Известия НАН Армении, Физика, т.36, №4, с.189-194 (2001)

УДК 535.14

КОНТРОЛИРУЕМАЯ СУБПУАССОНОВСКАЯ СТАТИСТИКА В АНГАРМОНИЧЕСКОМ ОСЦИЛЛЯТОРЕ

С.Б. МАНВЕЛЯН

Институт физических исследований НАН Армении

(Поступила в редакцию 30 марта 2001 г.)

Предложена новая схема для генерации состояний с субпуассоновской статистикой (СПС): квантовый диссипативный ангармонический осциллятор в двух периодических полях. Обсуждены возможности контролирования СПС. Показано значительное улучшение СПС вследствие добавления второго периодического поля.

Сжатые состояния и состояния с субпуассоновской статистикой (СПС) (которые являются сжатыми по числу элементарных возбуждений) привлекают большое внимание в течение последних 15 лет (см. специальный выпуск [1]). Особый интерес представляют состояния с СПС, которые имеют многочисленные применения: они повышают чувствительность интерферометров для детекторов гравитационных волн, увеличивают максимальную емкость оптических каналов и используются для передачи информации [1,2]. Впервые слабая СПС была наблюдена в экспериментах по резонансной флуоресценции одиночных атомов [3]. С тех пор СПС была получена во многих экспериментах, среди которых отметим следующие системы: инжекционные лазеры с постоянным током управления [4], параметрический преобразователь частоты вниз [5], двухфотонный параметрический осциллятор с неразрушающим измерением [6], ангармонический осциллятор в одном периодическом поле [7]. Однако для практического применения необходимо сжатие более чем на 90 %, что еще не достигнуто. Таким образом, имеется потребность в новых экспериментальных схемах, в которых может быть получено существенное сжатие.

В настоящей работе предложена новая, экспериментально реализуемая модель для генерации состояний с сильной СПС: квантовый диссипативный ангармонический осциллятор в двух периодических полях. Мы покажем, что статистические свойства этой модели существенно лучше, чем в одноименной модели с одним периодическим полем и, кроме того, они могут быть контролируемы, где в роли контролирующих параметров выступают амплитуда и частота второго поля. Эта модель была ранее предложена для изучения квантового стохастического резонанса [8] и квантового хаоса [9]. Для ее статистического описания мы используем известную величину – фактор Фано, который характеризует отклонение распределения чисел элементарных возбуждений осциллятора n от пуассоновского распределения и определяется следующим образом:

$$F=\frac{\left\langle\left(n-\langle n\rangle\right)^2\right\rangle}{\langle n\rangle}=\frac{\left\langle n^2\right\rangle-\langle n\rangle^2}{\langle n\rangle}=\frac{\left\langle(\Delta n)^2\right\rangle}{\langle n\rangle}. \tag{1}$$

При $F=1$ распределение пуассоновское, при $F>1$ или $F<1$ распределение шире или уже пуассоновского и называется суперпуассоновским или субпуассоновским соответственно. Последние два случая свидетельствуют о неклассическом состоянии системы [10].

Уравнение для редуцированной матрицы плотности диссипативного ангармонического осциллятора в двух полях с частотами ω_1 и ω_2, взаимодействующего с резервуаром, в резонансном приближении, в представлении взаимодействия, соответствующего преобразованию $\rho\to\exp(-i\omega_1 a^+ at)\rho\exp(i\omega_1 a^+ at)$, имеет следующий вид:

$$\frac{d\rho}{dt}=-\frac{i}{\hbar}\left[H_0+H_{\text{int}},\rho\right]+\left(L\,\rho L^+-\frac{1}{2}L^+L\rho-\frac{1}{2}\rho L^+L\right), \tag{2}$$

где

$$H_0=\hbar\Delta a^+a,$$

$$H_{\text{int}}=\hbar[\{\Omega_1+\Omega_2\exp(-i\delta t)\}a^++\text{h.c.}]+\hbar\chi(a^+a)^2. \tag{3}$$

Здесь a, a^+ – бозонные операторы уничтожения и рождения, χ – коэффициент ангармоничности. Взаимодействие с двумя полями дается посредством частот Раби Ω_1 и Ω_2, $\Delta=\omega_0-\omega_1$ – расстройка (где ω_0 – резонансная частота), а $\delta=\omega_2-\omega_1$ – разностная частота, которая в этом представлении играет роль модуляционной частоты, L – оператор Линдблада: $L=\sqrt{\gamma}a$, где γ – скорость спонтанного распада системы.

