

УДК 539.2

К ЗАДАЧЕ РАССЕЯНИЯ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА ОДНОМЕРНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНЕ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Д.М. СЕДРАКЯН, А.А. ГЕВОРГЯН

Ереванский государственный университет

А.Ж. ХАЧАТРЯН

Государственный инженерный университет Армении

(Поступила в редакцию 20 ноября 2000 г.)

В работе показано, что задача рассеяния произвольно поляризованной плоской электромагнитной волны, падающей под углом на одномерную диэлектрическую среду, может быть сформулирована как задача Коши для волновых уравнений, описывающих s - и p -волны.

Как известно, задача рассеяния произвольно поляризованной плоской электромагнитной волны на одномерной диэлектрической пластине с произвольным показателем преломления имеет применение в различных областях физики (см., например, [1,2]). Данная работа посвящена этой задаче. Постановка задачи хорошо известна и включена во многие учебники [3].

Пусть имеется слой изотропного диэлектрического слоя, неоднородного в z направлении и однородного в x, y направлениях:

$$\varepsilon(x, y, z) = \begin{cases} \varepsilon(z) & z_1 < z < z_2, \\ \varepsilon_0 & z < z_1, z > z_2. \end{cases} \quad (1)$$

Пусть гармоническое по времени комплексное решение уравнений Максвелла для электрической компоненты $E e^{-i\omega t}$ вне слоя (1) имеет вид

$$E = \begin{cases} E_0 e^{-ik_z z} + E_r e^{-ik_z r}, & z < z_1, \\ E_t e^{-ik_z z}, & z > z_2, \end{cases} \quad (2)$$

где E_0, E_r, E_t являются амплитудами падающей, отраженной и прошедшей волн. Заметим, что аналогичное (2) асимптотическое поведение имеет также магнитная компонента поля H . Векторы k, k_r , определяющие направления распространения волн, равны по модулю ($k = \sqrt{\epsilon_0} \omega / c$) и лежат в плоскости xz :

$$k = k e_1 \cos \alpha + k e_3 \sin \alpha, \quad k_r = k e_1 \cos \alpha - k e_3 \sin \alpha,$$

где α есть угол падения, e_1, e_2, e_3 являются единичными базисными векторами. Задача состоит в определении параметров отраженной и прошедшей волн E_r, E_t по заданным параметрам падающей волны E_0, k .

Используя свойство однородности пространства в плоскости x, y и асимптотическое поведение поля (2), волновые уравнения для s - и p -волн могут быть записаны в виде [3]

$$\frac{d^2 E^s}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} (\epsilon(z) - \epsilon_0 \sin^2 \alpha) E^s = 0, \quad (3)$$

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\epsilon(z)} \frac{dH^p}{dz} \right) + \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\epsilon_0 \sin^2 \alpha}{\epsilon(z)} \right) H^p = 0. \quad (4)$$

Тогда комплексные амплитуды прохождения $T^{s,p}$ и отражения $R^{s,p}$ для s - и p -волн соответственно могут быть представлены в виде

$$T^s = \frac{E_t^s}{E_0^s}, \quad R^s = \frac{E_r^s}{E_0^s}, \quad T^p = \frac{H_t^p}{H_0^p}, \quad R^p = \frac{H_r^p}{H_0^p}. \quad (5)$$

Рассмотрим слой неоднородного диэлектрического слоя (1) приближенно, как систему, состоящую из конечного числа узких однородных слоев. Тогда, следуя работам [4-6], для определения амплитуд $T^{s,p}$ и $R^{s,p}$ волны, соответствующих части слоя, заключенного между точками z и z_2 ($\epsilon(z, z') = \epsilon(z') \theta(z - z')$), может быть предложена следующая система дифференциальных уравнений:

$$\frac{dF^{s,p}}{dz} = (2V(z)A^{s,p} - k_{\alpha})Q^{s,p}, \quad (6)$$

$$\frac{dQ^{s,p}}{dz} = -(2V(z)B^{s,p} - k_{\alpha})F^{s,p} \quad (7)$$

с начальными условиями в точке $z = z_2$:

$$F^{s,p}(z_2) = \exp(ik_{\alpha} z_2), \quad Q^{s,p} = -i \exp(ik_{\alpha} z_2),$$

где $k_{\alpha} = k \cos \alpha$. Величины $A^{s,p}$ и $B^{s,p}$ имеют вид

$$A^s = 0, A^p = u_1, B^s = 1, B^p = u_2, \quad (8)$$

$$V(z) = \frac{\omega}{c} \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon(z)}{2\sqrt{\varepsilon_0} \cos \alpha}, \quad u_1 = \cos^2 \alpha, \quad u_2 = (\varepsilon_0 / \varepsilon(z)) \sin^2 \alpha. \quad (9)$$

