

УДК 539.1

БИПАРАБОЛИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ПОЛЯ ДЛЯ БОЗЕ-ЭЙНШТЕЙНОВСКОЙ КОНДЕНСАЦИИ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА В ЛАЗЕРНОМ ПОЛЕ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН

А.Ж. МУРАДЯН, Г.Л. АРУТЮНЯН

Ереванский государственный университет

Инженерный центр НАН Армении

(Поступила в редакцию 10 сентября 1999 г.)

Исследовано явление Бозе-Эйнштейновской конденсации идеального газа в поле периодического потенциала, образованного встречными волнами лазерного излучения. Для расчетов использовано бипараболическое приближение. Вычислено общее число атомов, захваченных полем, число конденсированных и неконденсированных атомов. Основным результатом является то, что критическая температура конденсации и число конденсированных атомов уменьшается при увеличении глубины потенциала. Все численные расчеты сделаны для перехода $3S_{1/2} - 3P_{3/2}$ атома натрия.

1. Введение

Бозе-Эйнштейновская конденсация (БЭК) в чистом виде может проявиться только в идеальном газе, где классические взаимодействия отсутствуют и остаются только квантовые обменные взаимодействия. Для разреженных газов ($n < 10^{10} \text{ см}^{-3}$) критическая температура конденсации экстремально низка ($T_c < 10^{-6} \text{ К}$) и была достигнута только в 1995г. после двух этапов сверхохлаждения – лазерного и испарительного [1]. В этих экспериментах и примыкающих к ним теоретических исследованиях [2] для нейтральных атомов использовались магнитные ловушки. Тем не менее другие схемы для захвата и сверхохлаждения атомов также рассматриваются и используются. Одним из таких схем является периодический потенциал стоячей волны лазерного излучения в условиях больших расстройек резонанса частоты волны от атомного перехода, возможности которого были и остаются актуальными для БЭК [3].

Точное математическое описание БЭК в рамках модели синусо-

идеального периодического потенциала встречает большие математические трудности даже для идеального газа из-за того, что энергетический спектр и волновые функции поступательного движения атома представляются с помощью уравнения Матье. Для преодоления математических трудностей, как правило, применяются приближение гармонического потенциала или теория возмущений для глубоких и мелких потенциалов соответственно. В настоящей статье мы рассматриваем новое приближение для данной проблемы, которое представляет энергетический спектр и собственные состояния с помощью решений более простого вырожденного гипергеометрического уравнения. Оно даже в случае мелких потенциалов сохраняет зонную структуру энергетического спектра, что используется для вычисления характеристик БЭК.

Необходимо отметить, что поле встречных волн (ВВ), которое будет рассмотрено в дальнейшем, далеко от резонанса с оптическим переходом атома и рождает только периодический потенциал для движения атома. Оно играет ту же роль для захвата атома, что и магнитное поле в [1]. ВВ не дает какого-либо вклада в процесс охлаждения, и наличие достаточно низких температур фактически предполагается.

2. Бипараболическое приближение: закон дисперсии

Гамильтониан атома в поле плоских ВВ представляется в следующем виде:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \frac{\hbar^2}{2M} \Delta - \hat{d}E(t, z), \quad (1)$$

где первый член – гамильтониан свободного (неподвижного) атома, второй член – оператор кинетической энергии поступательного движения атома и последний член – оператор взаимодействия, M – масса атома, $\hat{d}$ – оператор оптического дипольного перехода, $E(t, z) = E_1 \exp(ikz - i\omega t) + E_2 \exp(-ikz - i\omega t) + \text{к.с.}$ – напряженность электрического поля, ω – частота, $k = \omega/c$ – волновой вектор волны. Стоячая волна соответствует частному случаю $E_1 = E_2$.

