

УДК 535.14

СОГЛАСОВАНИЕ ФАЗ ПРИ ГЕНЕРАЦИИ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ

С. Т. ГЕВОРКЯН, В. А. МАЛОЯН

Институт физических исследований НАН Армении

(Поступила в редакцию 8 апреля 1997 г.)

Для внутрирезонаторной генерации второй гармоники исследовано согласование фаз взаимодействующих мод. В положительном Р-представлении с помощью численного решения стохастических уравнений Ланжевена для этой системы вычислена функция совместного распределения фаз фундаментальной моды и второй гармоники. Показано, что для больших времен и начальных вакуумных состояний обеих мод функция распределения правее точки бифуркации системы имеет провал. Размеры провала увеличиваются при удалении системы от точки бифуркации вправо.

1. Введение

Генерация второй гармоники (ГВГ) внутри двухмодового резонатора является наиболее простым процессом при исследовании оптической неустойчивости. В частности, полуклассическая теория ГВГ предсказала автоколебания интенсивностей фундаментальной моды и второй гармоники [1], которые в дальнейшем были наблюдаемы в ряде экспериментов [2-4]. Впервые квантовая динамика числа фотонов и дисперсии квадратурных амплитуд была исследована в работе [5]. В работе [6] исследована динамика функции распределения фаз фундаментальной моды и второй гармоники. В ней показано, что и фундаментальная мода, и вторая гармоника в неустойчивой области и для больших времен имеют две наиболее вероятные значения фаз.

Настоящая работа, хотя и представляет отдельную физическую задачу, является органическим продолжением [6]. В ней с помощью численного решения уравнений Ланжевена для оптической системы в области неустойчивости исследуются совместные флуктуации фаз взаимодействующих мод.

2. Основные уравнения

Мы рассматриваем модель генерации второй гармоники внутри двухмодового резонатора. Нелинейная среда помещена в кольцевой резонатор, который настроен на частотах фундаментальной моды ω_1 и второй гармоники $\omega_2 = 2\omega_1$. Полагаем, что фундаментальная мода резо-

нансно возбуждается внешним классическим полем. Учитывается затухание мод через одно из зеркал резонатора. Гамильтониан, описывающий такое взаимодействие может быть представлен в следующем виде:

$$H = \hbar \omega_1 a_1^\dagger a_1 + \hbar \omega_2 a_2^\dagger a_2 + H_{\text{int}} + H_{\text{loss}},$$

$$H_{\text{int}} = i\hbar \chi (a_1^2 a_2^\dagger - a_1^{\dagger 2} a_2) + i\hbar (E e^{-i\omega_1 t} a_1^\dagger - E^* e^{i\omega_1 t} a_1), \quad (1)$$

$$H_{\text{loss}} = a_1 \Gamma_1^\dagger + a_1^\dagger \Gamma_1 + a_2 \Gamma_2^\dagger + a_2^\dagger \Gamma_2.$$

Здесь $a_i^\dagger, a_i$ ($i=1,2$) — операторы рождения и уничтожения фотонов фундаментальной моды и второй гармоники, χ — коэффициент связи между модами, пропорциональный нелинейной восприимчивости среды $\chi^{(2)}$, E — классическая амплитуда поля возмущения с частотой ω_1 , Γ_i , $\Gamma_i^\dagger$ — операторы термостатов соответствующих мод, которые определяют коэффициенты затухания мод резонатора γ_1, γ_2 на частотах ω_1, ω_2 соответственно.

