

УДК 535.5

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ В НЕСКОЛЬКО ОПТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В НЕДИСПЕРГИРУЮЩЕЙ СРЕДЕ С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

Д.Л. ОГАНЕСЯН

Ереванский НИИ оптико-физических измерений

(Поступила в редакцию 26 января 2001 г.)

Получено аналитическое решение волнового уравнения, описывающего распространение лазерного импульса длиной в несколько оптических колебаний в бездисперсной среде конечной протяженности с одномерной периодической неоднородностью вне рамок приближения медленно-меняющихся амплитуд.

Известно, что распространение волн в средах с периодически изменяющимися свойствами сопровождается появлением качественно новых особенностей. Такие среды используются во многих оптических устройствах, таких, как дифракционные решетки, голограммы, лазеры с распределенной обратной связью, лазеры с распределенным брэгговским отражением, брэгговские отражатели с высокой отражательной способностью, компрессоры и т. д. [1].

В настоящей работе приводится аналитическое решение волнового уравнения, описывающего распространение лазерного импульса длиной в несколько оптических колебаний в бездисперсной среде конечной протяженности с одномерной периодической неоднородностью вне рамок приближения медленно-меняющихся амплитуд. При этом среду можно считать бездисперсной, если несущая длина волны фемтосекундного лазерного импульса попадает в область нулевой дисперсии. В частности, это имеет место для плавленого кварца, когда длина волны фемтосекундного лазерного импульса равна 1,3 мкм.

Рассмотрим среду с толщиной $x = L$, в которой скорость распространения волны является периодической функцией пространственной координаты x :

$$c^2(x) = \frac{c_0^2}{n_0^2 \cdot (1 + \mu \cdot \cos[2 \cdot K \cdot x \cdot (1 + \alpha \cdot x)])}, \quad (1)$$

где c_0 – скорость света в вакууме, n_0 – коэффициент преломления среды, $K = 2\pi/\Lambda$, Λ – пространственный период решетки, μ – глубина модуляции коэффициента преломления среды, α – коэффициент, характеризующий скорость изменения пространственного периода решетки (чирп).

В этом случае уравнение для волны, распространяющейся в бездисперсной среде вдоль оси x , можно записать в виде

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{n_0^2}{c^2} \cdot [1 + \mu \cdot \cos(2 \cdot K \cdot x \cdot [1 + \alpha \cdot x])] \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0. \quad (2)$$

Согласно [2,3], вышеприведенное уравнение второго порядка можно свести к уравнению первого порядка

$$\frac{\partial u}{\partial x} - g(x) \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad (3)$$

где

$$g(x) = \pm \frac{n_0}{c_0} \cdot \sqrt{1 + \mu \cdot \cos(2 \cdot K \cdot x \cdot [1 + \alpha \cdot x])}. \quad (4)$$

Знаки плюс-минус в выражении (4) соответствуют прямой и отраженной волне соответственно. С учетом прямой и отраженной волны и малости параметра μ , общее решение волнового уравнения (2) для каждой из трех областей ($x < 0$, $0 < x < L$, $x > L$) можно представить в виде

$$F(\omega, x) = \begin{cases} U(\Delta\omega) \cdot \exp(-i \cdot k \cdot x) + A \cdot U(\Delta\omega) \cdot \exp(i \cdot k \cdot x), & x < 0 \\ B \cdot U(\Delta\omega) \cdot \exp(-i \cdot k \cdot n_0 \cdot x \cdot [1 + f(x)]) + C \cdot U(\Delta\omega) \cdot \exp(i \cdot k \cdot n_0 \cdot x \cdot [1 + f(x)]), & 0 \leq x \leq L \\ D \cdot U(\Delta\omega) \cdot \exp(-i \cdot k \cdot [x - L]), & x > L, \end{cases} \quad (5)$$

