Известия НАН Армении, Физика, т.35, №6, с.299-308 (2000)

УДК 621.373

# ВЫНУЖДЕННОЕ КОМБИНАЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ НА ВНУТРИЗОННЫХ ПЕРЕХОДАХ В МНОГОСЛОЙНОЙ РАЗМЕРНО-КВАНТОВАННОЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ СТРУКТУРЕ В КВАНТУЮЩЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А.Г. АЛЕКСАНЯН, А.С. ЕРЕМЯН

Институт радиофизики и электроники НАН Армении

(Поступила в редакцию 25 октября 1999 г.)

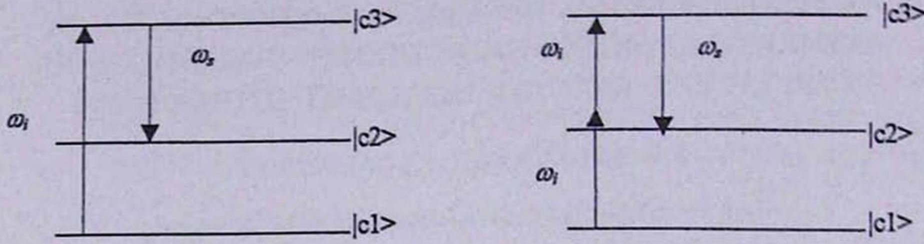
Рассмотрены двухфотонный и трехфотонный процессы комбинационного рассеяния в трехмерно-квантованном спектре полупроводника. Получены аналитические выражения для нелинейной восприимчивости, коэффициента усиления и порога генерации. Показано, что учет конечной заселенности уровней приводит к тому, что комбинационное рассеяние и горячая люминесценция сопровождаются резонансной флуоресценцией. Численные оценки показывают, что специфика среды приводит к низким порогам генерации и высоким значениям коэффициента усиления.

Важной задачей современной оптоэлектроники является как усовершенствование известных, так и создание принципиально новых ИК фотоприемников и перестраиваемых лазеров. В связи с этим особый интерес вызывают нелинейные оптические явления, которые могут быть использованы в подобных приборах [1,2], в частности, явление рамановского рассеяния на электронных состояниях в полупроводнике.

В качестве среды будем рассматривать многослойную структуру, образованную периодическим чередованием двух различных полупроводниковых слоев с различными толщинами. Узкозонный слой размерно-квантован, а широкозонный имеет такую толщину, что обеспечивает слабую связь между слоями узкозонного. Такая структура, помещенная в квантующее магнитное поле по нормали к плоскостям слоев, будет иметь трехмерно-квантованный электронный (дырочный) спектр [3].

Особенностью рассматриваемой системы является то, что (когда толщина размерно-квантованной пленки $d$ и величина магнитного поля выбираются такими, что ни одна из разностей частот не попадает в резонанс с частотой оптического фонона) электрон-фононное взаимодействие в ней подавлено [4] и время релаксации возбужденного электрона определяется не электрон-фононной релаксацией (как в [5,6]), а спонтанным распадом уровня.

Ниже мы будем рассматривать явление вынужденного рамановского рассеяния в трехуровневой системе, образованной тремя низшими состояниями размерного квантования в зоне проводимости полупроводника (рис.1).




а Рис.1. б

На рис.1 показаны два вида рамановского рассеяния, которые соответствуют двухфотонному (а) и трехфотонному (б) процессам.

Поскольку дипольный однофотонный переход |c1>-|c3> запрещен правилами отбора, то мы будем рассматривать процесс рамановского рассеяния как а) двухфотонный с квадрупольно-дипольными переходами, б) трехфотонный с диполь-дипольными переходами.