Из гамильтониана (1) после адиабатического исключения операторов резервуаров мод в положительном P -представлении [7] получаем следующие уравнения Ланжевена:

$$\frac{\partial \alpha_1}{\partial t} = E - \gamma_1 \alpha_1 - 2\chi \beta_1 \alpha_2 + \sqrt{-2\chi \alpha_2} \xi_1(t),$$

$$\frac{\partial \beta_1}{\partial t} = E^* - \gamma_1 \beta_1 - 2\chi \alpha_1 \beta_2 + \sqrt{-2\chi \beta_2} \xi_2(t), \quad (2)$$

$$\frac{\partial \alpha_2}{\partial t} = -\gamma_2 \alpha_2 + \chi \alpha_1^2,$$

$$\frac{\partial \beta_2}{\partial t} = -\gamma_2 \beta_2 + \chi \beta_1^2.$$

Здесь β_i, α_i — независимые c -числовые переменные, соответствующие медленно меняющимся во времени операторам амплитуд $a_i^\dagger, a_i$ ($i=1,2$). Шумовые члены уравнений $\xi_1(t), \xi_2(t)$ имеют нулевые средние значения: $\langle \xi_1(t) \rangle = \langle \xi_2(t) \rangle = 0$. Отличными от нуля корреляционными функциями для них являются

$$\langle \xi_1(t) \xi_1(t') \rangle = \langle \xi_2(t) \xi_2(t') \rangle = \delta(t-t'). \quad (3)$$

Система уравнений (2) для больших времен ($\gamma_1 t \gg 1, \gamma_2 t \gg 1$) имеет устойчивые стационарные решения для числа фотонов и фаз

$$n_k = \alpha_k \beta_k, \quad \phi_k = \frac{1}{2i} \ln \left(\frac{\alpha_k}{\beta_k} \right) \quad (k=1,2) \quad (4)$$

взаимодействующих мод лишь в случае слабых полей возмущения $E < E_{cr}$. Здесь E_{cr} — точка бифуркаций Хопфа, которая определяется следующей формулой [1]:

$$E_{cr} = (2\gamma_1 + \gamma_2) \sqrt{\frac{\gamma_2(\gamma_1 + \gamma_2)}{2\chi^2}}. \quad (5)$$

В этой точке малые флуктуации фаз взаимодействующих мод не затухают. Последнее является физической причиной неустойчивого поведения всей оптической системы правее от критической точки.

3. Совместные флуктуации фаз взаимодействующих мод

Дальнейшее наше вычисление основано на моделировании Ланжевеновских шумовых источников и получении ансамбля численных реализаций системы уравнений (4). Для вычисления динамики среднего числа фотонов и дисперсии квадратурной амплитуды вышеуказанный метод впервые был предложен в работе [5].

Обратимся к вычислению плотности совместного распределения фаз взаимодействующих мод. Эту величину мы вычисляем с помощью следующей очевидной формулы [8]:

$$P(\phi_1, \phi_2, t) = \lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ \Delta\phi_1 \rightarrow 0, \Delta\phi_2 \rightarrow 0}} \left(\frac{S_N(t)}{N} \right). \quad (6)$$

Здесь $P(\phi_1, \phi_2, t)$ — функция распределения в момент времени t , $S_N(t)$ — число тех реализаций, которые в момент времени t находятся в элементе фазового пространства $\Delta\phi_1 \Delta\phi_2$ (с точкой ϕ_1, ϕ_2 внутри), N — число реализаций в ансамбле.

Для случая достаточно малых фазовых элементов ($|\Delta\phi_2| \ll 1$, $|\Delta\phi_1| \ll 1$) точность численного вычисления функции распределения определяется статистической ошибкой $\sqrt{S_N}/S_N$, которая для наших вычислений составила 5-7 процентов для пиковых значений этих функций.

Следует отметить, что в положительном Р-представлении числа фотонов и фазы являются комплексными величинами. Система уравнений (2) характеризует траектории оптической системы в восьмимерном фазовом пространстве. Область фазового пространства, где выполняется условие комплексной сопряженности $\alpha_k = \beta_k^*$ ($k=1,2$) стохастических амплитуд, является классическим подпространством, где систему можно характеризовать с помощью представления Глаубера-Сударшана [9,10] в четырехмерном фазовом пространстве. В случае малых нелинейностей ($\chi/\gamma_1 \ll 1$, $\chi/\gamma_2 \ll 1$) величина, которая характеризует неклассичность фазового пространства,

$$\sqrt{\frac{\langle (\text{Im}(n_k))^2 \rangle}{\langle (\text{Re}(n_k))^2 \rangle}} \quad (7)$$

мала. Для значений параметров $\gamma_2 = \gamma_1 = \gamma$, $E/\gamma = 50$, $\chi/\gamma = 0.1$ эта величина равна ≈ 0.1 .