где $U(\omega)$ – фурье-образ импульса, $k = 2\pi/\lambda_0$ – волновой вектор, $\Delta\omega = \omega - \omega_0$, $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$ – несущая частота импульса,

$$f(x) = \frac{\mu}{2} \cdot \cos\left(\frac{4 \cdot \pi \cdot L}{\Lambda} \cdot [1 + \alpha \cdot x]\right). \quad (6)$$

Из требования непрерывности $F(\omega, x)$ и ее первой производной на границах $x = 0$ и $x = L$ получаем четыре соотношения

$$\begin{cases} A + 1 = B + C, \\ A - 1 = n_0 \cdot \left(1 + \frac{\mu}{2}\right) \cdot (C - B), \end{cases}$$

$$\begin{cases} B \cdot \exp(-i \cdot k \cdot n_0 \cdot l) - C \cdot \exp(i \cdot k \cdot n_0 \cdot l) = \frac{1}{n_0 \cdot p} \cdot D, \\ B \cdot \exp(-i \cdot k \cdot n_0 \cdot l) + C \cdot \exp(i \cdot k \cdot n_0 \cdot l) = D, \end{cases} \quad (7)$$

где
$$l = L + \frac{\mu \cdot L}{2} \cdot \cos(2 \cdot K \cdot L \cdot [1 + \alpha \cdot L]), \quad (8)$$

$$p = 1 + \frac{\mu}{2} \cdot \cos(2 \cdot K \cdot L \cdot [1 + \alpha \cdot L]) - \mu \cdot K \cdot L \cdot (1 + 2 \cdot \alpha \cdot L) \cdot \sin(2 \cdot K \cdot L \cdot [1 + \alpha \cdot L]).$$

Поскольку, как нетрудно показать, ранг R основной и расширенной матрицы системы (7), относительно переменных A, B, C, D , равен числу переменных ($R = 4$), то система имеет решение при условии, что детерминант системы отличен от нуля. Это, в свою очередь, равносильно требованию

$$\exp(i \cdot 2 \cdot k \cdot n_0 \cdot l) \neq \frac{(n_1 + 1) \cdot (n_0 \cdot p - 1)}{(n_1 - 1) \cdot (n_0 \cdot p + 1)} = \Phi(L/\Lambda, n_0, \mu, \alpha), \quad (9)$$

где
$$n_1 = n_0 \cdot \left(1 + \frac{\mu}{2}\right).$$

Как видно из (8), (9), при заданных параметрах αL и μ для всех значений отношения L/Λ , при которых правая часть (9) (которую обозначим через $\Phi(L/\Lambda, n_0, \mu, \alpha)$) больше единицы, данная среда прозрачна для всех длин волн.

При значениях отношения L/Λ , для которых $\Phi(L/\Lambda, n_0, \mu, \alpha)$ меньше единицы, данная среда прозрачна для всех длин волн, для которых имеет место соотношение $\sin(2 \cdot n_0 \cdot k \cdot l) \neq 0$, т.е.

$$\lambda \cdot m \neq 4 \cdot n_0 \cdot L \cdot \left(1 + \frac{\mu}{2} \cdot \cos(2 \cdot K \cdot L \cdot [1 + \alpha \cdot L])\right), \quad (10)$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$

При значениях отношения L/Λ , для которых $\Phi(L/\Lambda, n_0, \mu, \alpha)$ равно единице ($p = 1 + \mu/2$), данная среда прозрачна для всех длин волн, для которых имеет место соотношение $\exp(i \cdot 2 \cdot n_0 \cdot k \cdot l) \neq 1$, т.е.

$$\lambda \cdot m \neq 2 \cdot n_0 \cdot L \cdot \left(1 + \frac{\mu}{2} \cdot \cos(2 \cdot K \cdot L \cdot [1 + \alpha \cdot L])\right). \quad (11)$$