Перейдем теперь к изучению явления рамановского рассеяния, рассмотрение которого удобно проводить в рамках теории возмущений, используя формализм матрицы плотности. Исходным является уравнение движения оператора плотности:

$$i\hbar\frac{\partial\hat{\rho}}{\partial t}=\left[\hat{H},\hat{\rho}\right], \tag{1}$$

где

$$\hat{H}=\hat{H}_0+\hat{H}'+\hat{H}^{(r)} \tag{2}$$

есть полный гамильтониан, описывающий систему под воздействием излучения. $\hat{H}_0$ – невозмущенный гамильтониан, для которого нормированные функции $\Psi$ и собственные значения $E_{n,l}$ находим из уравнения

$$\hat{H}_0\Psi=E\Psi\,. \tag{3}$$

Согласно [3] в приближении эффективной массы решение (3) имеет вид

$$\Psi_c=U_{c0}(r)F_\upsilon(r),$$

$$F=\varphi_l(y-y_0)\exp(ik_x x)\sqrt{\frac{2}{d}}\sin\left(\frac{\pi n}{d}z\right), \tag{4}$$

с собственными значениями

$$E_{n,l}=\frac{\pi^2\hbar^2}{2m_c^* d^2}n^2+\hbar\Omega_{cycl}\left(l+\frac{1}{2}\right). \qquad (5)$$

Здесь $U_{c0}(r)$ – блоховская волновая функция электрона в точке экстремума ($\mathrm{k}=0$) зоны проводимости, $\varphi_l(y-y_0)$ – осцилляторная функция, отнесенная к положению равновесия $y_0$; $l$ и $n$ – квантовые числа магнитного осциллятора и размерного квантования, соответственно, $k_x$ – $x$-компонента квазиволнового вектора, $m_c^*$ – эффективная масса, $\Omega_{cycl}$ – циклотронная частота. В направлении $z$ движение носителей ограничено в бесконечно глубокой прямоугольной яме с шириной $d$, а в плоскости пленки оно квантуется магнитным полем $H\|z$ [3]. В (2) $\hat{H}^{(r)}$ описывает релаксационные процессы, а $\hat{H}'$ представляет гамильтониан возмущения, характеризующий взаимодействие между средой и излучением:

$$\hat{H}'=\frac{e}{mc}\mathbf{A}(\mathbf{r},t)\left(\hat{p}+\frac{e}{c}\mathbf{A}^{(0)}\right), \qquad (6)$$

где $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$ и $\mathbf{A}^{(0)}$ – вектор-потенциалы поля излучения и внешнего потоянного магнитного поля, соответственно:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t)=A\mathbf{e}\exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}+i\omega t)+c.c., \quad \mathbf{A}^{(0)}=\{-Hy,0,0\}.$$

Матричный элемент возмущения (6) между волновыми функциями (4) для внутризонных переходов равен

$$H'_{\upsilon_c\upsilon'_c}\equiv\langle\Psi_{\upsilon_c}|\hat{H}'|\Psi_{\upsilon'_c}\rangle=\int U_{c0}^* F_{\upsilon_c}^*\hat{H}' U_{c0}F_{\upsilon'_c}d^3r,$$

где $\upsilon_c\equiv\{n,l,k_x\}$ – набор квантовых чисел, характеризующий систему, а интегрирование производится по основной области кристалла.

Для переходов между состояниями размерного квантования $n$ и $n'$ получаем из (6) и (4) в дипольном приближении:

$$H'_{\upsilon'_c\upsilon_c}=-\frac{ie\hbar A}{dmc}\frac{4nn'}{n^2-n'^2}\delta_{n-n',2k+1}\delta_{k_x,k'_x}\delta_{l,l'}, \qquad \mathbf{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}. \qquad (7)$$

Отсюда видно, что дипольный переход c1-c3 запрещен, а в квадрупольном приближении получается:

$$H'_{13QE}=\frac{3}{8}\frac{e\hbar qd}{m\omega_i d}E_i(\omega_i). \qquad (8)$$

При вычислении (8) учитывалась связь между напряженностью электрического поля и векторным потенциалом; принято во внимание также то, что для существования квадрупольного перехода между состояниями размерного квантования необходимо наличие $z$-компоненты волнового вектора падающей волны. С целью достижения наибольшего значения $H'_{13QE}$ мы приняли угол между **q** и **z** равным $45^0$.

