

УДК 621.315.592

## РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНА НА ОГРАНИЧЕННЫХ И ИНТЕРФЕЙСНЫХ ПО-ФОНОНАХ В КВАНТОВЫХ ПРОВОЛОКАХ

А. Л. АСАТРЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 15 декабря 1998 г.)

Рассмотрено рассеяние электрона в цилиндрической квантовой проволоке в диэлектрической среде с учетом влияния пространственного ограничения на фононный спектр. В борновском приближении получено выражение для темпа рассеяния электрона на ограниченных и интерфейсных ПО-фононах с учетом межподзонных переходов. Выявлены области доминирования различных фононных мод, а также области существенного влияния фононного ограничения на темп внутриволночного рассеяния.

### 1. Введение

В современной нано- и оптоэлектронике широко применяются низкоразмерные полупроводниковые структуры на основе соединений типа  $A^3B^5$ , в которых, уже в области температур порядка нескольких десятков К, полярные оптические (ПО) фононы играют решающую роль в формировании кинетических и оптических свойств.

В теории низкоразмерных полупроводниковых структур до недавнего времени не принималось во внимание влияние пространственного ограничения на спектр ПО-фононов. Однако, после экспериментального обнаружения ПО-ограниченных [1] и интерфейсных [2] фононных мод в квантовых полупроводниковых проволоках GaAs, в ряде работ были развиты макроскопические [3-10] и микроскопические [11-14] теории этих мод для проволок с различными формами сечения. Макроскопические теории основываются либо на модели диэлектрического континуума [3,4,7-10], либо на гидродинамической модели [5,8]. Следует заметить, что согласно [10,15] результаты макроскопических и микроскопических теорий существенно не отличаются.

На основе модели диэлектрического континуума в [7-9] получены гамильтонианы взаимодействия электрона как с ограниченными, так и с интерфейсными фононами в цилиндрических квантовых проволоках. Следует, однако, заметить, что в случае интерфейсных фононов приведенные в [7-9] выражения для гамильтонианов существенно отличаются друг от друга, что является следствием некорректного нормирования волновых функций фононных мод.

В данной работе проведен сравнительный анализ вкладов ограниченных и интерфейсных фононов в темп рассеяния электрона как при внутриволновом, так и при межволновом рассеянии. Расчеты проведены на основании гамильтониана, полученного нами с помощью исправленного условия нормирования фононных мод, совпадающего с приведенным в [16] аналогичным условием. Выявлены также условия применимости предположения о трехмерности полярных LO-фононов при электрон-фононном взаимодействии.

## 2. Гамильтонианы электрон-фононного взаимодействия и темп рассеяния электрона

Рассмотрим квантовую проволоку с круглым сечением радиуса  $R$  в диэлектрической среде. В приближении бесконечно глубокой потенциальной ямы волновая функция и энергетический спектр электрона имеют вид:

$$\psi_{snk}(r, \varphi, z) = \frac{1}{\sqrt{V} J_{n+1}(\lambda_s^n)} J_n\left(\lambda_s^n \frac{r}{R}\right) e^{in\varphi} e^{ikz}, \quad (1)$$

$$E_{snk} = E_{sn} + E, \quad E_{sn} = \frac{\hbar^2 (\lambda_s^n)^2}{2mR^2}, \quad E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}, \quad (2)$$

где  $s=1,2,\dots$ ;  $n=0,\pm 1,\pm 2$ , — квантовые числа,  $V$  — объем проволоки,  $k$  — волновое число свободного движения электрона вдоль оси проволоки,  $J_n(x)$  — функция Бесселя первого рода,  $\lambda_s^n$  — ее нули,  $m$  — эффективная масса электрона.