Как следует из системы (7), коэффициенты пропускания $|D|^2$ и отражения $|A|^2$ среды имеют следующий вид:

$$|A|^2 = \frac{(b_3 - b_4)^2 + 4 \cdot b_3 \cdot b_4 \cdot \sin^2(n_0 \cdot k \cdot l)}{(b_1 - b_2)^2 + 4 \cdot b_1 \cdot b_2 \cdot \sin^2(n_0 \cdot k \cdot l)}, \quad (12)$$

$$|D|^2 = \frac{1}{(b_1 - b_2)^2 + 4 \cdot b_1 \cdot b_2 \cdot \sin^2(n_0 \cdot k \cdot l)},$$

где
$$b_1 = \frac{(n_0 \cdot p + 1) \cdot (n_1 + 1)}{4 \cdot n_0 \cdot p}, \quad b_2 = \frac{(n_0 \cdot p - 1) \cdot (n_1 - 1)}{4 \cdot n_0 \cdot p},$$

$$b_3 = b_2 \cdot \left(\frac{n_1 + 1}{n_1 - 1} \right), \quad b_4 = b_1 \cdot \left(\frac{n_1 - 1}{n_1 + 1} \right). \quad (13)$$

Из (9) следует, что коэффициенты пропускания и отражения среды имеют интерференционную структуру. Причем при $\Phi(L/\Lambda, n_0, \mu, \alpha) > 1$ и $\Phi(L/\Lambda, n_0, \mu, \alpha) < 1$ коэффициент пропускания $|D|^2$ максимален (коэффициент отражения $|A|^2$ минимален),

$$|D|^2_{\max} = \frac{4 \cdot n_0^2 \cdot p^2}{(n_0 \cdot p + n_1)^2},$$

$$|A|^2_{\min} = \left(\frac{n_0 \cdot p - n_1}{n_0 \cdot p + n_1} \right)^2, \quad (14)$$

для длин волн, для которых $n_0 \cdot k \cdot l = \pi \cdot m$ ($m = 1, 2, 3, \dots$). При $\Phi(L/\Lambda, n_0, \mu, \alpha) = 1$ коэффициент пропускания ($|D|^2 = 1$) максимален, а коэффициент отражения ($|A|^2 = 0$) минимален.

Согласно (12), сумма коэффициентов отражения и пропускания имеет следующий вид:

$$|A|^2 + |D|^2 = \left(1 + \frac{\mu}{2} \right) / p. \quad (15)$$

Очевидно, что выражение (15) должно быть меньше или равно единице. Следовательно, согласно (15), результаты, полученные в данной работе, справедливы в случае $\mu \ll 1$ и $2 \cdot \mu \cdot \pi \cdot L \cdot (1 + 2 \cdot \alpha \cdot L) \ll \Lambda$ ($p \approx 1$), когда $|A|^2 + |D|^2 \approx 1$, т.е. когда много меньше единицы как глубина модуляции, так и произведение глубины модуляции на число акустических длин волн Λ , укладывающихся на длине $2\pi L$ (при $\alpha \cdot L < 1$).

Вместе с тем при условии, что $2\pi \cdot (L/\Lambda) \cdot (1 + \alpha \cdot L) = \pi \cdot m$, т.е. $p = 1 + \mu/2$, выполнение данных неравенств необязательно (т.к. $|A|^2 + |D|^2 = 1$), а среда прозрачна для всех длин волн, для которых $\exp(i \cdot 2 \cdot n_0 \cdot k \cdot l) \neq 1$.

На рис.1а приведены зависимости коэффициентов пропускания и отражения данной среды при следующих значениях параметров: $\Lambda = 3 \cdot \lambda_0 / n_0$, где $\lambda_0 = 1.3$ мкм, $n_0 = 1.5$, $L = 255.5 \cdot \Lambda$, $\mu = 10^{-4}$, для величин $\alpha = -0.019/L$ (1), $\alpha = -0.01996/L$ (2). Видно, что при заданных значениях длины среды, коэффициента преломления среды и глубины модуляции коэффициента преломления среды, с увеличением абсолютной величины чирпа имеет место увеличение глубины модуляции спектральных по-

лос коэффициентов пропускания и отражения с одновременным смещением спектральных полос.