Движение атома в поперечной относительно волны плоскости является свободным и его можно временно оставить вне рассмотрения. Применяя стандартную теорию когерентного взаимодействия монохроматического излучения с двухуровневыми атомами с адиабатическим исключением возбужденного уровня, получаем хорошо известный вид

стационарного уравнения для амплитуд $a(z)$ основного состояния атома:

$$\frac{d^2 a(Z)}{dZ^2} + [\varepsilon - U(Z)]a(Z) = 0, \quad (2)$$

где координата и энергия центра тяжести атома записаны в безразмерных обозначениях $Z = 2kz$, $\varepsilon = E/E_r$, E представляет энергию атома без энергии поперечного движения, $E_r = (2\hbar k)^2/2M$ — энергия отдачи из-за переизлучения одного фотона из одной волны в противоположную. Потенциальная энергия $U(Z)$ при этом выражается следующей формулой:

$$U(Z) = -\Delta(\xi_1 + \xi_2 + 2\sqrt{\xi_1 \xi_2} \cos Z), \quad (3)$$

где $\Delta = \hbar \varepsilon / E_r$, $\varepsilon = \omega - \omega_0$ — расстройка частоты поля ω от частоты ω_0 атомного перехода, $\xi_{1,2} = |d^* E_{1,2}|^2 / \hbar^2 \varepsilon^2$ — безразмерные интенсивности индивидуальных волн.

Уравнение (2) с учетом (3) имеет вид уравнения Матье, решения которого для исследования конкретных физических процессов требуют высокого мастерства математического программирования и большого объема компьютерных вычислений. В [4] одним из авторов был предложен приближенный метод решения уравнения Матье, основанный на замене косинус-функции в уравнении на последовательность обрезанных и поочередно перевернутых парабол (рис.1). В [5] бипараболическое приближение использовано для исследования угловой зависимости спонтанного излучения атома в периодическом поле стоячей волны. Заметим, что это приближение не связано с глубиной потенциала и, следовательно, может быть использовано для любых ее значений. Теперь вместо (3) мы имеем

$$U(Z) = \frac{1 + (-1)^m}{2} U_{\min} + \frac{1 - (-1)^m}{2} U_{\max} + (-1)^m \chi(Z - m\pi)^2, \quad (4)$$

где $(m - 1/2)\pi \leq Z \leq (m + 1/2)\pi$ для произвольных целых $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Четные и нечетные значения m соответствуют вогнутым и выпуклым областям потенциала,

$$U_{\min, \max} = -\Delta(\sqrt{\xi_1} \mp \sqrt{\xi_2})^2, \quad U = U_{\max} - U_{\min} = 4|\Delta| \sqrt{\xi_1 \xi_2} \quad (5)$$

представляют экстремальные значения и глубину периодического потенциала $U(Z)$. Непрерывность $U(Z)$ в граничных точках обеспечивается выбором значения $\chi = 2U/\pi^2$.

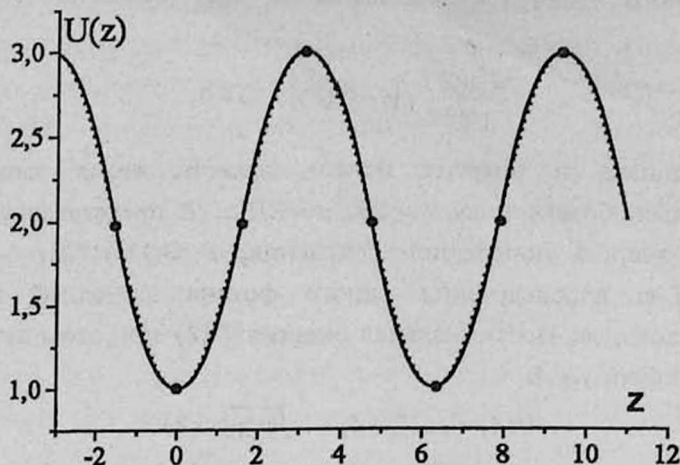


Рис.1. Синусоидальный потенциал (сплошная линия) и соответствующее ему бипараболическое приближение (точечная линия). Пространственные координаты представлены в единицах $(2k)^{-1}$, а потенциал – в единицах энергии отдачи $E_r = (2\hbar k)^2 / 2M$. Для оптического перехода атома натрия $3S_{1/2} - 3P_{3/2}$ ($\lambda = 5896 \text{ \AA}$) ему соответствует температура $T_r = E_r / k_B = 4.8 \mu\text{K}$.