Взаимодействие электрона с ограниченными LO- ( $j=1$ ) и интерфейсными ( $j=2$ ) ПО-фононами описывается фреilihовским гамильтонианом

$$H_F = \sum_{\sigma, j} \left\{ \Gamma_{\sigma}^{(j)} e^{iqz} e^{ip\varphi} a_{\sigma}^{(j)} + \Gamma_{\sigma}^{(j)*} e^{-iqz} e^{-ip\varphi} a_{\sigma}^{(j)*} \right\}, \quad (3)$$

где фурье-коэффициенты электрон-ПО-фононного взаимодействия даются следующими выражениями [7,9]:

$$\Gamma_{\sigma}^{(1)} = \left[ \frac{2\pi e^2 \hbar \omega_{\sigma}^{(1)}}{V} \frac{(\varepsilon_{\infty}^{-1} - \varepsilon_{s1}^{-1})}{J_{p+1}^2(\lambda_1^p)(q^2 + \lambda_1^p R^{-2})} \right]^{1/2} J_p\left(\lambda_1^p \frac{r}{R}\right), \quad (4)$$

$$\Gamma_{\sigma}^{(2)} = \left[ \frac{2\pi e^2 \hbar R}{qV} \frac{1}{I_p(qR) I_p'(qR)} D(\omega_{\sigma}^{(2)}) \right]^{1/2} I_p(qr), \quad (5)$$

где

$$D(\omega) = \frac{\varepsilon_2(\omega)}{\varepsilon_2(\omega) \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \omega} - \varepsilon_1(\omega) \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial \omega}}, \quad (6)$$



$a_{\sigma}^{(j)} (a_{\sigma}^{(j)})^{\dagger}$  – оператор уничтожения (рождения) фонов  $j$ -го типа с набором квантовых чисел  $\sigma = (q, p, l)$   $\omega_{\sigma}^{(j)}$  – частоты фононных мод [7],  $I_p(x)$  – модифицированная функция Бесселя порядка  $p$ . Зависящая от частоты диэлектрическая функция дается выражением

$$\varepsilon_i(\omega) = \varepsilon_{\infty i} \frac{\omega_{Li}^2 - \omega^2}{\omega_{Ti}^2 - \omega^2}, \quad (7)$$

где  $\varepsilon_{st}$ ,  $\varepsilon_{\infty i}$  – статическая и высокочастотная диэлектрические постоянные проволоки ( $i = 1$ ) и окружающей среды ( $i = 2$ ) соответственно,  $\omega_{Li}$  ( $\omega_{Ti}$ ) – частота объемных продольных (поперечных) оптических фононов. Полученное нами выражение (5) для  $\Gamma_{\sigma}^{(2)}$  соответствует правильному условию нормирования фононных мод ([16], выражение (17)).

В борновском приближении для темпа рассеяния электрона при взаимодействии с ограниченными ЛО-фононами получено следующее выражение:

$$(\tau_{e(a)}^{-1})_{conf} = \frac{4\hbar}{mR^2} \left( \frac{\hbar\omega_{L1}}{E} \right)^{3/2} \alpha \cdot \left( N(\omega_{L1}) + \frac{1}{2} + \beta \frac{1}{2} \right) \cdot \sum_{n's'l} \frac{P_{nn'}^{ss'l}}{\gamma} \times$$

$$\times \left[ \frac{1}{(1-\gamma)^2 + \frac{E_{l(n-n')}}{E}} + \frac{1}{(1+\gamma)^2 + \frac{E_{l(n-n')}}{E}} \right], \quad (8)$$

где  $\alpha = \frac{e^2}{2\hbar\omega_{L1}} \left( \frac{2m\omega_{L1}}{\hbar} \right)^{1/2} \left( \frac{1}{\varepsilon_{\infty 1}} - \frac{1}{\varepsilon_{s1}} \right)$  – постоянная электрон-фононной связи,

$$P_{nn'}^{ss'l} = \frac{\left| \int_0^1 J_n(\lambda_s^n x) J_{n'}(\lambda_{s'}^{n'} x) J_{(n-n')}(\lambda_1^{(n-n')} x) x dx \right|^2}{J_{n+1}^2(\lambda_s^n) J_{n'+1}^2(\lambda_{s'}^{n'}) J_{(n-n')+1}^2(\lambda_1^{(n-n')})}, \quad (9)$$

$$\gamma = \sqrt{1 - \frac{E_{nn'}^{ss'} + \beta\hbar\omega_{L1}}{E}}, \quad (10)$$

$E_{nn'}^{ss'} = E_{s'n'} - E_{sn}$ , индексы "e" и "a" у  $\tau^{-1}$  означают акт рассеяния соответственно с испусканием ( $\beta = 1$ ) и поглощением ( $\beta = -1$ ) фонов,  $N(\omega)$  – функция распределения Бозе-Эйнштейна. В (8) положено  $\omega_{\sigma}^{(1)} = \omega_{L1}$ .