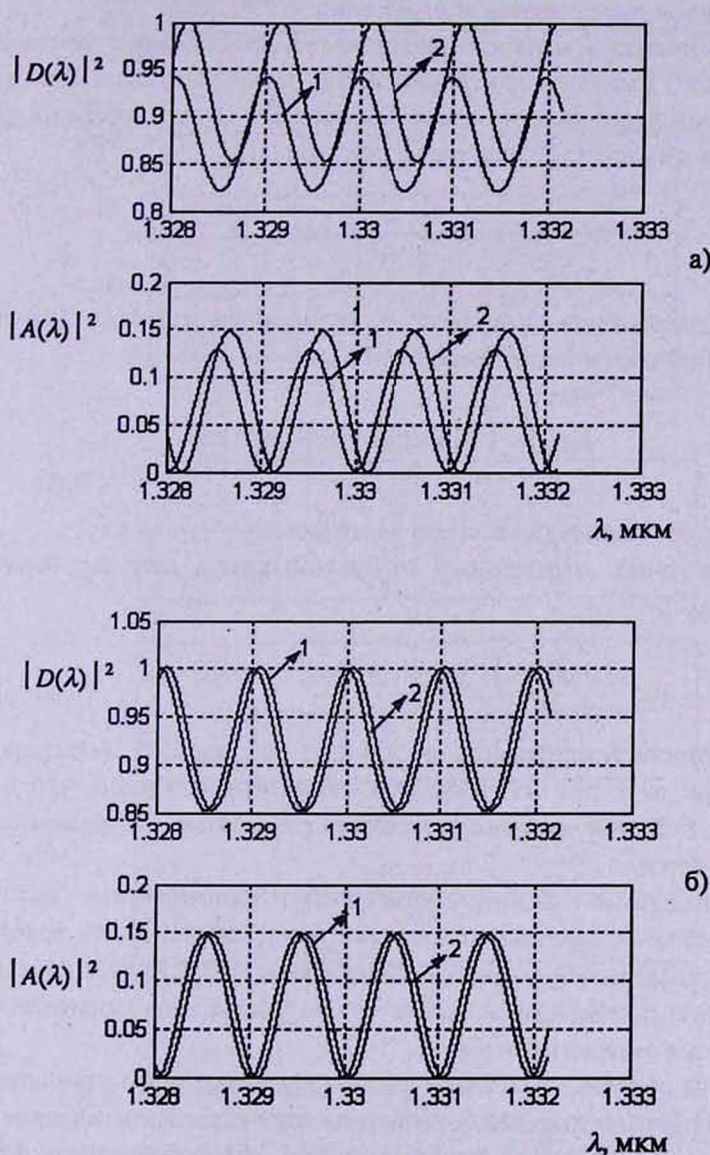


Рис1. Зависимости коэффициентов пропускания и отражения среды при следующих значениях параметров: а) $\Lambda = 3 \cdot \lambda_0 / n_0$, где $\lambda_0 = 1.3$ мкм, $n_0 = 1.5$, $L = 255.5 \cdot \Lambda$, $\mu = 10^{-4}$, для величин $\alpha = -0.019/L$ (1), $\alpha = -0.01996/L$ (2) соответственно. б) $\Lambda = 3 \cdot \lambda_0 / n_0$, $n_0 = 1.5$, $\alpha = -0.01996/L$, $L = 255.5 \cdot \Lambda$, для величин $\mu = 10^{-4}$ (1), $\mu = 10^{-6}$ (2) соответственно.

На рис.16 представлены зависимости коэффициентов пропускания и отражения данной среды при следующих значениях параметров: $\Lambda = 3 \cdot \lambda_0 / n_0$, $n_0 = 1.5$, $\alpha = -0.01996/L$, $L = 255.5 \cdot \Lambda$, для величин $\mu = 10^{-4}$ (1),

$\mu = 10^{-6}$ (2). Видно, что при заданных значениях длины среды, коэффициента преломления среды и чирпа, с увеличением глубины модуляции коэффициента преломления имеет место смещение спектральных полос коэффициентов пропускания и отражения.

