Известия НАН Армении, Физика, т. 33, №4, с. 176—178 (1998)

УДК 621.378

ДВУХУРОВНЕВАЯ СИСТЕМА В ИНТЕНСИВНОМ РЕЗОНАНСНОМ БИХРОМАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

К. Х. СИМОНЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 15 апреля 1997 г)

Задача о двухуровневой системе в резонансном бихроматическом поле сведена к задаче о двухуровневой системе в периодическом поле, что позволяет ввести в рассмотрение квазиэнергетические состояния. Для квазиэнергий получено выражение, справедливое во всей допустимой области изменения частот при умеренных значениях обоих параметров интенсивности. Рассмотрены предельные случаи теории возмущений и резонансного приближения.

1. Задача о двухуровневой системе в бихроматическом поле мало изучена из-за ее сложности. Даже при условии резонансности обоих частот решение задачи не становится более простым, и известные нам работы [1—6] так или иначе связаны с применением теории возмущений и резонансного приближения по обоим полям или по одному из них. В работе [7], в случае резонансности обоих полей, задача исследована при произвольном значении одного из параметров интенсивностей и при умеренных значениях другого. Исследование этих задач в условиях, когда оба компонента поля равноправны, не было проведено. В частности, совершенно не исследован случай, когда частоты обоих компонентов поля близки к частоте атомного перехода, и параметры интенсивностей, которые определяются как отношения матричных элементов взаимодействия к разности частот полей, принимают умеренные значения.

2. Исходные уравнения, описывающие двухуровневую систему в поле классической бихроматической волны, имеют вид

$$\begin{aligned} i\dot{A} &= (V_1 e^{i\omega_1 t} + V_2 e^{i\omega_2 t})B, \\ i\dot{B} &= \omega_0 B + (V_1^* e^{i\omega_1 t} + V_2^* e^{-i\omega_2 t})A, \end{aligned} \tag{1}$$

где $\hbar\omega_0$—расстояние между уровнями, $\hbar V_{1,2} = -(dE_{1,2})$—матричные элементы дипольного взаимодействия, $E_{1,2}$—амплитуды напряженности полей.

Поскольку гамильтониан системы непериодичен по времени, то атом в таком поле не обладает квазиэнергетическими состояниями, но после преобразования амплитуд [8]

$$A = A_1, \quad B = A_2 e^{-i(\omega_1+\omega_2)t/2}, \tag{2}$$

гамильтониан системы становится периодической функцией времени с периодом $T = 2\pi/\omega_{21}$, что позволяет для системы (2) ввести в рассмотрение квазиэнергетические состояния и квазиэнергии. Для Фурье-компонент амплитуд получим

$$A_{\alpha,n}=(E-n\omega_{12}-\bar{\omega}_\alpha)^{-1}\sum_{\substack{m\\ \beta\neq\alpha}} V_{\alpha\beta,nm}A_{\beta n}, \tag{3}$$

где

$$\begin{gathered} V_{12,nm}=V^{*}_{21,nm}=V_1\delta_{m,n-1}+V_2\delta_{m,n+1}, \\ \bar{\omega}_1=0, \quad \bar{\omega}_2=\omega_0-(\omega_1+\omega_2)/2, \quad \omega_{12}=(\omega_1-\omega_2)/2. \end{gathered} \tag{4}$$

Систему уравнений (3) можно решить разными приближенными методами, но с целью получения более точных результатов и аналитических формул по параметрам задачи применим метод Хилла [9], обобщенный соответствующим образом [10, 11].

Квазиэнергия определяется из условия обращения в нуль детерминанта системы уравнений (3):

$$E_{1,2}=\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\pm\frac{\omega_{12}}{2\pi}\arccos\left[\cos\left(\frac{\bar{\omega}_2-\bar{\omega}_1}{\omega_{12}}\pi\right)-\frac{2\pi}{\omega_{12}}R_1\sin\left(\frac{\bar{\omega}_2-\bar{\omega}_1}{2}\pi\right)\right]. \tag{5}$$

С точностью до квадратичных членов, разложение для R_1 по степеням α_1 и α_2 имеет вид

$$R_1=\frac{\omega_{12}^2}{4}\left(\frac{\alpha_1^2}{\omega_0-\omega_1}+\frac{\alpha_2^2}{\omega_0-\omega_2}\right), \tag{6}$$

и справедливо при значениях $\alpha_{1,2}\leqslant 2$, где $\alpha_{1,2}=|2V_{1,2}/\omega_{1,2}|$ -- параметры интенсивности внешнего поля. Формулы (5) и (6) определяют спектр квазиэнергии системы (2).