Эта модель может быть реализована по меньшей мере в двух экспериментальных схемах: а) на циклотронном движении электрона в ловушке Пеннинга [11] и б) на сильно взаимодействующих фотонах в резонаторе [12]. Подробное обсуждение реализации дано в [8].

Для $\Omega_2=0$ это уравнение описывает диссипативный ангармонический осциллятор в монохроматическом поле, и является хорошо изученной моделью в нелинейной физике (см. [13] со ссылками). В полуклассическом приближении, в стационарном состоянии эта система имеет область бистабильности, что проявляется как гистерезис чисел возбуждения в зависимости от расстройки Δ или от амплитуды Ω_1 [13]. В случае же двух полей соответствующий гамильтониан (3) явно зависит от времени даже в резонансном приближении, так что аналитическое рассмотрение этой модели представляется весьма затруднительным. Для ее изучения использовался численный метод квантовой стохастической диффузии (КСД), в котором матрица плотности представляется в виде усредненного по многим реализациям решения стохастического уравнения Шредингера [14]:

$$\left|d\psi_\xi\right\rangle = -\frac{i}{\hbar}(H_0 + H_{\text{int}})\left|\psi_\xi\right\rangle dt - \frac{1}{2}\left(L^+L - 2\left\langle L^+\right\rangle L + \langle L\rangle\left\langle L^+\right\rangle\right)\left|\psi_\xi\right\rangle dt + \left(L - \langle L\rangle\right)\left|\psi_\xi\right\rangle d\xi\,, \quad (4)$$

где $\left|\psi_\xi(t)\right\rangle$ – стохастическая волновая функция, описывающая одну квантовую траекторию, $d\xi$ – комплексная стохастическая винеровская переменная, модулирующая квантовый шум и удовлетворяющая следующим корреляционным свойствам:

$$M(d\xi) = 0, \quad M(d\xi, d\xi) = 0, \quad M(d\xi, d\xi^*) = dt\,. \quad (5)$$

Усреднение операторов Линдблада подразумевается по стохастическим волновым функциям: $\langle L\rangle = \left\langle\psi_\xi\left|L\right|\psi_\xi\right\rangle$. Согласно этому методу, редуцированную матрицу плотности можно получить как усреднение по ансамблю квантовых траекторий:

$$\rho(t) = M\left(\left|\psi_\xi\right\rangle\left\langle\psi_\xi\right|\right) = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{\xi}^{N}\left|\psi_\xi(t)\right\rangle\left\langle\psi_\xi(t)\right|\,. \quad (6)$$

На практике, при численных расчетах усреднение уже по $N = 1000$ траекторий дает достаточно точный результат.

Вычисления проводились в широком диапазоне параметров, для различных значений нелинейности ($\chi/\gamma = 2\div0.1$); при этом осцилляторные числа элементарных возбуждений менялись в пределах $n = 4\div130$ соответственно. Здесь в качестве иллюстрации мы представляем только случай $\chi/\gamma = 2$, так как общие особенности одинаковы и для остальных значений нелинейности. Параметры выбраны так, чтобы система при $\Omega_2 = 0$ имела бистабильный режим (как показали вычисления, эффект улучшения и контролируемость СПС достигаются именно при этом условии). Наша цель состоит в исследовании зависимости эволюции фактора Фано от величины амплитуды Ω_2/γ и частоты δ/γ, в присутствии двух полей. Результаты представлены на рис.1 и рис.2 (на обоих рисунках параметры выбраны следующим образом: $\chi/\gamma = 2$, $\Delta/\gamma = 2$, $\Delta/\gamma = -15$, $\Omega_1/\gamma = 5.8$, $\delta/\gamma = 5$). На рис.1 показана временная эволюция фактора Фано при различных значениях амплитуды второго поля Ω_2/γ. Как видно, существует возможность контролирования статистики в этой модели посредством изменения Ω_2/γ. Возможно получить чисто суперпуассоновский (рис.1b), осциллирующий между суб- и суперпуассоновским (рис.1a), и полностью субпуассоновский (рис.1c) режимы генерации. Более того, для некоторых значений Ω_2/γ наблюдается существенное улучшение СПС (F=0.24 при Ω_2/γ=13) по сравнению со случаем одного поля (F=0.88 при Ω_2/γ=13). Зависимость минимального значения (за период) фактора Фано от Ω_2/γ показана на рис.2, из которого ясно, что, меняя Ω_2/γ, можно получить состояния с произвольной статистикой от F=0.24 до F=1.6. Аналогичные результаты могут быть получены в случае контролирующего параметра δ/γ.