Практический интерес представляет прохождение фемтосекундного лазерного импульса длительностью в несколько оптических периодов колебаний через данную среду. Рассмотрим случай, когда на данную среду падает фемтосекундный лазерный импульс

$$u_0(t) = \exp\left\{-\frac{t^2}{t_0^2}\right\} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t), \quad (16)$$

где $2t_0$ — длительность импульса, ω_0 — несущая частота. Импульс на выходе данной среды имеет следующий вид:

$$u_{Tr}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} D(\omega) U_0(\omega) \exp\{-j\omega \cdot t\} d\omega, \quad (17)$$

где $U_0(\omega)$ — фурье-образ падающего импульса.

Аналогично, отраженный от данной среды импульс имеет следующий вид:

$$u_R(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) \cdot U_0(\omega) \exp\{-j\omega \cdot t\} d\omega. \quad (18)$$

На рис.2а,б приведены результаты численного интегрирования (17), (18), при двух разных значениях параметра Λ . Видно, что в обоих случаях проходящий импульс несколько сжимается, а отраженный импульс уширяется.

Приведенные данные соответствуют одномодовому волокну, с периодическим изменением показателя преломления вдоль волокна, из плавленого кварца, для которого длина волны $\lambda_0 = 1.33$ мкм соответствует бездисперсной области. А длина среды такова, что влиянием кубичной дисперсии можно пренебречь.

Таким образом, благодаря сведению нелинейного уравнения (2) к уравнению первого порядка (3) удалось получить аналитическое решение волнового уравнения, описывающего распространение фемтосекундного лазерного импульса длительностью в несколько оптических колебаний, в одномерной недиспергирующей среде с периодическим изменением показателя преломления (5). Решение получено вне рамок приближения медленно-меняющихся амплитуд, при допущении, что как глубина модуляции, так и произведение глубины модуляции на число акустических длин волн Λ , укладываемых на длине $2\pi L$ (при $\alpha L < 1$), много меньше единицы.

