H_0^2}{H_c^2}\cos^2 \omega t\right).$$

Это хорошо известное уравнение Бернулли [9], решение которого представляется в следующем виде [6]:

$$\theta^2(t) = \frac{1}{0{,}5 + \left[\theta_0^{-2} + \int\limits_0^T e^{\psi(x)}dx - 0{,}5\right]e^{-\psi(T)}}, \tag{6}$$

где $\psi(x) = \left[-2\left(1 - \frac{H_a^2}{H_c^2}\right)x + \frac{H_a^2}{H_c^2}\frac{\sin^2 \Omega x}{\Omega}\right]$, $H_a^2 = \frac{H_0^2}{2}$, $T = \frac{t}{\tau_0}$, $\Omega = \omega\tau_0$. Если принять, что в момент включения магнитного поля возмущение директора отсутствует, т.е. $\theta(t=0) = 0$, то совместно с этим граничным условием будет только тривиальное решение $\theta(t) = 0$, и поэтому переход Фредерикса окажется невозможным даже при полях $H_a > H_c$, если пренебречь тепловыми флуктуациями направления директора. Следует отметить, однако, что при больших напряженностях поля H_a необходимо учитывать и нелинейную зависимость индуцированной намагниченности от напряженности внешнего магнитного поля. Тогда в сильных полях взаимодействие существует и в том случае, если $n \perp H$. Мы ограничиваемся рассмотрением слабых полей.

Роль флуктуаций здесь учтем следующим образом. Для данного начального значения $\theta^2(t=0)$ зависимость от времени $\theta^2(t)$ представляется выражением (6). Вероятность того, что процесс описывается функцией

$$\theta^2(t) = \theta^2(t, \theta_0), \tag{7}$$

где $\theta_0^2 = \theta^2(t=0)$, определяется вероятностью распределения начальных значений θ_0^2. Таким образом, для нахождения $\theta^2(t)$ нужно провести усреднение (7), рассматривая его как случайную функцию. Взяв в качестве функции θ_0 гауссовскую функцию

$$W(\theta_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\theta_0^2}{2\sigma^2}}, \tag{8}$$

где $\sigma^2 = <\theta_0^2>$, находим:

$$\theta^2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \theta^2(t, \theta_0) W(\theta_0) d\theta_0 . \tag{9}$$

Подставив найденное ранее решение (6) и функцию распределения $W(\theta_0)$ и проинтегрировав (9), получаем:

$$\theta^2(T) = \frac{e^{\psi(T)}}{\sqrt{2\pi}\sigma b} \left\{ \sqrt{\frac{\pi}{a}} - \frac{\pi}{\sqrt{b}} e^{\frac{a}{b}} erfc \sqrt{\frac{a}{b}} \right\} . \tag{10}$$

Здесь для сокращения записи введены следующие обозначения:

$$a = \frac{1}{2\sigma^2}, \quad b = \frac{1}{2} e^{\psi(T)} - 0{,}5 + \int_0^T e^{\psi(x)} dx .$$

Заметим, что полученное здесь соотношение (10) полностью согласуется с результатами [8] и в предельном случае $(\omega \to 0)$ переходит в аналогичное выражение указанной работы. При малых значениях T, что соответствует начальной стадии процесса нарастания, воспользовавшись асимптотическим разложением интеграла ошибок, получаем следующее выражение:

$$\theta^2(T) = \sigma^2 e^{\psi(T)} \left(1 - 3\sigma^2 b\right) \approx \sigma^2 e^{\psi(T)} . \tag{11}$$

