Известия НАН Армении, Физика, т. 32, № 5, с. 260—262 (1997)

УДК 537 87

О СИЛЕ РЕАКЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ

Б. В. ХАЧАТРЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 8 апреля 1996 г.)

Получена новая формула для силы реакции излучения, действующей на заряженную частицу при ее движении в заданном внешнем электромагнитном поле.

Сила реакции излучения (сила радиационного, или Лоренцева, трения)—это часть силы, действующей на заряд со стороны созданного им электромагнитного поля. Возникает она из-за излучения зарядом электромагнитных волн. Общепринятое выражение для силы реакции излучения $\mathbf{f}=-\dfrac{2e^2}{3c^3}\ddot{\mathbf{v}}$ ($v \ll c$, $\mathbf{v}$—скорость частицы, c—скорость света) выводится на основе нестрогих, полукачественных соображений и имеет ряд известных недостатков [1, 2]. В настоящей работе получено новое выражение для силы радиационного трения, которое оставляет уравнение движения заряда с учетом этой силы дифференциальным уравнением второго порядка, не приводит к самоускорению частицы и не противоречит опытным данным.

Будем исходить из следующих рассуждений. Известно (см., например, [1]), что заряженная частица, движущаяся с произвольной скоростью $\mathbf{v}(t)$, излучает в единицу времени в телесный угол $d\Omega$ произвольного направления с единичным вектором $\mathbf{n}$ энергию

$$dI=\frac{e^2}{4\pi c^3}\left\{\frac{w^2}{(1-\beta\mathbf{n})^3}+\frac{2(\mathbf{nw})(\beta\mathbf{w})}{(1-\beta\mathbf{n})^4}-\frac{(1-\beta^2)(\mathbf{nw})^2}{(1-\beta\mathbf{n})^5}\right\}d\Omega, \tag{1}$$

где $\mathbf{w}$—ускорение заряда, $\beta=\dfrac{\mathbf{v}}{c}$ Излучение в направлении $\mathbf{n}$ уносит с собой в единицу времени импульс $\dfrac{dI}{c}\mathbf{n}$, а заряд, следовательно, приобретает импульс $-\dfrac{dI}{c}\mathbf{n}$. Поскольку изменение импульса в единицу времени равно действующей силе, то вследствие излучения в направлении $\mathbf{n}$, на частицу будет действовать сила $d\mathbf{f}=-\dfrac{dI}{c}\mathbf{n}$. Интегрируя (см. приложение) по всем направлениям (по полному телесному углу) получим силу $\mathbf{f}$, действующую на частицу из-за излучения ею электромагнитных волн, т. е. силу реакции излучения:

$$\mathbf{f}=-\frac{2e^2}{3c^4(1-b^2)^2}\left(w^2+\frac{(\mathbf{w}\beta)^2}{1-\beta^2}\right)\beta=-\frac{1}{c}\,\beta, \tag{2}$$

где

$$I=\frac{2e^2}{3c^3}\cdot\frac{w^2-[\beta\mathbf{w}]^2}{(1-\beta^2)^3} \tag{3}$$

есть полная интенсивность излучения [1] (энергия, излученная по всем направлениям в единицу времени). В ультрарелятивистском случае $\mathbf{f}=-\frac{I}{c}\mathbf{n}$, что в свете вышеизложенных рассуждений можно было написать сразу, учитывая, что в случае $v\simeq c$ заряженная частица излучает в основном в направлении своего движения ($\mathbf{n}\simeq\beta$). Легко проверить, что в этом пределе выражение для силы $\mathbf{f}$ совпадает с известным [1].

В нерелятивистском пределе ($v\ll c$) выражение для силы $\mathbf{f}$ существенно отличается от общепринятого:

$$\mathbf{f}=-\frac{2e^2w^2}{3c^4}\,\beta. \tag{4}$$

В качестве иллюстрации применим формулу (4) для расчета естественной ширины спектральных линий на примере простейшей системы—линейного гармонического осциллятора. Запишем уравнение движения электрона, связанного упругой силой $-m\omega_0^2x$, с учетом силы (4) (ω_0—частота свободных колебаний осциллятора):

$$m\ddot{x}=-m\omega_0^2x-\frac{2e^2\ddot{x}^2}{3c^5}\,\dot{x}. \tag{5}$$

Считая силу f малой по сравнению с упругой силой, можно с достаточной степенью точности заменить в (5) квадрат ускорения $w^2=\ddot{x}^2$ на усредненное $\left(\text{по периоду } T=\frac{2\pi}{\omega_0}\right)$ значение квадрата „невозмущенного“ ускорения $w_0=-x_0\omega_0^2\cos\omega_0 t$ ($x_0=x(t=0)$). В результате получаем уравнение

$$\ddot{x}+\Gamma\dot{x}+\omega_0^2x=0, \tag{6}$$

приводящее, как известно, к уширению спектральной линии с шириной линии

$$\Gamma=\frac{e^2\omega_0^4x_0^2}{3mc^5}. \tag{6'}$$

Используя общепринятое выражение силы радиационного трения $f=\frac{2e^2}{3mc^3}\dddot{x}$, получается то же уравнение (6), но с шириной уровня $\gamma=\frac{2e^2\omega_0^2}{3mc^3}$, одинаковой для всех уровней. В нашем же случае ширина оказывается различной для различных уровней и зависящей от дипольного момента ($\Gamma\sim e^2x_0^2$), что согласуется с квантовомеханическим результатом расчета ширины уровня как обратной величины времени жизни возбужденного состояния [3].

Приложение. Для получения формулы (2) при интегрировании воспользуемся цепочкой равенств (интегралы везде двукратные: $d\Omega=\sin\theta d\theta d\varphi$)

$$A=\int\frac{\mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{w})}{(1-\beta\mathbf{n})^4}d\Omega=\frac{1}{3}\frac{\partial}{\partial\beta}\int\frac{\mathbf{n}\mathbf{w}d\Omega}{(1-\beta\mathbf{n})^3}=\frac{1}{3}\frac{\partial(\mathbf{a}\mathbf{w})}{\partial\beta},$$

$$B=\int\frac{\mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{w})^2}{(1-\beta\mathbf{n})^5}d\Omega=\frac{1}{4}\frac{\partial}{\partial\beta}\int\frac{(\mathbf{n}\mathbf{w})^2d\Omega}{(1-\beta\mathbf{n})^4}=\frac{1}{4}\frac{\partial(A\mathbf{w})}{\partial\beta},$$

где

$$\mathbf{a}=\int\frac{\mathbf{n}d\Omega}{(1-\beta\mathbf{n})^3}=\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\beta}\int\frac{d\Omega}{(1-\beta\mathbf{n})^2}.$$

Последний интеграл легко берется и в результате

$$\mathbf{a}=\frac{4\pi\beta}{(1-\beta^2)^2}.$$

В заключение выражаю благодарность участникам семинара кафедры теоретической физики ЕГУ.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц.** Теория поля. М., 1973.
2. **Дж. Джексон.** Классическая электродинамика, М., 1965.
3. **В. Гайтлер.** Квантовая теория излучения. М., 1956.

ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՌԵԱԿՑԻԱՅԻ ՈՒԺԻ ՄԱՍԻՆ

Բ. Վ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

Ստացված է էլեկտրամագնիսական դաշտում շարժվող լիցքավորված մասնիկի վրա ազդող ճառագայթման ռեակցիայի ուժի նոր բանաձև

ON THE RADIATIVE REACTION FORCE

B. V. KHACHATRYAN

A new formula for the radiative reaction force acting on a charged particle moving in a fixed electromagnetic field is obtained.