Применение теории возмущений к разложениям $\hat{\rho}$ и $\hat{H}$ по степеням электрического поля приводит к следующим уравнениям для диагональных и недиагональных элементов матрицы плотности $p$-го порядка [7]:

$$i\hbar\left(\frac{\partial}{\partial t}+\gamma_j\right)(\rho_{jj}^{(p)}-\rho_{jj}^{(0)})=\left[\hat{H}',\hat{\rho}^{(p-1)}\right]_{jj}, \qquad i=j, \tag{9}$$

$$i\hbar\left(\frac{\partial}{\partial t}+i\omega_{ij}+\gamma_{ij}\right)\rho_{ij}^{(p)}=\left[\hat{H}',\hat{\rho}^{(p-1)}\right]_{i,j}, \qquad i\neq j. \tag{10}$$

Здесь $\omega_{ij}=(E_i-E_j)\hbar^{-1}$ – частота перехода $i\to j$. В равновесном состоянии $\rho_{ii}^{(0)}$ в (9) и (10) принимается равным функции распределения Ферми $f_i$. Член $\hat{H}^{(r)}$ в гамильтониане (4) был учтен в (10) релаксационным членом ($i\hbar\gamma_{ij}$). В нашей системе $\gamma_{ij}=\gamma_i+\gamma_j$, где $\gamma_j$ – естественная ширина уровня $j$. Последняя определяется из общего выражения

$$\gamma_j=\sum_{i<j}\frac{4\eta_\alpha^3\omega_{ji}^3\mu_{ji}^2}{3\hbar c^3}, \tag{11}$$

где $\eta_\alpha$ – показатель преломления волны на соответствующей частоте. Здесь под знак суммы входят коэффициенты Эйнштейна для спонтанного излучения, соответствующие данным парам уровней $j$ и $i$. При вычислении квадрупольного перехода |3>–|1> нужно в (11) поставить матричный элемент квадрупольного перехода и провести соответствующее усреднение по направлениям распространения волны. Пренебрегая малым вкладом этого перехода в уширение уровня |3>, получаем для $\gamma_3$:

$$\gamma_3\approx\frac{4\eta_s^3\omega_{32}^3\mu_{32}^2}{3\hbar c^3}=\frac{4\eta_s^3e^2\hbar\omega_{32}}{3c^3m^2d^2}\left(\frac{24}{5}\right)^2. \tag{11а}$$

В последнем равенстве было использовано значение $\mu_{32}$, определяемое с помощью (7). Аналогично, для $\gamma_2$ и $\gamma_1$ получаем:

$$\gamma_2=\frac{4\eta_s^3\omega_{21}^3\mu_{21}^2}{3\hbar c^3}=\frac{4\eta_s^3e^2\hbar\omega_{21}}{3c^3m^2d^2}\left(\frac{8}{3}\right)^2, \quad \gamma_1=0. \tag{11б}$$

Здесь мы предположили, что $\eta_{21}\approx\eta_{32}=\eta_s$.

Сравнение (11а) и (11б) показывает, что для нашей системы всегда выполняются соотношения

$$\gamma_2<\gamma_3,\ \gamma_{21}<\gamma_{31};\gamma_{32}. \tag{12}$$

Рассмотрим два типа процессов комбинационного рассеяния, схематически показанных на рис. 1а и 1б, соответственно.

### а. Двухфотонный процесс

На рис.1а показан процесс, при котором поглощается падающий фотон с частотой $\omega_l$ излучается фотон на стоксовой частоте $\omega_s$, при этом система переходит из начального состояния |1> в конечное |2>.

Вычисление нелинейной поляризации $P(\omega_s)$ (восприимчивости $\chi(\omega_s)$), необходимой для генерации излучения на частоте $\omega_s$, проводится на основе уравнений (9) и (10). В вычислениях по рамановскому рассеянию обычно предполагается, что система изначально находится в основном состоянии и в правой части (10) принимается для равновесной заселенности: $\rho_{jj}^{(0)} = \delta_{j1}\rho_{jj}^{(0)}$ (см., например, [8]). Здесь же мы будем учитывать конечное значение равновесных заселенностей рассматриваемых уровней.