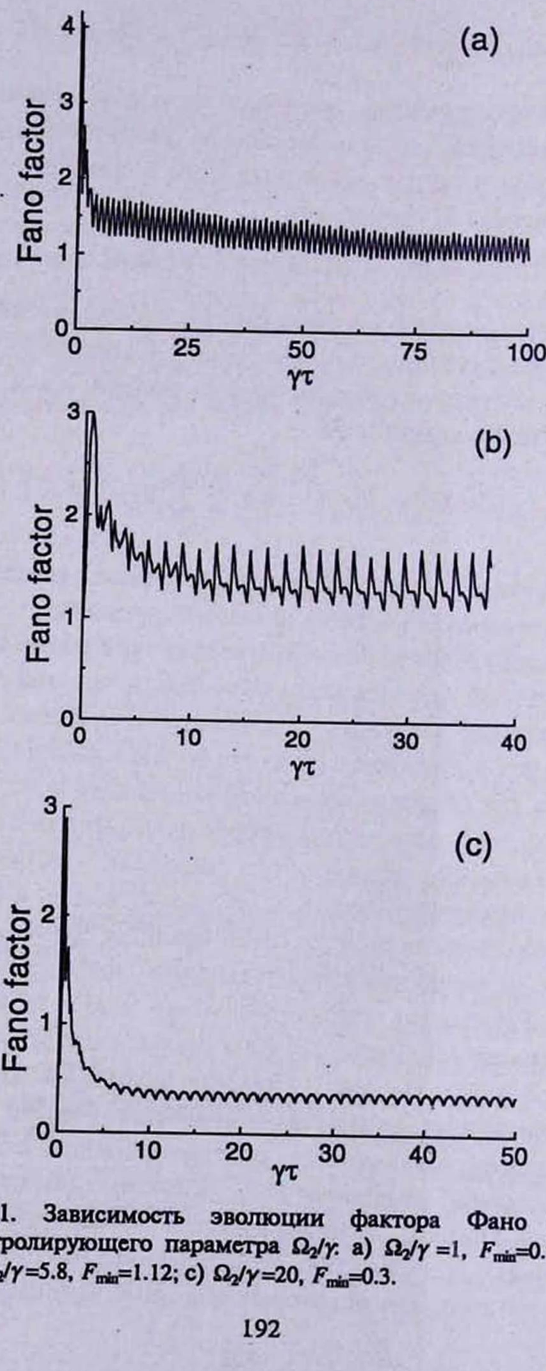

Рис.1. Зависимость эволюции фактора Фано от контролирующего параметра Ω_2/γ: а) Ω_2/γ =1, F_{min}=0.96; б) Ω_2/γ=5.8, F_{min}=1.12; с) Ω_2/γ=20, F_{min}=0.3.

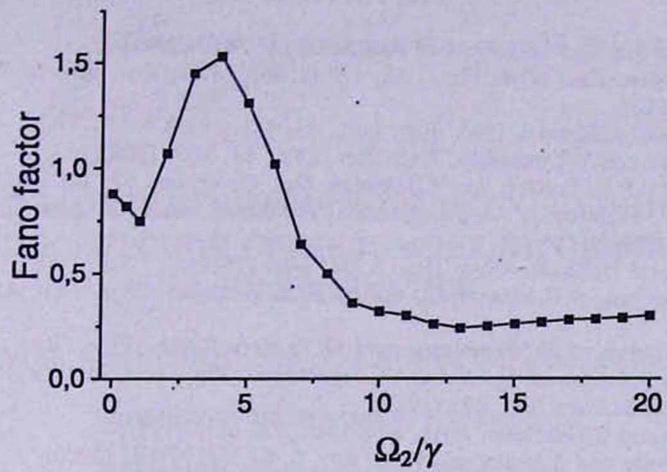

Рис.2. Зависимость минимального значения (за период) фактора Фано от амплитуды второго поля Ω_2/γ.

При других значениях χ/γ качественные особенности не претерпевают существенных изменений, меняются только количественные характеристики. Так, при уменьшении χ/γ возможно генерировать состояния с еще более сильной СПС. Например, при параметрах $\chi/\gamma = 0.1$, $\Delta/\gamma = -15$, $\Omega_1/\gamma = 27$, $\Omega_2/\gamma = 35$, $\delta/\gamma = 5$ фактор Фано достигает значения $F = 0.12$, т.е. флуктуации осцилляторных чисел возбуждения сжаты ниже когерентного уровня на 88%.