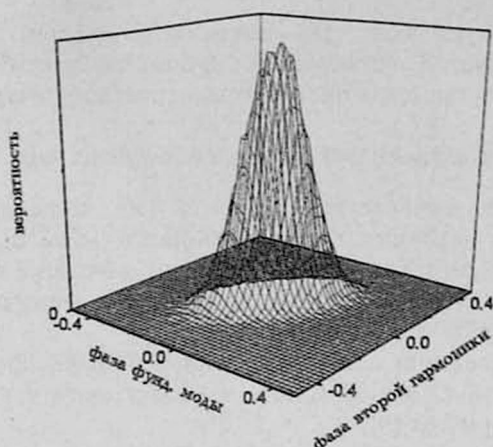


Рис. 1. Плотность совместного распределения фаз фундаментальной моды и второй гармоники в момент времени $\gamma t = 10$. Функция вычислена с помощью 100000 траекторий уравнений (2) в случае начальных вакуумных состояний обеих мод и для значений параметров $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$, $\chi/\gamma = 0.1$, $E/\gamma = 10$.

На рис.1 для начальных вакуумных состояний обеих мод (естественные начальные условия) $\alpha_k(0) = \beta_k(0) = 0$ ($k=1,2$) приведена плотность вероятности совместного распределения фаз фундаментальной моды и второй гармоники в момент времени $\gamma t = 10$ и для следующих значений параметров: $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$, $\chi/\gamma = 0.1$, $E/\gamma = 10$. При этих параметрах критическое возмущение равно $E_{cr}/\gamma = 30$. Рисунок представляет фазовое согласие между взаимодействующими модами левее от критической точки, где система имеет устойчивые стационарные полуклассические решения для числа фотонов n_1^0, n_2^0 и фаз $\phi_1^0 = \phi_2^0 = 0$. В этой области фазовые флуктуации значительно меньше единицы и наиболее вероятные значения пары фаз совпадают с полуклассическими значениями этих величин.

Правее от критической точки (см. рис. 2) фазовые флуктуации становятся порядка единицы, и события в некоторой области, окружающей точку $(\phi_1 = 0, \phi_2 = 0)$, имеют нулевую вероятность реализации. При приближении системы к точке бифуркации справа ($E \rightarrow E_{cr}$) вышеуказанная область уменьшается и в критической точке вместо провала вокруг значений $(\phi_1 = 0, \phi_2 = 0)$ получаем острый пик в этой точке.

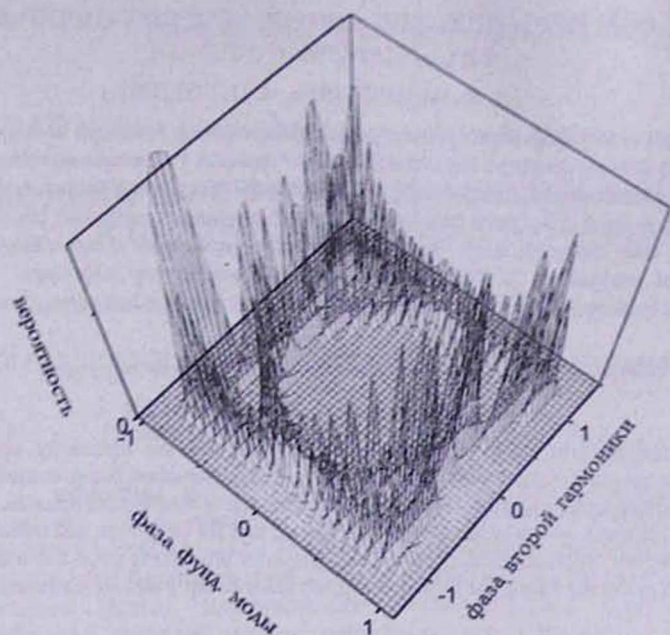


Рис. 2. Плотность совместного распределения фаз фундаментальной моды и второй гармоники в момент времени $\gamma t = 10$. Функция вычислена с помощью 100000 траекторий уравнений (2) в случае начальных вакуумных состояний обеих мод и для значений параметров $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$, $\chi/\gamma = 0.1$, $E/\gamma = 50$.