Соответствующий матричный элемент $\rho_{23}$, описывающий переход |3>--|2> и имеющий резонансный знаменатель при $\omega_{32} = \omega_s$, получается, при резонансных приближениях, в третьем порядке разложения $\rho$ в теории возмущений:

$$\rho_{32}^{(3)} = (\rho_{32}^{(3)}) = -\frac{1}{\hbar(-\omega_s + \omega_{32} - i\gamma_{32})}[H_{32}^{\prime -\omega_l}(\rho_{22}^{(2)} - \rho_{33}^{(2)}) + H_{31}^{\prime -\omega_l}\rho_{12}^{(2)}] =$$

$$= -\frac{H_{32}^{\prime -\omega_s}}{\hbar(-\omega_s + \omega_{32} - i\gamma_{32})}\left[(\rho_{22}^{(2)} - \rho_{33}^{(2)})\cdot\left(1 - |H_{23}'|^2 \frac{2\lambda_{23}\left(\frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_3}\right)}{\hbar^2(\omega_s - \omega_{32})^2 + \gamma_{23}^2)}\right) - \right. \quad (13)$$

$$\left. - |H_{31}^{\prime -\omega_l}|^2 \frac{(\rho_{11}^{(0)} - \rho_{33}^{(0)})2\gamma_{13}}{\hbar^2\gamma_3(\omega_l - \omega_{31})^2 + \gamma_{13}^2)}\right] +$$

$$+ \frac{H_{32}^{\prime -\omega_s}}{\hbar(-\omega_s + \omega_{32} - i\gamma_{32})} \frac{|H_{31}^{\prime \omega_l}|^2}{\hbar^2(\omega_l - \omega_s + \omega_{12} - i\gamma_{12})}\left(\frac{\rho_{11}^{(0)} - \rho_{33}^{(0)}}{\omega_l - \omega_{31} - i\gamma_3} - \frac{\rho_{33}^{(0)} - \rho_{22}^{(0)}}{-\omega_l + \omega_{32} - i\gamma_{32}}\right).$$

Среднее значение результирующей поляризации определяется с помощью (13), используя определение среднего значения квантовомеханической величины:

$$\langle P_S \rangle = \mathrm{Sp}(\hat{\rho}^{(3)}\hat{P}_S) = (\chi_S^{(1)} + \chi_{SS}^{(3)}|E_S|^2 + \chi_{SL}^{(3)}|E_l|^2 + \chi_{SR}^{(3)}|E_l|^2)E_S, \quad (14)$$

где восприимчивости $\chi$ определяются из (13) и (14) с помощью следующих общих соотношений:

$$\hat{H}' = -\mu\mathbf{E}\ ;\ \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t};\ P_s = \frac{2}{V}\sum_{k_s,n,l}\mu_{23}, \quad (15)$$

а также с учетом правил отбора (7);

$$\chi_S^{(1)} = \left(\frac{24}{5}\right)^2 \left(\frac{e^3 H}{m^2 c\pi d^3 \omega_s^2}\right) \frac{(\rho_{22}^{(0)} - \rho_{33}^{(0)})}{(-\omega_s + \omega_{32} - i\gamma_{32})}, \tag{16а}$$

$$\chi_{SS}^{(3)} = -\chi_S^{(1)} \left(\frac{24}{5}\right)^2 \left(\frac{e^2}{m^2 d^2 \omega_s^2}\right) \frac{2\gamma_{23}\left(\frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_3}\right)}{(\omega_s - \omega_{32})^2 + \gamma_{23}^2}, \tag{16б}$$

$$\chi_{SL}^{(3)} = -\left(\frac{9}{5}\right)^2 \left(\frac{e^5}{m^4 c\pi}\right) \left(\frac{q^2 H}{\omega_i^2 \omega_s^2 d^3}\right) \frac{(\rho_{11}^{(0)} - \rho_{33}^{(0)}) 2\gamma_{13}}{\gamma_3((\omega_1 - \omega_{31})^2 + \gamma_{13}^2)(-\omega_s + \omega_{32} - i\gamma_{32})}, \tag{16в}$$

$$\chi_{SR}^{(3)} = \frac{\left(\frac{9}{5}\right)^2 \left(\frac{e^5}{m^4 c\pi}\right) \left(\frac{q^2 H}{\omega_i^2 \omega_s^2 d^3}\right)}{(-\omega_s + \omega_{32} - i\gamma_{32})(\omega_i - \omega_s + \omega_{12} - i\gamma_{12})} \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{\rho_{11}^{(0)} - \rho_{33}^{(0)}}{(\omega_i - \omega_{31} - i\gamma_{13})} - \\ - \dfrac{\rho_{33}^{(0)} - \rho_{22}^{(0)}}{(-\omega_s + \omega_{32} - i\gamma_{32})} \end{array} \right\}. \tag{16г}$$

При вычислении Sp в (14) (суммы в (15)) учитывалось спиновое вырождение (множитель 2) и соотношение $\frac{1}{V}\sum_{k_x} = \frac{eH}{2\pi\hbar c d}$. Поскольку правила отбора (7) запрещают однофотонный дипольный переход |1>--|3>, то для входящего в (13) $H_{31}'^{\omega_i}$ было использовано вычисленное в квадрупольном приближении его значение из (8).