Если отношение сигнал/шум, необходимое для регистрации эффекта в данной схеме эксперимента, равно S:

$$S = \frac{\theta^2}{\sigma^2} , \tag{12}$$

то с помощью (11) и (12) можно оценить время отклика молекул ЖК T_0 на внешнее воздействие:

$$\psi(T_0) = \ln S . \tag{13}$$

Согласно [8], параметр S можно оценить с помощью следующего выражения:

$$S = C\left(\frac{H_a^2}{H_c^2} - 1\right), \quad (14)$$

где C – некоторая постоянная, зависящая от условий эксперимента. В соответствии с этим для оценки времени отклика получаем следующее трансцендентное уравнение:

$$\frac{2(H_a^2 / H_c^2 - 1)}{H_a^2 / H_c^2} T_o = \frac{\ln c + \ln(H_a^2 - 1)}{H_a^2 / H_c^2} - \frac{\sin 2\Omega T_o}{\Omega}, \quad (15)$$

которое можно решить графически. На рис.2 представлен пример графического решения уравнения (14) при $H_a^2 / H_c^2 = 1.5$, $\Omega = 1$. Осцилляционная зависимость соответствует правой части уравнения (15), а прямая линия – левой. Время отклика молекул НЖК на внешнее воздействие определяется пересечением этих двух графиков. Как следует из (15), время отклика молекул ЖК зависит не только от величины превышения над порогом, но и от частоты осцилляций магнитного поля. На рис.3 и 4 представлены указанные зависимости. Как видно из рис.3, время отклика на внешнее воздействие уменьшается с увеличением амплитуды поля, а при увеличении частоты это время растет (рис.4). Эти зависимости полностью подтверждают выводы, сделанные на основании численного анализа, проведенного в [6].

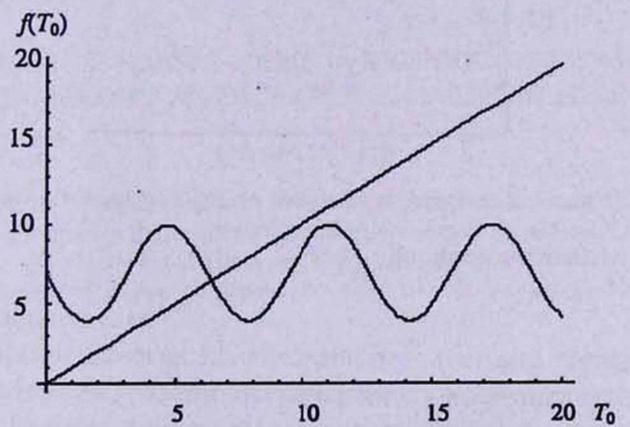

Рис.2. Графическое решение трансцендентного уравнения (15).

Физически увеличение времени запаздывания переориентации при увеличении частоты осцилляций магнитного поля можно объяснить следующим образом. При исходной ортогональной ориентации директора к внешнему полю (с точностью до тепловых флуктуаций) в начальный момент переориентации имеет место некоторая неопределенность, поскольку оба направления директора НЖК эквивалентны (см. [2]). Ясно, что при приложении переменного поля эта неопределенность увеличивается, что и приводит к росту времени отклика.

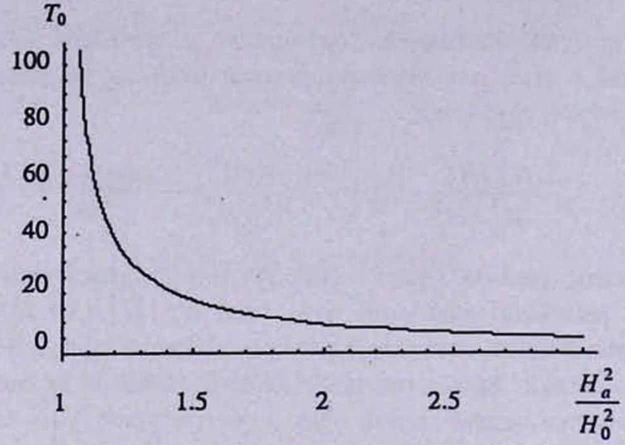

Рис.3. Зависимость времени отклика от $\frac{H_a^2}{H_c^2}$ при $\Omega = 1$.