Для темпа рассеяния электрона при взаимодействии с интерфейсными ПО-фононами получено следующее выражение:

$$(\tau_{e(a)}^{-1})_{int} = \sum_{n's'l} W_l^{(n-n'l)} \left( N(\omega_{(l, n-n'l, 0)}) + \frac{1}{2} + \beta \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{1}{\gamma_l} \cdot \left\{ \frac{P_{nn'}^{ss'l}}{|\gamma_l|} + \frac{P_{nn'+}^{ss'l}}{|\gamma_l|} \right\}, \quad (11)$$

где

$$W_1^{(n-n')} = \frac{4e^2}{RE} D(\omega_{(l, n-n'), 0}^{(2)}), \quad (12)$$

$$P_{nn'}^{s's'} = \frac{1}{J_{n+1}^2(\lambda_s^n) J_{n+1}^2(\lambda_s^{n'})} \frac{\left| \int_0^1 J_n(\lambda_s^n x) J_{n'}(\lambda_s^{n'} x) I_{(n-n')} \left( \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} R(1 \pm \gamma_l) x \right) x dx \right|^2}{\left| I_{(n-n')} \left( \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} R(1 \pm \gamma_l) \right) I_{(n-n')} \left( \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} R(1 \pm \gamma_l) \right) \right|^2}. \quad (13)$$

$\gamma_l$  дается формулой (10), в которой частота  $\omega_{L1}$  заменена на  $\omega_{(l, n-n'), 0}$ . Следует заметить, что учет дисперсии интерфейсных фононов при расчете темпа рассеяния существенно не влияет на результаты ([17]).

### 3. Обсуждение результатов

Формулы (8) и (11) позволяют вычислить темп рассеяния электрона как в случае внутриволновом, так и межволновом переходах.

При внутриволновом рассеянии ( $n = n' = 0, s = s' = 1$ ) из формулы (8) следует выражение, отличающееся от приведенной в [9] соответствующей формулы численным коэффициентом 1/2, обусловленным различием в нормировании фононных мод.

Сингулярности в  $\tau^{-1}$  при энергиях  $E_0 = E_{nn'}^{ss'} + \hbar\omega_{\sigma}^{(j)}$  обусловлены поведением одномерной функции плотности состояний. Когда  $E > E_0$ , процессы с испусканием фононов преобладают над процессами с поглощением фононов.

При внутриволновом рассеянии на ограниченных ЛО-фононах доминируют моды с дискретным квантовым числом  $l = 1$ , так как при  $l \geq 2$   $P_{00}^{11l} < 0.08 P_{00}^{111}$ . В квантовой проволоке GaAs, находящейся в диэлектрической среде AlAs, частота высокоэнергетической интерфейсной фононной моды ( $l = 1$ , т.н. AlAs-подобная мода) мало (всего на 2.6 мэВ) отличается от  $\omega_{L2}$ , а частота низкоэнергетической интерфейсной фононной моды ( $l = 2$ , т.н. GaAs-подобная мода) – от  $\omega_{T1}$  (1.4 мэВ). При рассеянии на интерфейсных фононах доминирует AlAs-подобная мода, поскольку при значениях  $qR < 1$   $W_1^{(0)}/W_2^{(0)} > 10$ . Здесь и далее параметры материалов взяты из статьи [18].

На рис.1 представлены зависимости темпа рассеяния от энергии электрона  $E$  при взаимодействии с ограниченными (а) и интерфейсными (б) фононами с учетом межволновых переходов для квантовой проволоки GaAs. Следует отметить, что вклады межволновых переходов в темп рассеяния электрона существенны только в некоторой области  $E$ , прилегающей к  $E_0$ . Так, вклад ограниченных фононов в темп рассеяния с учетом только переходов (0,1)-(1,1) превышает 50% значения темпа рассеяния лишь в области энергий шириной 70 мэВ. Для интерфейсных фононов этот вклад превышает 5% лишь в узкой области энергий шириной 10 мэВ.