С рамановским рассеянием связана нелинейная восприимчивость $\chi_{SR}^{(3)}$, которая содержит резонансный знаменатель при $\omega_i - \omega_s = \omega_{21}$. Появление трех других $\chi$ является результатом вклада $(\rho_{22}^{(2)} - \rho_{33}^{(2)})$ в уравнение для $\rho_{32}^{(3)}$. Мнимая часть восприимчивости $\chi_{SL}^{(3)}$ описывает процесс горячей люминесценции, обусловленный резонансным заселением верхнего возбужденного состояния за счет поля накачки $E_i$.

Как видно из вида восприимчивости $\chi_{ss}^{(3)}$, она связана с наличием прямого поглощения на частоте $\omega_s$ ($\chi_{ss}^{(1)}$ – линейная восприимчивость на частоте $\omega_s$). Усиление волны $E_s$, связанное с этим членом и имеющее место при выполнении соотношения

$$\chi_{ss}^{(3)} |E_s|^2 > \chi_S^{(1)}, \tag{17}$$

связано с процессом резонансной флуоресценции, сопровождающей когерентное рассеяние на частоте $\omega_s$ при резонансном поглощении волны на той же частоте. При описании процесса рамановского рассеяния членом $\chi_{ss}^{(3)} |E_s|^2$ в поляризации (14) обычно пренебрегают, поскольку вне резонанса ($|\omega_s - \omega_{32}| >> \gamma_{32}$) (при отсутствии линейного поглощения стоксовой волны) этот член приводит просто к изменению показателя преломления, не давая вклада в усиление.

Как видно из выражений для $\chi_{SR}^{(3)}$ и $\chi_{SL}^{(3)}$, рамановское рассеяние и горячая люминесценция имеют различные ширины линий. При выполнении соотношения (12) рассеяние характеризуется более узкой линией из-за наличия $\gamma_{21}$ в знаменателе, в то время как горячая люминесценция проявляется как широкий ($\gamma_{31}$) фон. С другой стороны, восприимчивость $\chi_{SS}^{(3)}$ из (14) также содержит член, пропорциональный $1/\gamma_2$, и имеет узкую ширину линии $\gamma_2$. Здесь следует особо отметить, что волна на частоте $\omega_s$, распространяясь в среде при выполнении условия (17), усиливается (что можно обеспечить также и дополнительной накачкой), и при расчете пороговых характеристик в качестве потерь следует брать потери в резонаторе на один проход.

### б. Трехфотонный процесс

На рис.1б показан трехфотонный рамановский процесс, который отличается от рассмотренного случая а) тем, что резонансный промежуточный переход происходит на удвоенной частоте падающего излучения. Аналогично процессу а), вычисление поляризации и соответствующей восприимчивости на стоксовой частоте сводится к вычислению $\rho_{23}$, имеющему резонансный знаменатель при $\omega_{32} = \omega_s$. Последний в этом случае получается в 5-м порядке разложения $\hat{\rho}$ по полю. Предполагая для простоты, что система в начальный момент находится в основном состоянии |1>, получаем на основании (10) для соответствующего члена:

$$\rho_{23}^{(5)} = (\rho_{32}^{(5)})^* =$$

$$= \frac{\left|H_{32}^{\prime\omega_l}\right|^2 \left|H_{21}^{\prime\omega_l}\right|^2 H_{32}^{\prime\omega_l} \rho_{11}^{(0)}}{\hbar^5(\omega_l - \omega_{21})(-\omega_l + \omega_s - \omega_{13})(-2\omega_l + \omega_{31} - i\gamma_{31})(\omega_s + \omega_{23} - i\gamma_{23})(-2\omega_l + \omega_s + \omega_{21} - i\gamma_{21})}. \tag{18}$$