Используя непрерывность $a(z)$ и его производной во внутренней точке $Z = \pi/2$ и граничной точке $Z = 3\pi/2$, мы, как обычно, получаем закон дисперсии между квазиимпульсом P (нормированным на импульс отдачи $2\hbar k$) и энергией ε :

$$\cos(2\pi P) = \frac{G_{12}(\varepsilon)G_{21}(\varepsilon) + G_{11}(\varepsilon)G_{22}(\varepsilon)}{G_{12}(\varepsilon)G_{21}(\varepsilon) - G_{11}(\varepsilon)G_{22}(\varepsilon)}, \quad (6)$$

где введены следующие обозначения:

$$G_{ij} = \left[u_i(Z) \frac{d\tilde{u}_j(Z)}{dZ} - \tilde{u}_j(Z) \frac{du_i(Z)}{dZ} \right]_{Z=\pi/2}, \quad i, j = 1, 2; \quad (7)$$

$$\begin{aligned} u_1(Z) &= \exp(-Z^2 \sqrt{k}/2) \Phi(\alpha, \frac{1}{2}; \sqrt{k}Z^2), \\ u_2(Z) &= Z \exp(-Z^2 \sqrt{k}/2) \Phi(\alpha + \frac{1}{2}, \frac{3}{2}; \sqrt{k}Z^2), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\alpha = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{\varepsilon - U_{\min}}{\sqrt{k}} \right), \quad -\pi/2 \leq Z \leq \pi/2,$$

а $\tilde{u}_1(Z)$ и $\tilde{u}_2(Z)$ получаются из $u_1(Z)$ и $u_2(Z)$ соответственно с помощью замен $Z^2 \rightarrow -i(Z-\pi)^2$, $\alpha \rightarrow \beta = \frac{1}{4}(1-i\frac{\varepsilon-U_{\max}}{\sqrt{k}})$, $\pi/2 \leq Z \leq 3\pi/2$.

Для численных расчетов очень удобно использовать второе разложение Трикоми, которое вырожденную гипергеометрическую функцию Φ представляет с помощью разложения по бesselевым функциям J_ν [6]:

$$e^{-x/2}\Phi(\alpha, \sigma+1; x) = \Gamma(\sigma+1)(\kappa x)^{-\sigma/2} \sum_{n=0}^{\infty} A_n \left(\kappa, \frac{\sigma+1}{2} \right) \left(\frac{x}{4\kappa} \right)^{n/2} J_{\sigma+n}(2\sqrt{\kappa x}), \quad (9)$$

где $\Gamma(\sigma+1)$ — гамма-функция, $\kappa = \frac{1+\sigma}{2} - \alpha$ и $A_n \left(\kappa, \frac{\sigma+1}{2} \right)$ — коэффициенты разложения, первые из которых есть $A_0=1$, $A_1=0$, $A_2=\lambda$, $A_3=-\frac{2}{3}\kappa$.

Существенно, что при использовании (9) для решений $u_{1,2}(Z)$ и $\tilde{u}_{1,2}(Z)$ индексы бesselевых функций $\sigma+n$ становятся только полужелыми числами (так как $\sigma = \pm 1/2$). Поэтому каждая функция Бесселя представляет конечную сумму элементарных функций.

