

УДК 621.373.826

САМОВОЗДЕЙСТВИЕ ФЕМТОСЕКУНДНОГО ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА В НЕЛИНЕЙНОЙ БЕЗДИСПЕРСНОЙ СРЕДЕ

А. А. АКОПЯН

Государственный инженерный университет Армении

(Поступила в редакцию 6 декабря 1996 г.)

С помощью метода многих масштабов получено аналитическое выражение, описывающее амплитуду фемтосекундного лазерного импульса с произвольным временным профилем, распространяющегося в нелинейной бездисперсной среде в приближении малой нелинейности с учетом вклада нелинейности 5-ого порядка. Получена также зависимость несущей частоты импульса с временным профилем в виде гиперболического секанса на входе от бегущих координат.

Известно, что при прохождении пико- и фемтосекундных лазерных импульсов через оптически нелинейную бездисперсную среду возникает асимметрия антистоксовой и стоксовой компонент спектра, причем это явление имеет место даже без участия процессов самофокусировки, оптического пробоя и конечного времени отклика [1]. В работах [2-6] были предложены различные асимптотические решения, объясняющие эту асимметрию.

В данной статье приводится решение нелинейного уравнения Максвелла, описывающее бездисперсное распространение фемтосекундного лазерного импульса в нелинейной среде, полученное методом многих масштабов [7]. При этом, в отличие от решений, приведенных в [4-6], в данной работе получено решение с учетом нелинейности 5-ого порядка.

Волновое уравнение для скалярной плоской волны в оптически однородном изотропном диэлектрике с нелинейностью до 5-ого порядка без учета хроматической дисперсии, записанное в безразмерных величинах, имеет следующий вид:

$$(\partial^2 / \partial Z^2 - \partial^2 / \partial T^2) \Phi = 2\varepsilon \cdot \partial^2 / \partial T^2 (\langle \Phi \cdot \Phi \rangle_T \cdot \Phi) + 4\mu \cdot \partial^2 / \partial T^2 (\langle \Phi \cdot \Phi \rangle_T^2 \cdot \Phi). \quad (1)$$

Величины, входящие в это уравнение, определяются следующим образом: $Z = z/(u\tau_0)$; $T = t/\tau_0$; $n^2 = n_0^2 + 2n_0n_2\langle E \cdot E \rangle_t + 2n_0n_4\langle E \cdot E \rangle_t^2$; $u = c/n_0$; $\varepsilon = n_2E_0^2/n_0$; $\mu = n_4E_0^2/2n_0$; $E = E_0\Phi$, где $2\tau_0$ — длительность импульса, n_0 — линейная часть показателя преломления, n_2 — добавка к показателю преломления от кубичной нелинейности, n_4 — добавка к показателю преломления от нелинейности 5-ого порядка, ε — безразмерный

параметр, определяющий величину кубичной нелинейности, μ — безразмерный параметр, определяющий величину нелинейности 5-ого порядка, E_0 — максимальное значение действительной амплитуды вектора напряженности электрического поля, Φ — нормированное действительное значение вектора напряженности электрического поля в среде, $\langle \rangle_T$ — усреднение по времени.

В случае, когда огибающая импульса меняется достаточно медленно на масштабах среднего периода колебаний, $\langle \Phi \cdot \Phi \rangle_T = |\Phi|^2/2$ и уравнение (1) принимает следующий вид:

$$(\partial^2 / \partial Z^2 - \partial^2 / \partial T^2) \Phi = \varepsilon \cdot \partial^2 / \partial T^2 (|\Phi|^2 \cdot \Phi) + \mu \cdot \partial^2 / \partial T^2 (|\Phi|^4 \cdot \Phi). \quad (2)$$

В координатах $\xi = Z$ и $\eta = Z - T$ уравнение (2) запишется следующим образом:

$$(\partial^2 / \partial \xi^2 + 2\partial^2 / \partial \eta \partial \xi) \Phi = \varepsilon \cdot \partial^2 / \partial \eta^2 (|\Phi|^2 \cdot \Phi) + \mu \cdot \partial^2 / \partial \eta^2 (|\Phi|^4 \cdot \Phi). \quad (3)$$

При малых значениях ε и μ исходное уравнение можно решить методом многих масштабов теории возмущений. В разложении по степеням ε будут учитываться члены до второго порядка малости, а по степеням μ — до первого порядка.