Среднее значение поляризации

$$\langle P_s \rangle = \mathrm{Sp}\left(\hat{\rho}^{(5)} p_s\right) = \chi_{sb} \left|E_l(\omega_l)\right|^4 E_s, \tag{19}$$

где восприимчивость $\chi_{sb}$ получается на основе общих соотношений (15) и (7):

$$\chi_{sb} = \left( \frac{944\left(\frac{e^7}{m^6 \pi c}\right) H \rho_{11}^{(0)}}{d^7 \omega_l^4 \omega_s^2 (\omega_l - \omega_{21})(-\omega_l + \omega_s - \omega_{13})(-2\omega_l + \omega_{31} - i\gamma_{31})(\omega_s + \omega_{23} - i\gamma_{23})(-2\omega_l + \omega_s + \omega_{21} - i\gamma_{21})} \right). \tag{20}$$

Полученные в пп. а) и б) аналитические выражения для нелинейных поляризаций (14) и (19) (восприимчивостей (16) и (20), соответственно) позволяют вычислить для обоих рассматриваемых процессов пороговое значение интенсивности для генерации рамановского излучения. Для определения последнего запишем уравнение распространения стоксовой волны в резонаторе:

$$\frac{\partial^2 E_s}{\partial t^2}+\frac{1}{\tau_c}\frac{\partial E_s}{\partial t}+\omega_c^2 E_s=-\frac{4\pi}{\varepsilon}\frac{\partial^2 P_s}{\partial t^2}, \qquad (21)$$

где $\tau_c$ – время затухания волны в резонаторе, $\varepsilon$ – диэлектрическая проницаемость среды. Если потери в системе в основном определяются потерями на зеркалах резонатора, то $\tau_c \approx \frac{l\eta}{c} \sim 10^{-11}$ с, где $l$ – длина резонатора (расстояние между зеркалами).

Найденные поляризации (14) и (19) входят в уравнение (21) в качестве вынуждающего члена. Поскольку рамановскому рассеянию соответствует восприимчивость $\chi_{SR}^{(3)}$ в (14), то для оценки пороговой интенсивности в случае двухфотонного процесса мы оставим только этот член.

Порог генерации достигается тогда, когда мощность, вносимая за счет поляризационного члена в (21), компенсирует потери энергии в системе. Подставляя (14) с (16г) и (19) с (20) в (21), пороговое условие запишется соответственно для процессов а) и б) в виде

$$\tau_c^{-1}=4\pi\varepsilon^{-1}\omega_s\left|\mathrm{Im}\,\chi_{SR}^{(3)}\right|\left|E_i\right|^2, \qquad (22а)$$

$$\tau_c^{-1}=4\pi\varepsilon^{-1}\omega_s\left|\mathrm{Im}\,\chi_{Sb}\right|\left|E_i\right|^4, \qquad (22б)$$

откуда, используя выражения (16г) и (20), а также соотношение $I=\frac{c\sqrt{\varepsilon}}{8\pi}|E|^2$, получаем для обоих процессов, соответственно:

$$I_{пор}=\frac{\varepsilon^{3/2}c}{32\pi^2\omega_s\tau_c\left|\mathrm{Im}\,\chi_{SR}^{(3)}\right|}, \qquad (23а)$$

$$I_{пор}=\frac{\varepsilon\cdot c}{16\pi}\sqrt{\frac{1}{\pi\omega_s\tau_c\left|\mathrm{Im}\,\chi_{sb}\right|}}. \qquad (23б)$$

Для удобства дальнейших вычислений выражения для восприимчивостей (16г) и (20) можно выразить через концентрацию носителей в зоне проводимости $N$:

$$\chi_{SR}^{(3)}=F\frac{N\left[\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\exp\left\{-\frac{E_1}{kT}n^2\right\}\right]^{-1}2\cdot\mathrm{sh}\left\{\frac{\hbar\Omega_{cycl}}{2kT}\right\}}{(-\omega_s+\omega_{32}-i\gamma_{32})(\omega_l-\omega_S+\omega_{12}-i\gamma_{12})}\times$$

$$\times\left\{\frac{\exp\left\{-\frac{E_1}{kT}\right\}-\exp\left\{-\frac{E_1}{kT}9\right\}}{(\omega_i-\omega_{31}-i\gamma_{13})}-\frac{\exp\left\{-\frac{E_1}{kT}\right\}-\exp\left\{-\frac{E_1}{kT}4\right\}}{(-\omega_s+\omega_{32}-i\gamma_{32})}\right\}, \qquad (24а)$$