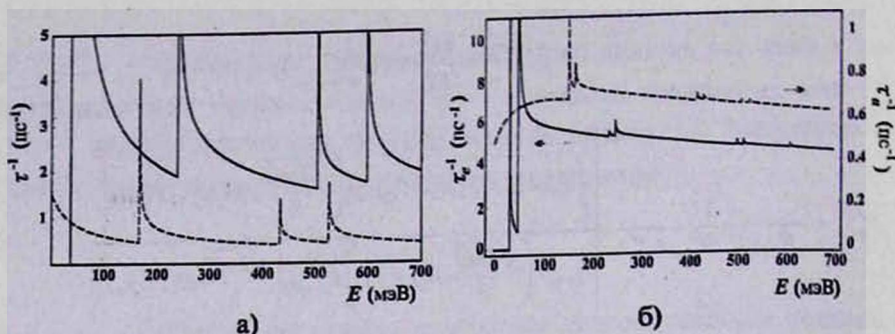


Рис.1. График зависимости  $\tau^{-1}(E)$  при межподзонам рассеянии на ограниченных (а) и интерфейсных (б) фононах для проволоки GaAs, находящейся в AlAs ( $R = 50 \text{ \AA}$ ,  $T = 300 \text{ K}$ ). Сплошная линия соответствует испусканию, пунктирная – поглощению фонона.

На рис.2 представлены области доминирования интерфейсных (затемненные области) и ограниченных фоновых мод при внутриподзонам рассеянии на  $(R, E)$ -плоскости. Ограничивающие эти области кривые найдены с помощью графического решения уравнения

$$\left(\tau_e^{-1}(R, E) + \tau_a^{-1}(R, E)\right)_{\text{int}} / \left(\tau_e^{-1}(R, E) + \tau_a^{-1}(R, E)\right)_{\text{conf}} = 1.$$

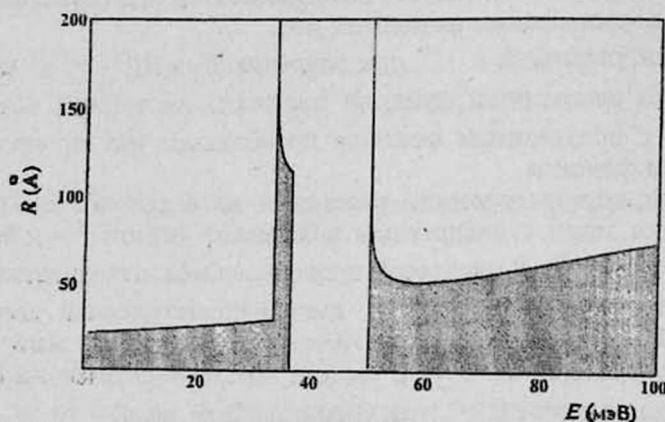


Рис.2. Области доминирования интерфейсных (затемненные области) и ограниченных фоновых мод при внутриподзонам рассеянии на  $(R, E)$ -плоскости.

В областях  $E < \hbar\omega_{T1}$ , где имеют место только процессы с поглощением фонона, и  $\hbar\omega_{L1} < E < \hbar\omega_{L2}$  рассеяние на ограниченных фононах доминирует практически при всех значениях  $R$ . В областях  $\hbar\omega_{T1} < E < \hbar\omega_{L1}$  и  $E > \hbar\omega_{L2}$  для проволок с радиусом  $R < 50 \text{ \AA}$  доминирует интерфейсное рассеяние. Последняя область медленно расширяется с увеличением  $E$ .

В заключение выражаю благодарность А.А.Киракосяну и А.Л.Вартаняну за полезные обсуждения результатов.

Данное исследование выполнено при частичной поддержке гранта CRDF (проект №375100).