Важной особенностью разложения (9) является то, что уже первый член, в отличие от Тейлоровского разложения, сохраняет зонную структуру энергетического спектра. Действительно, подставляя первое приближение в (7) и далее в (6), получаем

$$\cos(2\pi P) = \cos(2u)\cos(2v) - \left(\frac{u}{v} + \frac{v}{u} \right) \sin(2u)\sin(2v), \quad (10)$$

где $u = \frac{\pi}{2}\sqrt{\varepsilon - U_{\min}}$, $v = \frac{\pi}{2}\sqrt{\varepsilon - U_{\max}}$. Использованное приближение достаточно для значений $\varepsilon - U_{\max} > U/2$ (тогда параметр разложения $x/4\kappa < 1$), то есть для высоких значений энергий или малых потенциалов. Тем не менее, соотношение (10) сохраняет зонную структуру для всей области значений энергии и для дальнейших модельных вычислений мы используем это простое соотношение для всех значений энергий, как внутри, так и вне потенциала: $U_{\min} < \varepsilon < \infty$.

Следует указать также, что ряд (9) дает возможность с помощью прямых подстановок убедиться, что решения $\tilde{u}_1(Z)$ и $\tilde{u}_2(Z)$ в действительности являются реальными функциями координаты z и физических параметров, хотя содержат мнимый аргумент $-i(z-\pi)^2\sqrt{k}$ и комплексный параметр β . Более того, действительными являются все

члены разложения (нужно при этом учитывать, что для значений энергий внутри потенциала ($\varepsilon < U_{\max}$) функции Бесселя $J_{\sigma+n}(2\sqrt{\kappa x})$ заменяются на модифицированные функции Бесселя $I_{\sigma+n}(2\sqrt{\kappa x})$, где $2\sqrt{\kappa x} = \sqrt{(\varepsilon - U_{\max})(z - \pi)^2}$).

3. Основные соотношения для БЭК и численные расчеты

Для исследования БЭК мы используем широко известное уравнение статистической механики, связывающее химический потенциал с числом частиц и температурой системы (условие нормировки) [7], которое в рассматриваемом случае может быть записано в виде

$$2 \frac{k^3 V}{\pi^3} \sum_{i=1}^{\infty} \int_{i-1}^i dP \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dP_{\perp}}{\exp\left(\frac{\varepsilon_{\perp} + \varepsilon - \mu}{k_B T}\right) - 1} = N, \quad (11)$$

где N – полное число частиц в объеме V , $P_{\perp}$ – поперечный импульс атома, который, как и P , нормирован на импульс отдачи $2\hbar k$. Химический потенциал μ и энергетические параметры $\varepsilon_{\perp}$, ε , $k_B T$ соответственно нормированы на энергию отдачи E_r . Для энергетического спектра будет использовано расширенное представление. Целые положительные числа $i=1,2,\dots$ в (11) представляют номер зоны и одновременно значения квазиимпульса P вблизи верхней границы зоны, а коэффициент 2 присутствует из-за замены области интегрирования по P только на неотрицательные значения. Тот факт, что состояние $P=0$ ($P=0, P_{\perp}=0$) при этом учитывается дважды, не имеет значения, поскольку плотность состояний с $P=0$ равна нулю (как и при свободном движении) и не дает какого-либо вклада в значение интеграла (11).

Последнее имеет принципиальное значение для дальнейших вычислений, поскольку дает возможность определить критическую температуру T_c в полной аналогии со случаем идеального газа, то есть рассматривать (11) как соотношение для определения μ при заданном полном числе атомов N , если $T \geq T_c$, но при более низких температурах $T < T_c$ фиксировать значение $\mu(T < T_c) = \mu(T = T_c)$ и рассматривать (11) как соотношение для определения числа неконденсированных атомов N_{nc} ($N \rightarrow N_{nc}$). Число конденсированных атомов при этом равно разности между числами всех и неконденсированных атомов:

$$N_c = N - N_{nc}. \quad (12)$$

Поскольку поперечное движение атомов свободное ($\varepsilon_{\perp} = p_{\perp}^2$), внутренний двойной интеграл вычисляется элементарно. После этого (11) принимает следующий вид:

$$-2 \frac{k^3 V k_B T}{\pi^2} \sum_{i=1}^{\infty} \int_{i-1}^i dP \ln \left(1 - \exp \left(\frac{\mu - \varepsilon(P)}{k_B T} \right) \right) = N. \quad (13)$$