где

$$F \equiv \left(\frac{9}{5}\right)^2 \left(\frac{e^4\hbar}{m^4}\right)\left(\frac{q^2}{\omega_i^2\omega_s^2 d^2}\right),$$

$$\chi_{sh} = \left(\frac{944\left(\frac{e^6\hbar}{m^6}\right) N\left[\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \exp\left\{-\frac{E_1}{kT}n^2\right\}\right]^{-1} \cdot 2\mathrm{sh}\left\{\frac{\hbar\Omega_{cycl}}{2kT}\right\}\exp\left\{-\frac{E_1}{kT}\right\}|E_i(\omega_i)|^4}{d^6\omega_i^4\omega_s^2(\omega_i-\omega_{21})(-\omega_i+\omega_s-\omega_{13})(-2\omega_i+\omega_{31}-i\gamma_{31})(\omega_s+\omega_{23}-i\gamma_{23})(-2\omega_i+\omega_s+\omega_{21}-i\gamma_{21})}\right). \quad (24б)$$

Проведем численные оценки величины пороговой интенсивности генерации излучения для двух температур $T$ = 80 K и $T$ = 300 K на частоте генерации $\omega_s = 3{,}23 \cdot 10^{14}$ с$^{-1}$ (5,8мкм), которая соответствует толщине размерно-квантованного слоя InAs $d = 2 \cdot 10^{-6}$ см в структуре InAs-ZnTe-InAs-···. Параметры, входящие в выражения (23а-б) и (24а-б), следующие: $H = 10^5$ Э, $\tau_c \approx 10^{-11}$ с, $m_c = 0.022m_0$; $m_v = 0.4m_0$; $\gamma_{23} \approx \gamma_{31} \approx$ $\approx 1{,}87 \cdot 10^6$ с$^{-1}$, $\gamma_{21} \approx 1{,}6 \cdot 10^5$ с$^{-1}$ а) $\omega_i \approx \omega_{31} = 5{,}17 \cdot 10^{14}$ с$^{-1}$ (3,62 мкм), б) $\omega_i \approx 2{,}5 \cdot 10^{14}$с$^{-1}$ (7,24 мкм). Легко видеть, что для получения низких порогов генерации требуются концентрации порядка $N = (10^{12} - 10^{14})$ см$^{-3}$. Такие концентрации носителей в зоне проводимости могут быть получены: а) тепловой межзонной генерацией носителей, б) тепловой генерацией с примесных уровней, а также в) междузонной генерацией под действием внешнего источника.

Будем исходить из выражений для концентрации носителей тока. Согласно [9], в собственном и примесном размерно-квантованном полупроводнике имеем, соответственно:

$$N = \frac{eH}{2\pi\hbar cd}\mathrm{sh}\left\{\frac{\hbar\Omega_{cycl}}{2kT}\right\}^{-1} \sum_{n=1}^{+\infty}\exp\left\{-\frac{E_1}{kT}n^2\right\}\exp\left\{-\frac{E_g}{2kT}\right\}, \quad (25)$$

$$N = \left[\frac{eHsh\left\{\frac{\hbar\Omega_{cycl}}{2kT}\right\}}{2\pi\hbar cd}N_d\right]^{1/2} \exp\left\{-\frac{E_d}{2kT}\right\}, \quad (26)$$

где $E_1$ – энергия первого уровня размерного квантования, $E_d$ = 0.07 эВ – энергия ионизации донора (с учетом размерного и магнитного квантования), а отсчет энергии производится со дна зоны проводимости объемного полупроводника.