## ЛИТЕРАТУРА

1. M.Watt, C.M.Sotomayor Torres, H.E.G.Arnott, S.P.Beaumont. *Semicond. Sci. Technol.*, **5**, 285 (1990).
2. G.Fasol, M.Tanaka, H.Sakaki, Y.Horikoshi. *Phys. Rev. B*, **38**, 6056 (1988).
3. M.A.Stroscio. *Phys. Rev. B*, **40**, 6428 (1989).
4. M.A.Stroscio, K.W.Kim, A.Littlejohn, H.Chuang. *Phys. Rev. B*, **42**, 1488 (1990).
5. N.C.Constantinou, B.K.Ridley. *Phys. Rev. B*, **41**, 10627 (1990).
6. P.A. Knipp, T.L.Reinecke. *Phys. Rev. B*, **45**, 9091 (1992).
7. R.Enderlein. *Phys. Rev. B*, **47**, 2162 (1993).
8. X.F.Wang, X.L.Lei. *Phys. Rev. B*, **49**, 4780 (1994).
9. C.R.Bennett, N.C.Constantinou, M.Babiker, B.K.Ridley. *J. Phys.: Condens. Matter*, **7**, 9819 (1995).
10. P.A.Knipp, T.L.Reinecke. *Phys. Rev. B*, **48**, 18037 (1993).
11. S.F.Ren, Y.C.Chang. *Phys. Rev. B*, **43**, 11857 (1991).
12. B.F.Zhu. *Sci. Technol. B*, **7**, 88 (1992).
13. H.Rücker, E.Molinari, P.Lugli. *Phys. Rev. B*, **44**, 3463 (1991).
14. H.Rücker, E.Molinari, P.Lugli. *Phys. Rev. B*, **45**, 6747 (1992).
15. F.Rossi, L.Rota, C.Bungaro, P.Lugli, E.Molinari. *Phys. Rev. B*, **47**, 1695 (1993).
16. S.Yu, K.W.Kim, M.A.Stroscio, G.J.Iafate, J.-P.Sun, G.I.Haddad. *J. Appl. Phys.*, **82**, 3363 (1997).
17. А.Л.Варганян, А.Л.Асатрян. Тезисы докладов III всероссийской конференции по физике полупроводников, Москва, 1997, с.66.
18. S.Adachi. *J. Appl. Phys.*, **58**, R1 (1985).
19. N.C.Constantinou, B.K.Ridley. *J. Phys.: Condens. Matter*, **1**, 2283 (1989).

ԷԼԵԿՏՐՈՆԻ ՑՐՈՒՄԸ ՄԱՀՍԱՆԱՓԱԿ ԵՎ ՄԻՋՄԱԿԵՐԵՎՈՒԹԱՅԻՆ  
ԲԵՎԵՈՒՅԻՆ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ՖՈՆՈՆՆԵՐԻ ՎՐԱ ԶՎԱՆՏԱՅԻՆ ԼԱՐՈՒՄ

Ա. Լ. ԱՍԱՏՐԻԱՆ

Դիտարկված է էլեկտրոնի ցրումը դիէլեկտրական միջավայրում գտնվող գլանային քվանտային լարում ֆոնոնային սպեկտրի վրա տարածական սահմանափակման ազդեցության հաշվառմամբ: Բռնի մոտավորությամբ ստացված է սահմանափակ և միջմակերևութային բևեռային օպտիկական ֆոնոնների վրա էլեկտրոնի ցրման արագության արտահայտություն՝ միջնբազուտիական անցումների հաշվառմամբ: Ներհնթազուտիական անցումների դեպքում գտնված են տարբեր ֆոնոնային մոդերի գերակայության, ինչպես նաև ցրման արագության վրա ֆոնոնային սահմանափակման ազդեցության տիրույթները:

### SCATTERING OF ELECTRON BY CONFINED AND INTERFACE PO-PHONONS IN QUANTUM WIRES

A. L. ASATRIAN

The electron scattering in a cylindrical quantum wire embedded in a dielectric medium is studied taking into account the phonon confinement effect. The expression is obtained for both electron-confined-PO-phonon and electron-interface-PO-phonon intersubband scattering rates within the frame of the Born approximation. The predomination regions of different phonon modes and the phonon confinement influence on the scattering rate for intrasubband transitions are also found.