Каждый член суммы вместе с коэффициентами представляет число атомов в одной (соответствующей) энергетической зоне. Если $T < T_c$, то первый член представляет только число неконденсированных атомов.

В общем случае некоторые из энергетических зон находятся внутри, а остальные – вне потенциала. Одна из них может, конечно, быть частично внутри и частично вне потенциала. Нужно еще добавить, что для внутренних значений энергий $\varepsilon < U_{\max}$ параметр v (см. второе соотношение после (10)) становится мнимым, $v = i \frac{\pi}{2} \sqrt{U_{\min} - \varepsilon} = i|v|$, и для таких значений энергии закон дисперсии (10) трансформируется в

$$\cos(2\pi P) = \cos(2u) \cosh|2v| - \left(\frac{u}{|v|} - \frac{|v|}{u} \right) \sin(2u) \sinh(2|v|). \quad (10')$$

Соотношения (13) и (12), с учетом (10) и (10'), и представляют базисные уравнения для дальнейших численных расчетов.

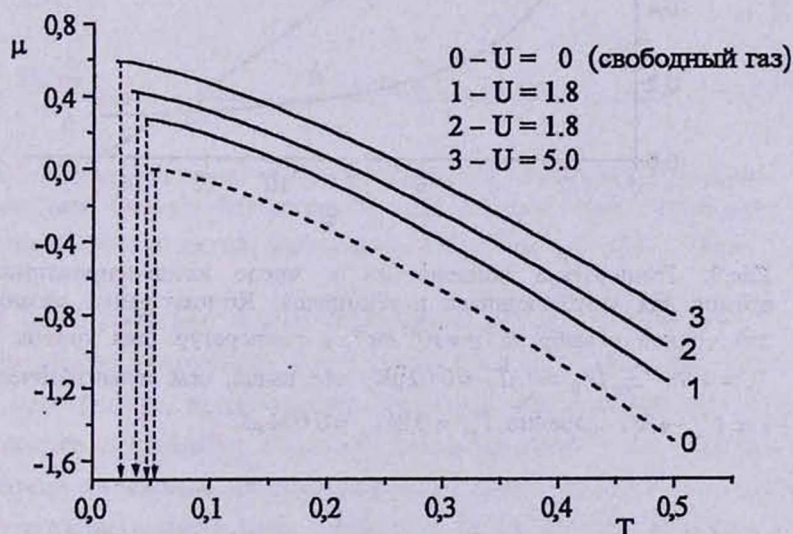


Рис.2. Химический потенциал идеального атомарного газа в зависимости от температуры. Стрелки показывают значения критической температуры конденсации T_c . Концентрация атомов $n \approx 10^{11} \text{ см}^{-3}$.

На рис.2 показана температурная зависимость химического потенциала при разных глубинах потенциала, содержащих одну, две и три зоны соответственно. Свободные параметры для плотности атомов и оптического перехода соответствуют экспериментальным условиям с атомами натрия в магнитных ловушках. Для сравнения приведены также результаты для идеального свободного газа. Видно, что критическая температура конденсации максимальна для свободного газа и уменьшается при увеличении глубины потенциала. Более детальное поведение показано на рис.3, кривая *a*. В пределе асимптотически больших глубин критическая температура стремится к некоторому ненулевому значению. Но если температура T выбрана ниже асимптотического значения T_∞ , то число конденсированных атомов n_c не стремится к нулю и остается конечным и при асимптотически глубоких потенциалах (этот случай на рисунке не представлен).