В собственном полупроводнике, согласно (25), концентрация электронов $N \approx 7 \cdot 10^{12}$ см$^{-3}$ (300K) и $N \approx 1{,}8 \cdot 10^{-2}$ см$^{-3}$ (80K). При $T$ = 300K порог генерации $I_{пор} \approx 5{,}7 \cdot 10^{-4}$ Вт/см$^2$. Для $T$ = 80K незначительная концентрация носителей приводит к большим порогам. Поэтому при $T$ = 80K необходимую концентрацию для низких порогов можно получить межзонной генерацией под действием внешнего источника. Необходимая для достижения данной величины концентрации (данного значения порога) интенсивность междузонной накачки $I_0$ определится из соотношения $N = I_0 k \tau_0 / E_g$, где $k$ – коэффициент междузонного поглощения, $\tau_0$ – междузонное время жизни, $E_g$ – ширина запрещенной зоны. При $k \approx 10^3$ см$^{-1}$, $E_g \approx 0{,}4$ эВ, $\tau_0 \approx 10^{-8}$ с для InAs пороги генерации порядка ~$10^{-4}$ Вт/см$^2$ получаются при $I_0 \sim 1$мВт/см$^2$.

В примесном полупроводнике мы можем задавать концентрацию примеси $N_d$ и получить необходимые пороги генерации. Расчет по (23а), (24а) и (26) показывает, что при $T = 80$K и $N_d \approx 10^{10}$ см$^{-3}$ $I_{пор} \approx 0{,}5$ мВт/см$^2$.

Оценки при тех же параметрах по (22б) и (23б) для процесса б) дают $I_{пор} \sim 0{,}4$ кВт/см$^2$. При увеличении концентрации носителей до $N \sim 10^{14}$ см$^{-3}$ порог в случае б) уменьшается до значений $I_{пор} \sim 4$ Вт/см$^2$.

Используя выражение для коэффициента усиления $g_s = -\dfrac{4\pi\omega_s}{c\sqrt{\varepsilon}} \operatorname{Im}\chi_s$, для зависимости последнего от интенсивности падающего излучения с использованием вышеприведенных параметров получим: $g_{sa} = 5{,}9 \cdot 10^3 I$ для двухфотонного процесса и $g_{sb} \sim (10^{-4} \div 1) I^2$ для трехфотонного, где $I$ дается в ед. Вт/см$^2$, а $g$ – в см$^{-1}$. Сравнивая с аналогичными процессами, происходящими в других известных средах [7,10], нетрудно заметить, что даже для трехфотонного процесса пороги получаются низкими, а усиления большими.

## ЛИТЕРАТУРА


1. **D.Frohlich et al.** Phys. Rev. Lett., **59**, 1748 (1994).
2. **G.Sun and J.B.Khurgin.** IEEE Journal of Quantum Electronics, **29**, 1104 (1994).
3. **А.Г.Алексанян, Ал.Г.Алексанян, Р.Г.Аллахвердян.** Квантовая электроника, **2**, 1648 (1975).
4. **А. Г. Алексанян.** Квантовая электроника, **12**, 837 (1985).
5. **Ю.А.Алещенко и др.** Письма в ЖЭТФ, **59**, 235 (1994).
6. **A.Neogi.** Письма в ЖЭТФ, **66**, 379 (1997).
7. **Р.Пантел, Г.Путхоф.** Основы квантовой электроники. М., Мир, 1972.
8. **Y.R.Shen.** Phys. Rev. B, **9**, 622 (1974).
9. **А.Г.Алексанян, Ал.Г.Алексанян, Э.Г.Мирзабекян.** Известия АН Арм. ССР, Физика, **11**, 288 (1976).
10. **И.Р.Шен.** Принципы нелинейной оптики. М., Наука, 1989.


## STIMULATED RAMAN SCATTERING ON INTRABAND TRANSITIONS IN A SIZE-QUANTIZED MULTILAYER SEMICONDUCTOR STRUCTURE IN A QUANTIZING MAGNETIC FIELD


A.G. ALEXANIAN , A.S. YEREMYAN



Two-photon and three-photon Raman scattering processes in a three-dimensionally quantized spectrum of a semiconductor are considered. Analytical expressions are derived for the non-linear susceptibility, gain coefficient and generation threshold. It is shown that the resonant fluorescence accompanies the Raman scattering and hot luminescence processes when the finite population of states is taken into account. Numerical evaluations show that the specification of the medium leads to low generation thresholds and high magnitudes of gain coefficients.