Поскольку искомая функция Φ зависит не только в отдельности от аргументов η , ξ и от параметров малости ε и μ , описывающих возмущение, но и от их комбинаций вида $\varepsilon\eta$, $\varepsilon\xi$, $\varepsilon^2\eta$, $\varepsilon^2\xi$, $\mu\eta$, $\mu\xi$, ..., то можно записать

$$\Phi(\eta, \xi, \varepsilon, \mu) = \Phi(\eta_n, \xi_n; \varepsilon, \mu), \quad n = 0, 1, 2, 3, \quad (4)$$

где аргументы η_n , ξ_n определяются следующим образом: $\eta_n = \varepsilon^n \eta$, $\xi_n = \varepsilon^n \xi$, $n = 0, 1, 2$; $\eta_3 = \mu\eta$, $\xi_3 = \mu\xi$.

Таким образом, вместо того, чтобы рассматривать Φ как функцию аргументов η и ξ , мы будем определять ее как функцию переменных η_n , ξ_n . С этой целью перейдем в исходном уравнении от независимых переменных η , ξ к независимым переменным η_n , ξ_n . Используя правило дифференцирования сложной функции, перейдем от производных по η , ξ к производным по η_n , ξ_n . Будем искать приближенное решение исходного уравнения в виде разложения искомой функции до второго порядка по степеням ε и до первого порядка по степеням μ :

$$\begin{aligned} \Phi(\eta, \xi) = & \Phi_0(\eta_n, \xi_n) + \varepsilon \cdot \Phi_1(\eta_n, \xi_n) + \varepsilon^2 \cdot \Phi_2(\eta_n, \xi_n) + \\ & + \mu \cdot \Phi_3(\eta_n, \xi_n), \quad n = 0, 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (5)$$

Подставляя это разложение в исходное уравнение и полагая $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3 = 0$, получаем, что исходное уравнение распадается на систему из четырех уравнений.

Будем искать Φ_0 в виде

$$\Phi_0 = a(\eta_n, \xi_n) \cdot \exp[i\alpha(\eta_n, \xi_n) + iW\eta_0], \quad n = 1, 2, 3, \quad (6)$$

где $W = \omega_0 \tau_0$, ω_0 — несущая частота импульса.

Подставляя эту функцию последовательно во все уравнения и переходя к исходным переменным η , ξ , запишем окончательные два уравнения первого порядка, первое из которых описывает поведение амплитуды импульса, а второе — фазы:

$$\partial a / \partial \xi - (3/2) \cdot \epsilon \cdot a^2 \cdot \partial a / \partial \eta = 0, \quad (7)$$

$$\partial a / \partial \xi - (\epsilon \cdot a^2 / 2) \cdot \partial a / \partial \eta = \epsilon W a^2 / 2 - \epsilon^2 W a^4 / 8 + \mu W a^4 / 2. \quad (8)$$

Уравнение (7) соответствует аналогичному уравнению из [5], а в уравнении (8) добавляется последнее слагаемое в правой части по сравнению с аналогичным выражением из [5].

Решение уравнения (7) имеет следующий вид:

$$a(\eta, \xi) = a[\eta + (3/2) \cdot \epsilon \cdot a^2 \xi]. \quad (9)$$

В частности, для импульса с временным профилем в виде гиперболического секанса на входе

$$a^2(\eta, 0) = \operatorname{sech}(\eta) \quad (10)$$

решение имеет вид

$$a(\eta, \xi) = \operatorname{sech}[\eta + (3/2) \cdot \epsilon \cdot a^2 \xi]. \quad (11)$$

Из решения уравнения (8) можно получить следующее выражение для нормированной несущей частоты $\Omega(\eta, \xi)$:

$$\begin{aligned} \Omega(\eta, \xi) = (1/W) \cdot \partial a / \partial \eta = -1 - (\epsilon' / 2) \cdot a^2(\eta, \xi) + a(\eta, \xi) / \cos[f(\eta, \xi)] + \\ + (\epsilon' / 2) \cdot a(\eta, \xi) \cdot \cos[ff(\eta, \xi)], \end{aligned} \quad (12)$$

где $\epsilon' = (\epsilon^2 - 4\mu) / \epsilon$, а

$$f(\eta, \xi) = \arcsin(\operatorname{th} \eta) + (\epsilon / 2) \int_0^\xi a^3(\eta, q) dq. \quad (13)$$

При выводе (12) было учтено граничное условие $a(\eta, 0) = 0$.