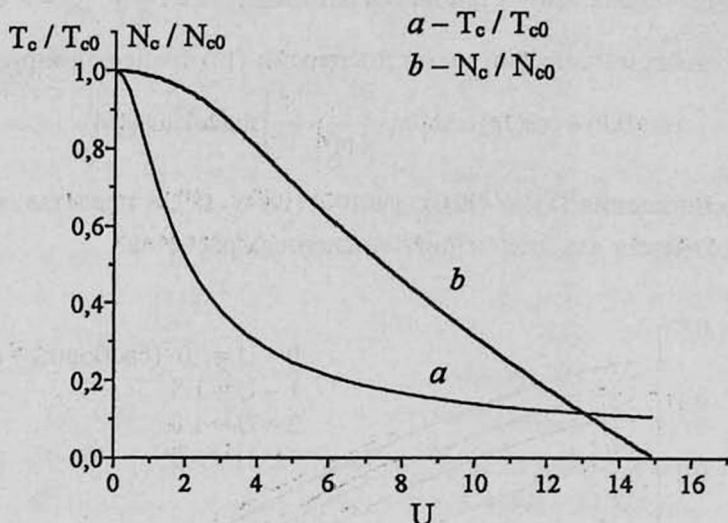


Рис.3. Температура конденсации и число конденсированных атомов для углубляющихся потенциалов. Концентрация атомов для кривой *a* выбрана $n \approx 10^{11} \text{ см}^{-3}$, а температура для кривой *b* $T_r = 4 \cdot 10^{-3} E_r / k_B = 0.1 T_c^* = 0.02 \text{ } \mu\text{K}$, что выше, чем асимптотическое ($U \rightarrow \infty$) значение $T_\infty \approx 0.04 T_c^* = 0.004 \text{ } \mu\text{K}$.

Следующий параметр, который представляет интерес, есть число захваченных атомов, энергия которых меньше максимального значения периодического потенциала. Ясно, что это число должно в среднем расти с глубиной потенциала. Мы ожидали, что искомая зависимость будет иметь ступенчатую форму в соответствии с зонной структурой спектра. Расчеты в основном подтвердили ожидаемую форму и результаты показаны на рис.4. Но неожиданно для нас число захваченных атомов растет также в промежуточных областях, соответствующих запрещенным значениям энергии (части $a-a$ и $b-b$). Следовательно, сужение внутренних энергетических зон и соответствующее неоднородное увеличение плотности состояний в них при углублении потенциала играют существенную роль для равновесного распределения общего числа атомов в каждой энергетической зоне и приводят к отмеченному росту $N_{\text{зах}}$.

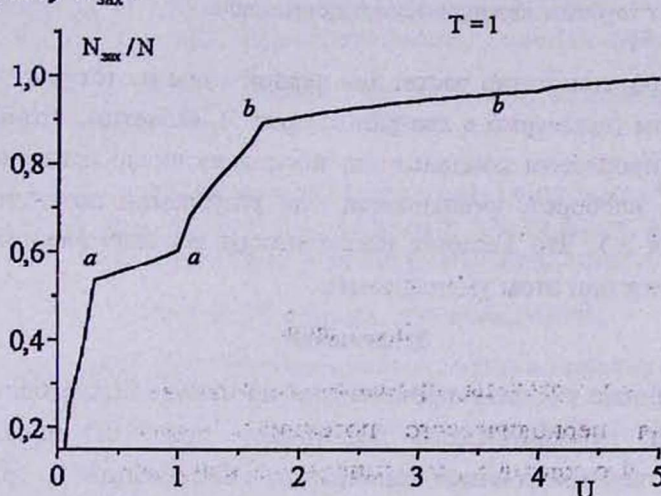


Рис.4. Относительное число захваченных атомов в зависимости от глубины потенциала. Области быстрого роста oa и ab соответствуют входу первой и второй зоны во внутрь потенциала ($n \approx 10^{11} \text{ см}^{-3}$, $T=1$ (4.8 мК)).