Для больших времен $\gamma t \gg 1$ в случае начальных вакуумных состояний обеих мод плотность совместного распределения фаз становится независимой от времени. Следует отметить, что в общем случае функции распределения числа фотонов и фаз в этом пределе не имеют стационарных решений. В работе [6] показано, что в случае начальных когерентных состояний обеих мод функции распределения фаз второй гармоники и фундаментальной моды в области неустойчивости, в пределе больших времен находятся в режиме автоколебания.

С.Т. Геворкян выражает благодарность проф. Р. Грахаму за полезные обсуждения и ценные замечания. Работа выполнена в рамках темы 96-775, финансируемой Министерством образования и науки Армении.

ЛИТЕРАТУРА

1. P.D. Drummond, K.J. McNeil, D. F. Walls. *Optica Acta*, 28, 211 (1981).
2. L.A. Lugiato. *Progr. in Optics*, XXI, 68 (1984).
3. K. Ikeda, H. Daido, O. Akimoto. *Phys. Rev. Lett.*, 45, 709 (1980).
4. P.D. Drummond, C.W. Gardiner. *J. Phys.*, A13, 2353 (1980).
5. M. Dorfle, A. Schenzle. *Z. Phys.*, B65, 113 (1986).
6. S.T. Gevorgyan, W.A. Maloyan. *Journ. of Modern Optics*, 44, 1443 (1997).
7. К.В. Гарднер. *Стохастические методы в естественных науках*. М., Мир, 1986.
8. Ф.М. Куни. *Статистическая физика и термодинамика*. М., Наука, 1981.
9. Дж. Сударшан, Э.С. Клаудер. *Основы квантовой оптики*. М., Мир, 1970.
10. П. Глаубер. *Оптическая когерентность и статистика фотонов*. В кн. "Квантовая оптика и квантовая радиофизика". М., Мир, 1966.

ՓՈՒԱՅԻՆ ՀԱՄԱՁԱՅՆԵՑՈՒՄԸ ԵՐԿՐՈՐԴ ՀԱՐՄՈՆԻԿԻ
ԳԵՆԵՐԱՑԻԱՅԻ ԺԱՄԱՆԱԿ

Ս. Թ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Վ. Ա. ՄԱԼՈՅԱՆ

Երկրորդ հարմոնիկի մերոնեզմատության գեներացիայի երեսույթի համար հետազոտվել է փոխազդող մոդերի փուլային համաձայնեցումը: Դրական P-պատկերացումում համակարգը քննության ենթարկվում է Լանժեմեյան ստոխաստիկ հավասարումների լուծման ճանապարհով հստակապես և ֆունկցիոնալ մոդի եւ երկրորդ հարմոնիկի փուլերի համատեղ բաշխման ֆունկցիան: Ցույց է տրված, որ մեծ ժամանակների եւ երկու մոդերի սկզբնական վաղուտային վիճակների պարագայում բաշխման ֆունկցիան քիֆուրկացիոն կետից աջ ունի փոս: Փոսի չափերը մեծանում են համակարգի քիֆուրկացիոն կետից դեպի աջ հեռացմանը զուգընթաց:

PHASE MATCHING IN SECOND HARMONIC GENERATION

S. T. GEVORKYAN, W. A. MALOYAN

Phase-matching of coupled modes is investigated for the intracavity second harmonic generation in the instability region. In the positive P-representation using numerical solution of Langevin stochastic equations for this system the joint phase distribution function of fundamental and second harmonic modes is calculated. It is shown that for large time and initial vacuum states of both modes the distribution function in the right from bifurcation point has a dip. A removing of the system to the right from the bifurcation point leads to dip's size enhancement.