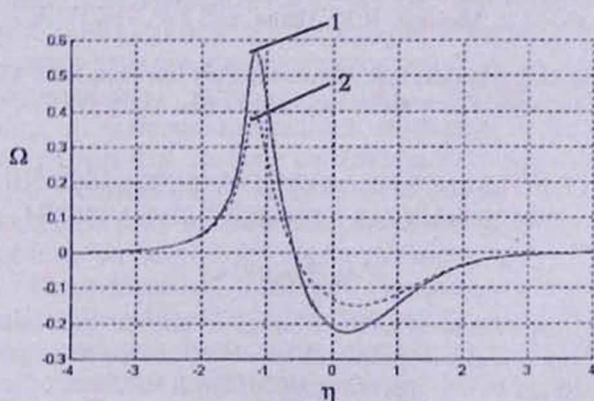


Рис.1. Нормированная несущая частота импульса с временным профилем в виде гиперболического секанса на входе при следующих значениях параметров: $2\tau_0 = 80$ фс, $\lambda_0 = 1,3$ мкм, $I = 5 \cdot 10^{12}$ Вт/см², $n_0 = 1,5$, $n_2 = 6 \cdot 10^{-14}$ см²/Вт ($\epsilon = 0,2$), $n_4 = 8,4 \cdot 10^{-27}$ см⁴/Вт² ($\mu = 0,07$), $\xi = 3$ ($z = 24$ мкм), 1) график, полученный по результатам данной работы, 2) график, полученный по результатам [5].

На рис. 1 приведены результаты численных расчетов для нормированной несущей частоты с учетом и без учета нелинейности 5-ого порядка импульса с огибающей в виде гиперболического секанса на входе длительностью 80 фс на длине волны $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0 = 1,3$ мкм с интенсивностью $I = 5 \cdot 10^{12}$ Вт/см², распространяющегося в среде с $n_0 = 1,5$, $n_2 = 6 \cdot 10^{-14}$ см²/Вт ($\varepsilon = 0,2$) и $n_4 = 8,4 \cdot 10^{-27}$ см⁴/Вт² ($\mu = 0,07$) на расстоянии $\xi = 3$ ($z = 24$ мкм).

Как видно из численных расчетов, имеет место асимметрия антистоксовой (ω_{as}) и стоксовой (ω_s) частот. При $\xi = 3$ ($z = 24$ мкм) с учетом нелинейности 5-ого порядка: $(\omega_{as} - \omega_0)/(\omega_0 - \omega_s) \approx 2,55$ и $\omega_{as} - \omega_s \approx 0,80 \cdot \omega_0$; для сравнения при $\xi = 3$ ($z = 24$ мкм) без учета нелинейности 5-ого порядка (в соответствии с [5]): $(\omega_{as} - \omega_0)/(\omega_0 - \omega_s) \approx 2,67$ и $\omega_{as} - \omega_s \approx 0,55 \cdot \omega_0$.

Таким образом, с помощью метода многих масштабов получено аналитическое выражение (9), описывающее амплитуду фемтосекундного лазерного импульса с произвольным временным профилем, распространяющегося в нелинейной бездисперсной среде в приближении малой ($\varepsilon \ll 1$) нелинейности с учетом нелинейности до 5-ого порядка.

Получена зависимость несущей частоты импульса с временным профилем в виде гиперболического секанса на входе от бегущих координат. Показано, что учет нелинейности 5-ого порядка не оказывает значительного влияния на соотношение уширений в антистоксову и стоксову области, но существенно меняет абсолютную величину этих уширений.

Автор выражает признательность А.О.Меликяну и Д.Л.Оганесяну за полезные обсуждения и сотрудничество в процессе проведения работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. R.L. Fork, C.V. Shank, C.Hirlimann, and R.Yen. Opt. Lett., 8, 1 (1983).
2. D. Anderson, M. Lisak. Phys. Rev. A., 27, 1393 (1983).
3. G. Yang and Y.R. Shen. Opt. Lett., 9, 510 (1984).
4. J.T. Manassah, R.R. Alfano, and M.Mustafa. Phys. Lett., 107A, 7, 305 (1985).
5. J.T. Manassah, M.A. Mustafa, R.R. Alfano, and P.P. Ho. IEEE J. QE - 22, 1, 197 (1986).
6. J.T. Manassah, M.A. Mustafa, R.R. Alfano, and P.P. Ho. Phys. Lett., 113A, 242 (1985).
7. А. Найфэ. Введение в методы возмущений. М., Мир, 1984.

SELF-INFLUENCE OF A FEMTOSECOND LASER PULSE IN A NONLINEAR NONDISPERSIVE MEDIUM

A. H. HAKOBIAN

With use of the method of multiple scales an analytic expression describing the amplitude of a femtosecond laser pulse with an arbitrary shape propagating in a nonlinear nondispersive medium in the approximation of small nonlinearity has been obtained taking into account the contribution of the nonlinearity of 5-th order. The running coordinates dependence of the carrier frequency of the pulse with the hyperbolic secant at the input has also been obtained.