На рис.5 показано число захваченных атомов для первой, второй и третьей энергетических зон по отдельности. Точки, где кривые касаются оси абсцисс, представляют значения, при которых максимум периодического потенциала достигает нижнего края соответствующей зоны. А точки переломов на кривых представляют глубины, при которых потенциал включает в себя соответствующую зону полностью. Точечными линиями показаны числа атомов на отдельных зонах независимо от того, захвачены атомы полем или нет. Важно, что число захва-

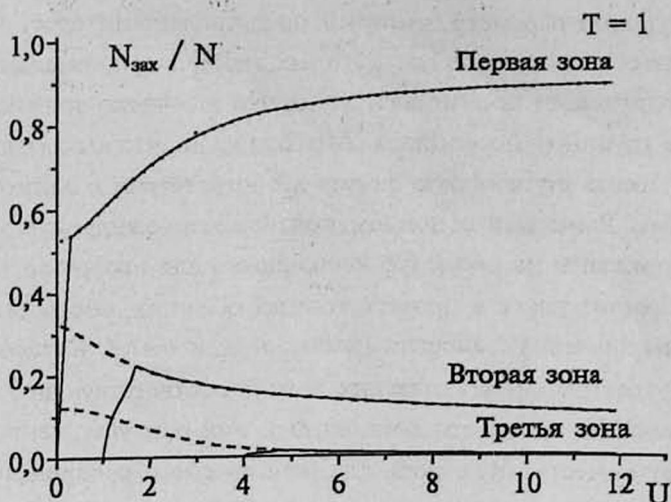


Рис.5. Число атомов в первых трех энергетических зонах в зависимости от глубины периодического потенциала.

ченных атомов монотонно растет для первой зоны и этот рост является существенным (примерно в два раза на рис.5). Отметим, что этот рост не связан с процессом конденсации, поскольку число конденсированных атомов, наоборот, уменьшается при углублении потенциала (см. рис.3, кривая *b*). Что касается населенности верхних энергетических зон, то все они при этом уменьшаются.

Закключение

Численные расчеты, проведенные на основе бипараболического приближения периодического потенциала поля встречных волн, показывают, что критическая температура конденсации T_c ниже, чем T_{c0} для свободного газа и монотонно уменьшается с углублением потенциала. Соответственно уменьшается и число конденсированных атомов. Это уменьшение существенно уже при глубинах, сопоставимых с энергией отдачи, и составляет 30% при $V \approx 5E_r$. Полное число атомов в первой зоне, наоборот, растет.

Настоящая работа выполнена в рамках темы 96-901, финансируемой Министерством образования и науки Армении и гранта ISTC A-215-99. Авторы выражают благодарность академику Д.М.Седракяну за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. M.H.Anderson, J.R.Enshner, M.R.Matthews, C.E.Wieman, and E.R.Cornell. Science, 269, 198 (1995); C.C.Bradley, C.A.Sackett, J.J.Tollett, and R.G.Hulet.