В пределе теори возмущений, т. е. при $\alpha_{1,2}\ll 1$ и вдали от резонансов имеем:

$$\begin{gathered} E_1=-\frac{\omega_{12}^2}{4}\left(\frac{\alpha_1^2}{\omega_0-\omega_1}+\frac{\alpha_2^2}{\omega_0-\omega_2}\right)=-\left(\frac{V_1^2}{\omega_0-\omega_1}+\frac{V_2^2}{\omega_0-\omega_2}\right), \\ E_2=\omega_0-\frac{\omega_1+\omega_2}{2}+\left(\frac{V_1^2}{\omega_0-\omega_1}+\frac{V_2^2}{\omega_0-\omega_2}\right). \end{gathered} \tag{7}$$

В другом предельном случае, когда $\omega_1=\omega_0$ и $\omega_2=\omega_0$ (точные резонансы), величина $R_1\sin\left(\frac{\bar{\omega}_2-\bar{\omega}_1}{\omega_{12}}\pi\right)$ остается конечной, и для ветвей квазиэнергии получим:

$$\begin{gathered} E=\frac{\omega_0-\omega_2}{4}\pm\frac{\omega_0-\omega_2}{2\pi}\arcsin\left(\frac{\pi}{2}\alpha_1\right) \text{ при } \omega_1=\omega_0. \\ E=\frac{\omega_0-\omega_1}{4}\pm\frac{\omega_0-\omega_1}{2\pi}\arcsin\left(\frac{\pi}{2}\alpha_2\right) \text{ при } \omega_2=\omega_0. \end{gathered} \tag{8}$$

При малых значениях параметров интенсивностей ($\alpha_{1,2} \ll 1$) формулы (8) переходят в

$$E = \frac{\omega_0 - \omega_2}{4}(1 \pm \alpha_1^2) \quad (\omega_1 = \omega_0),$$

$$E = \frac{\omega_0 - \omega_1}{4}(1 \pm \alpha_2^2) \quad (\omega_2 = \omega_0).$$

В частном случае, когда $V_1 = V_2 = V$, все результаты совпадают с результатами работы [10] (при замене $\omega_{12} \to \omega$, $\overline{\omega}_2 \to \omega_0$, $\overline{\omega}_1 = 0$). В связи с этим отметим, что несмотря на схожую математическую формулировку (в случае $V_1 = V_2$) задачи здесь и в [10] физически различны. Здесь частоты ω_1 и ω_2 могут лежать в оптической области, а условие резонансности означает, что $\omega_1 - \omega_2 \ll |(\omega_1 + \omega_2)/2 - \omega_0|$, $|2V_{1,2}| \ll \omega_1 + \omega_2$. В [10], если ω—оптическая частота, то учет нерезонансных членов, пропорциональных V/ω, должен проводиться совместно с учетом влияния других уровней. Поэтому эта задача больше подходит к описанию эффектов интенсивности в явлениях магнитного резонанса, где можно создать два уровня, далеко отстоящих от других.

Работа выполнена в рамках научной темы 96—858, финансируемой из государственных централизованных источников РА.

ЛИТЕРАТУРА

1. P. Bucci, S. Sanfucci. Phys. Rev. A, 2, 2105 (1970).
2. B. R. Mollow. Phys. Rev. A, 5, 2217 (1972).
3. Э. Г. Канецян, Н. В. Шахназарян. Изв. АН Арм.ССР, Физика, 9, 335(1974).
4. С. П. Гореславский, В. П. Крайнов. Оптика и спектроскопия, 47, 825(1979).
5. R. Guccion-Gush, H. P. Gush. Phys. Rev. A, 10, 1474 (1974).
6. T. S. Ho, S. I. Chu. J. Phys. B. 17, 2101 (1984).
7. А. О. Меликян, К. Х. Симонян. Изв. Вузов, Физика, 23, №8, 23(1980).
8. А. О. Меликян, К. Х. Симонян. IX Всесоюзная конференция по когерентной и нелинейной оптике. Тезисы докладов, ч. II, Ленинград, с. 80, 1978.
9. Э. Т. Уиттекер, Дж. Н. Ватсон. Курс современного анализа, тт. 1-2, М., 1963.
10. А. О. Меликян. ЖЭТФ, 68, 1228(1975).
11. А. О. Меликян. Квантовая электроника, 4, 429(1977).

TWO-LEVEL SYSTEM IN A STRONG RESONANT BICHROMATIC FIELD

K. KH. SIMONYAN

The problem of a two-level system in a resonant bichromatic field is reduced to the problem of a two-level system in a periodic field, what allows to consider the quasi-energy states. An expression for quasi-energies is obtained which is valid in the whole permissible range of frequencies at moderate values of the intensity parameters. The limiting cases of the perturbation theory and of the resonant approximation are considered.