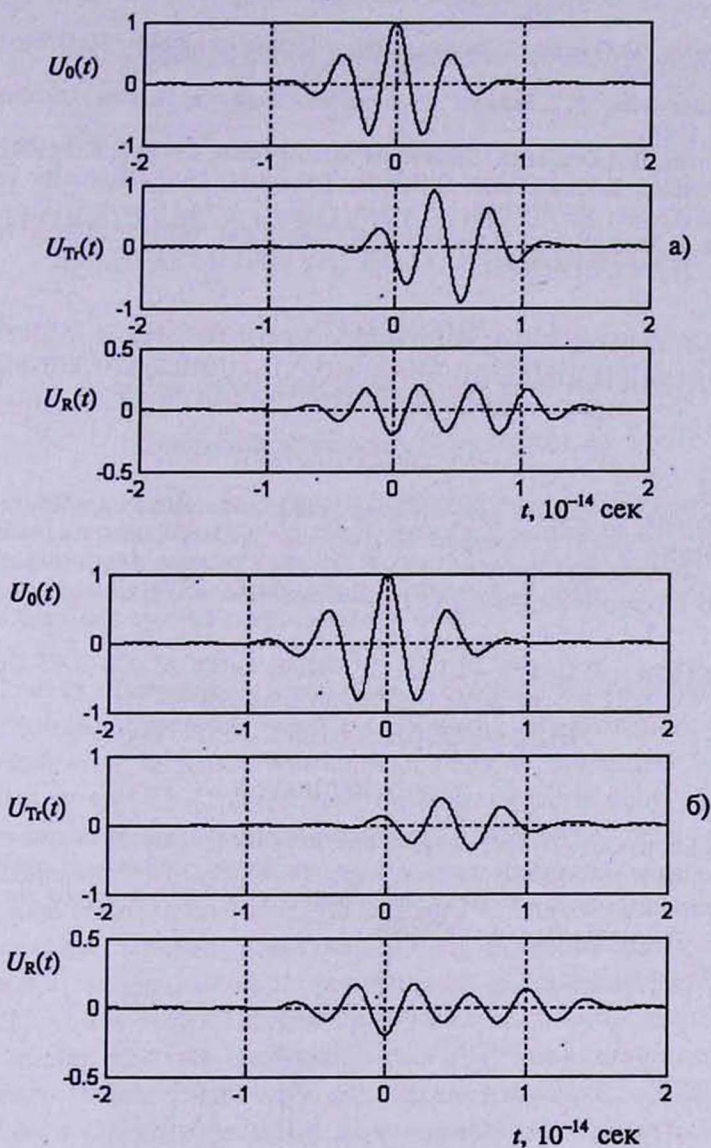


Рис.2. Результаты численного интегрирования (17), (18), при следующих значениях параметров: а) $2t_0 = 10$ фс, $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0 = 1.33$ мкм, $n_0 = 1.5$, $\mu = 10^{-4}$, $\Lambda = 3 \cdot \lambda_0/n_0$, $L = 255.5 \cdot \Lambda$, $\alpha = -0.01996/L$. б) $2t_0 = 10$ фс, $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0 = 1.33$ мкм, $n_0 = 1.5$, $\mu = 10^{-4}$, $\Lambda = 3.5 \cdot \lambda_0/n_0$, $L = 255.5 \cdot \Lambda$, $\alpha = -0.01996/L$.

Данный метод, в частности, может быть применен для описания оптических фильтров на основе жидких кристаллов, поскольку в этих средах произведение глубины модуляции на число акустических длин волн Λ , укладывающихся на длине $2\pi L$ (при $\alpha L < 1$), много меньше единицы [4,5].

ЛИТЕРАТУРА

1. H.Nishihara, M.Haruna, T.Suhara. Optical integrated circuits. McGraw-Hill Book Company, 1989.
2. Л.А.Вайнштейн, Д.Е.Вакман. Разделение частот в теории колебаний. М., Наука, 1983.
3. А.А.Акопян, Д.Л.Оганесян. Квантовая электроника, 24, №7, 622 (1997).
4. S.Matsumoto, K.Hirabayashi, S.Sakata, T.Hayashi. IEEE Photonics Technology Letters, 11, №4, 359 (1999).
5. Y.Jeong, B.Yang, B.Lee, H.Seok Seo, S.Choi, K.Oh. IEEE Photonics Technology Letters, 12, №5, 519 (2000).

ՄԻ ԶԱՆԻ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ՏՍՏԱՆՄԱՆ ՏԵՎՈՂՈՒԹՅԱՄԸ ԼԱԶԵՐԱՅԻՆ
ԻՄՊՈՒԼՍԻ ՏԱՐԱԾՈՒՄԸ ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ՄԵԿԱՆԱՄԵՌՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐՈՎ
ԱՌԱՅ ԴԻՍՊԵՐՍԻԱՅԻ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ

Դ.Լ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

Աշխատանքում քերված է միաչափ պարբերական անհամասեռություններով վերջավոր
և առանց դիսպերսիայի միջավայրում մի քանի օպտիկական տատանման տևողությամբ
լազերային իմպուլսի տարածումը նկարագրող ալիքային հավասարման անալիտիկ լուծումը
առանց դանդաղ փոփոխվող լայնությունների մոտավորությունը հաշվի առնելու:

PROPAGATION OF LASER PULSE OF SOME OPTICAL CYCLES DURATION
IN NON-DISPERSIVE MEDIUM
WITH PERIODIC INHOMOGENEITIES

D.L. HOVHANNISYAN

Analytical solution of wave equation describing the propagation of a laser pulse with
the duration of a few optical cycles in a non-dispersive medium with one-dimensional
periodic nonuniformity is obtained. The solution is carried out beyond the frames of
approximation of slowly varying amplitudes.