- Phys. Rev. Lett., 75, 1687 (1995); K.B.Davis, M.O.Mewes, M.R.Andrews, N.J. van Druten, D.S.Durfee, D.M.Kurn, and W.Ketterle. Phys. Rev. Lett., 75, 3969 (1995).
2. D.S.Jin, J.R.Ensher, M.R.Mattews, C.E.Wieman, and E.A.Cornell. Phys. Rev. Lett., 77, 420 (1996); M.O.Mewes, M.R.Andrews, N.J. van Druten, D.M.Kurn, D.S.Durfee, C.G.Townsend, and W.Ketterle. Phys. Rev. Lett., 77, 998 (1996); G.Baym and C.J.Pethick. Phys. Rev. Lett., 76, 6 (1996); Yu.Kagan, G.V.Shlyapnikov, and J.T.M.Walraven. Phys. Rev. Lett., 76, 2670 (1996); N.P.Proukakis and K.Burnett. J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol., 101, 457 (1996); M.Edwards, R.A.Ruprecht, K.Burnett, R.J.Dodd, and Ch.W.Clark. Phys. Rev. Lett., 77, 1671 (1996); S.M.Yoo, J.Roustekoski, and J.Javanainen. J. Mod. Phys., 44, 1763 (1997).
 3. P.Verkerk, B.Lounis, C.Salomon, C.Cohen-Tannoudji, J.Courtois, and G.Grynberg. Phys. Rev. Lett., 68, 3864 (1992); T.Bergeman, Phys. Rev. A, 48, R3425 (1993); G.Birkl, J.A.Yeazell, R.Ruckerl and H.Walther. Europhysics Lett., 27, 197 (1994); G.Hillenbrand, K.Burnett, and C.J.Foot. Phys. Rev. A, 52, 4763 (1995); K.I.Petsas, J.-Y.Coutois, and G.Grynberg. Phys. Rev. A, 53, 2533 (1996); G.Raithel, G.Birkl, A.Kastberg, W.D.Phillips, and S.L.Rolston. Phys. Rev. Lett., 78, 630, 1997;
 4. А.Ж.Мурадян. Физика твердого тела, 41, 1317 (1999).
 5. А.Ж.Мурадян. Оптика и спектроскопия (в печати).
 6. H.Bateman and A.Erdelyi. Higher Transcendental Functions. New York, London, 1963.
 7. К.Хуанг, Статистическая механика. М., Мир, 1996. Р.Балеску, Равновесная статистическая механика. М., Мир, 1978.

**ՊԱՐԱԲՈԼԻԿԱՆ ԴԱՐՏԻ ԵՐԿՊԱՐԱՐՈՒՄՆԻ ՍՈՐԵԼ ՀԱՐԻՊԱԿԱՆ
ԱՒԵՆԵՐԻ ԼԱԶԵՐԱՅԻՆ ԴԱՐՏՈՒՄ ԻՂԵԱԼԱԿԱՆ ԳԱԶԻ
ԲՈՋԵ-ԷԻՆՏԵՆՏԵՆԻ ԿՈՆԴԵՆՍԱՅԱՆ ՀԱՍԱՐ**

Ա.Ժ. ՍՈՒՐԱԴՅԱՆ, Հ.Լ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Արտաքին պարբերական դաշտում մասնիկի (ատոմի) ստացված քվանտային միջավայրում վիճակների համար ներկայացված է երկպարարվային մոտարկում, որը հետագայում կիրառված է կանգում ալիքի ռեզոնանսային դաշտում իդեալական գազի Բոզե-Էյնշտեյնի կոնդենսացման պարամետրերը որոշելու համար: Ցույց է տրված, մասնավորապես, որ կոնդենսացման կրիտիկական ջերմաստիճանը և կոնդենսացված ատոմների թիվը նվազում են պարբերական պոտենցիալի խորացմանը զուգընթաց:

**BIPARABOLIC MODEL OF PERIODIC FIELD FOR BOSE-EINSTEIN
CONDENSATION OF IDEAL GAS IN LASER FIELD
OF COUNTERPROPAGATING WAVES**

A. ZH. MURADYAN, H. L. HAROUTYUNYAN

The phenomenon of the ideal gas Bose-Einstein condensation in the field of periodic potential formed by counterpropagating laser waves is investigated. The biparabolic approximation is used for calculations. By means of this method we calculate the total number of trapped atoms in the potential, the number of atoms in each energy zone, the number of condensed and noncondensed atoms. The key result is that the critical temperature of condensation and the number of condensed atoms decrease slowly with the increasing depth of the potential. All numerical calculations are made for the optical transition $3S_{1/2} - 3P_{3/2}$ of sodium atoms.