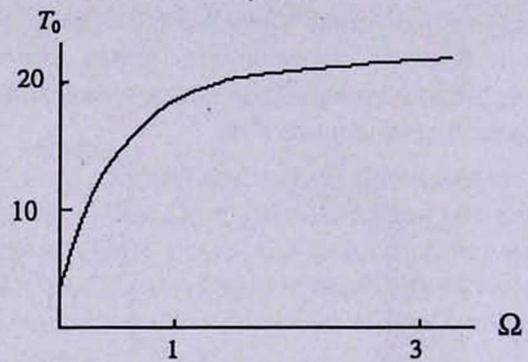

Рис.4. Зависимость времени отклика от частоты магнитного поля при $\frac{H_a^2}{H_c^2} = 1.2$.

Следует отметить, что аналогичные явления должны наблюдаться также в осциллирующих электрических полях. Следовательно, полученные в настоящей работе результаты могут быть экспериментально проверены и в электрических полях ниже порога электрогидродинамической неустойчивости.

Автор признателен Ю.С.Чилингаряну, Р.Б.Алавердяну, В.Б.Пахалову и Г.Л.Есаяну за полезное обсуждение работы.

Работа выполнена при поддержке программы INTAS (грант № 97-1672).

ЛИТЕРАТУРА

1. С.Чандрасекар. Жидкие кристаллы. М., Мир, 1980.
2. С.М.Аракелян, Ю.С.Чилингарян. Нелинейная оптика жидких кристаллов. М., Наука, 1984.
3. I.C.Khoo. Optics and nonlinear optics of liquid crystals. World Scientific publish., 1993.
4. С.А.Пикин. Структурные превращения в жидких кристаллах. М., Наука, 1981.
5. А.Адамчик, З.Стругальский. Жидкие кристаллы. М., Советское радио, 1979.
6. L.S.Aslanyan, V.B.Pakhalov. Dynamics of Freedericksz transition in oscillating magnetic fields. International conference on Lasers'2000, Albuquerque, New Mexico, p.27.
7. P.Pieranski, F.Brochard, F.Guyon. J. de Phys. (Fr.), 34, 35 (1973).
8. Н.В.Табирян, Ю.С.Чилингарян. Динамика перехода Фредерикса в НЖК. В сб. "Взаимодействие лазерного излучения с жидким кристаллом". Изд. ЕГУ, Ереван, 1982, с.122.
9. R.H.Ens, G.G.McGuire. Nonlinear physics. Boston, Basel, Berlin, Birkhauser, 1997.

ՓՈՓՈԽԱԿԱՆ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏՈՒՄ ՖՐԵԴԵՐԻՔՍԻ ԱՆՑՄԱՆ ԴԻՆԱՄԻԿԱՅՈՒՄ ՖԼՈՒԿՏՈՒԱՑԻԱՆԵՐԻ ԴԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Լ.Ս. ԱՍԼԱՆՅԱՆ

Մշակված է օսցիլացվող մագնիսական դաշտում Ֆրեդերիքսի անցման դինամիկան նկարագրող սիստեմատիկ տեսություն: Քննարկումը կատարված է մաքուր T-դեֆորմացիայի դեպքում: Ցույց է տրված, որ ՀԲ մոլեկուլների արձագանքի ժամանակը կախված է ոչ միայն արտաքին ազդեցության ամպլիտուդից, այլ նաև մագնիսական դաշտի փոփոխման հաճախականությունից:

ON THE ROLE OF FLUCTUATIONS IN FREEDERICKSZ TRANSITION DYNAMICS IN AN OSCILLATING MAGNETIC FIELD

L.S. ASLANYAN

A regular theory of the dynamics of Freedericksz transition in an oscillating magnetic field for the entire frequency range of magnetic field variation is developed. Consideration is carried out in the case of pure T-deformation. The time of response of the NLC molecules on the external influence is shown to depend not only on the amplitude, but also on the frequency of the magnetic field.