Таким образом, предложена новая схема для генерации состояний, сильно сжатых по флуктуациям числа осцилляторных возбуждений. Рассмотрение проведено в рамках уравнения для редуцированной матрицы плотности, которое численно решено методом квантовой стохастической диффузии. Получены результаты по сжатию на 88%, которые вплотную близки к результатам, необходимым для практического применения (90%). Показана возможность контролирования СПС, что позволяет генерировать состояния с любой статистикой, заданной в районе значений фактора Фано F=0.12÷1.6.

Полученные результаты позволяют надеяться, что и в других схемах рассмотрение в двух полях может оказаться более плодотворным в отношении генерации сжатых состояний, чем в одном поле. К сожалению, аналитическое рассмотрение таких систем при этом существенно усложняется, что, однако, при современном уровне численных методов не является принципиальным препятствием.

Автор выражает искреннюю признательность Г.Ю.Крючкяну за полезные обсуждения, а также А.О.Адамяну и С.Т.Геворкяну за помощь при численных расчетах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Journal of the Optical Society of America B, 4, №10 (1987).
2. **L.Davidovich**. Rev. Mod. Phys., **68**, 127 (1996); **M.Kolobov**. Rev. Mod. Phys., **71**, 1539 (2000).
3. **R.Short** and **L.Mandel**. Phys. Rev. Lett., **51**, 384 (1983).
4. **S.Machida** and **Y.Yamamoto**. Phys. Rev. Lett., **12**, 236 (1988).
5. **J.G.Rarity, P.R.Tapster**, and **E.Jakeman**. Opt. Commun., **62**, 201 (1987).
6. **M.Brune, S.Haroshe, J.M.Raimond, L.Davidovich**, and **N.Zagury**. Phys. Rev. A, **45**, 5193 (1992).
7. **K.Vogel** and **H.Risken**. Phys. Rev. A, **38**, 2409 (1988).
8. **H.H.Adamyan, S.B.Manvelyan**, and **G.Yu.Kryuchkyan**. Phys. Rev. A, **63**, 022102 (2001).
9. **H.H.Adamyan, S.B.Manvelyan**, and **G.Yu.Kryuchkyan**. Phys. Rev. E (2001) (в печати); **S.B.Manvelyan**, and **G.Yu.Kryuchkyan**. Phys. Rev. Lett. (в печати).
10. **D.F.Walls**. Nature, **306**, 141 (1983).
11. **D.Enzer** and **G.Gabrielse**. Phys. Rev. Lett., **78**, 1211 (1997).
12. **M.J.Werner** and **A.Imamoglu**. Phys. Rev. A, **61**, 011801(R) (2000).
13. **M.Rigo, G.Alber, F.Mota-Furtado**, and **P.F.O'Mahony**. Phys. Rev. A, **55**, 1665 (1997).
14. **N.Gisin** and **I.C.Percival**. J. Phys. A, **25**, 5677 (1992).

ԿԱՌԱՎԱՐՎՈՂ ՍՈՒԲՊՈՒԱՍՈՆՅԱՆ ՎԻՃԱԿԱԳՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ԱՆՀԱՐՄՈՆԻԿ ՏԱՏԱՆԱԿՈՒՄ

Ս.Բ. ՄԱՆՎԵԼՅԱՆ

Առաջարկված է նոր սխեմա սուբպուասոնյան վիճակագրություն (ՍՊՎ) ունեցող լույս ճառագայթելու համար՝ քվանտային դիսիպատիվ անհարմոնիկ տատանակ երկու պարբերական դաշտերում: Քննարկվում են ՍՊՎ-ն կառավարելու հնարավորությունները: Ցույց է տրված ՍՊՎ-ի զգալի լավացումը երկրորդ դաշտը ավելացնելու հետևանքով:

CONTROLLED SUB-POISSONIAN STATISTICS IN AN ANHARMONIC OSCILLATOR

S.B. MANVELYAN

The quantum dissipative anharmonic oscillator with two driving fields is proposed as a new scheme for generation of light with sub-Poissonian statistics (SPS). The possibility of controlling of SPS is discussed. A significant improvement of SPS due to the addition of the second driving field is shown.