Функции $F^{s,p}$ и $Q^{s,p}$ связаны с искомыми амплитудами рассеяния $T^{s,p}$ и $R^{s,p}$ простыми соотношениями

$$2/T^{s,p} \exp(ik_{\alpha z}) = F^{s,p} + iQ^{s,p}, \quad 2R^{s,p}/T^{s,p} \exp(-ik_{\alpha z}) = F^{s,p} - iQ^{s,p}. \quad (10)$$

Важно отметить, что из системы (7), (8) можно получить отдельные дифференциальные уравнения для функций $F^{s,p}$ и $Q^{s,p}$, причем уравнение для F^s будет совпадать с волновым уравнением для E^s (3), а уравнение для F^p совпадет с волновым уравнением для H^p . То есть исходя из волновых уравнений, мы снова получаем "волновые уравнения", которые уже не описывают волновое поле, а с определенными начальными условиями определяют неизвестные функции, которые аналитически связаны с амплитудами отраженной и прошедшей волн. Данный подход имеет, в частности, принципиальное преимущество для получения численных результатов по сравнению с постановкой задачи в виде волновой проблемы (2)-(4).

Из (6), (7) и (10) легко получить уравнения непосредственно для искомым $T^{s,p}$ и $R^{s,p}$. Так, для амплитуд рассеяния p -волн имеем

$$\frac{dT^p}{dz} = iV(z)T^p \left[(u_1 + u_2) - R^p(u_1 - u_2) \exp(-2ik_{\alpha z}) \right], \quad (11)$$

$$\frac{dR^p}{dz} = iV(z) \left\{ 2R^p(u_1 + u_2) + (u_1 - u_2) \left[\exp(-2ik_{\alpha z}) - (R^p)^2 \right] \exp(-2ik_{\alpha z}) \right\}, \quad (12)$$

с начальными условиями $T^p(z = z_2) = 1$ и $R^p(z = z_2) = 0$. Как видно из (11)-(12), величины T^p и R^p удовлетворяют нелинейным уравнениям типа уравнений Риккати.

Таким образом, мы показали, что задача рассеяния произвольно поляризованной плоской электромагнитной волны, падающей под углом на одномерную диэлектрическую пластину, может быть сформулирована как задача Коши, как непосредственно для волновых уравнений (3)-(4), так и для нелинейных уравнений типа Риккати (11)-(12).

Авторы выражают благодарность Д.А.Бадалян и О.С.Ерицану за обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. I.M.Lifshits, S.A.Gredeskul, L.A.Pastur. Introduction to the Theory of Disordered Systems. N.Y., Wiley, 1988.
2. А.Ярив, П.Юх. Оптические волны в кристаллах. М., Мир, 1987.
3. М.Борн, Э.Вольф. Основы оптики. М., Наука, 1970.

4. Д.М.Седракийн, А.Ж.Хачатрян. Астрофизика, 42, 426 (1999).
5. D.M.Sedrakian, A.Zh.Khachatryan. Phys. Lett. A, 265(4), 294 (2000).
6. Д.М.Седракийн, А.А.Геворгян, А.Ж.Хачатрян. Астрофизика, 43, 211 (2000).

ՀԱՐԹ ԷԼԵԿՏՐԱՍՏԱԳԵՆԻՍԱԿԱՆ ԱԼԻՔԻ ՑՐՈՒՄԸ ԿԱՍԱՅԱԿԱՆ
ԲԵԿԱՆ ՑՈՒՑԻՉ ՈՒՆԵՑՈՂ ՄԻԱՉԱՓ ԴԻԷԼԵԿՏՐԻԿԻ ՇԵՐՏԻ ՎՐԱ

Դ.Մ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ, Ա.Հ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Ա.Յ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

Աշխատանքում ցույց է տրված, որ կամայական բևեռացում ունեցող հարթ էլեկտրամագնիսական ալիքի դիֆրակտիկ շերտի վրա թեք անկման խնդիրը կարելի է ձևակերպել ինչպես Կոշի խնդիր s - և p -ալիքները նկարագրող ալիքային հավասարումների համար:

ON THE PROBLEM OF SCATTERING OF A PLANE ELECTROMAGNETIC WAVE ON THE ONE-DIMENSIONAL DIELECTRIC PLATE WITH AN ARBITRARY REFRACTIVE INDEX

D.M. SEDRAKIAN, A.H. GEVORGYAN, A.ZH. KHACHATRIAN

It is shown that the problem on scattering of an arbitrary polarized plane wave to be incident on the plate of a one-dimensional medium can be formulated as a Cauchy problem for wave equations for s and p -waves.