Известия НАН Армении, Физика, т. 32, №5, с. 223—228 (1997)

УДК 530.12

КВАНТОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ СКАЛЯРНЫХ ЧАСТИЦ ДВИЖУЩИМИСЯ ЗЕРКАЛАМИ. I.

Л. Ш. ГРИГОРЯН, А. А. СААРЯН

Институт прикладных проблем физики НАН Армении

(Поступила в редакцию 26 ноября 1996г.)

С помощью теории возмущений исследовано излучение квантов скалярного поля зеркалами, движущимися ускоренно в вакууме пространства-времени Минковского. Методом коэффициентов Боголюбова получена формула для числа квантов заданной моды, применимая для довольно общего класса законов движения зеркал.

Введение. Наличие у вакуума не тривиальных свойств является одним из интереснейших следствий кавнтовой теории поля. Вакуум представляет собой состояние постоянного неупорядоченного движения, в котором поля испытывают случайные флуктуации, аналогичные нулевым колебаниям гармонического осциллятора. Как и в случае любой другой системы, свойства вакуума проявляются в его отклике на внешние возмущения. В роли таких возмущений могут выступать внешние поля или граничные условия, ограничивающие область квантования или изменяющие топологию пространства. Например, для квантованного электромагнитного поля роль подобных границ могут играть поверхности проводников. Воздействие неподвижных идеальных проводников на вакуумные нулевые колебания приводит к эффекту поляризации вакуума, т. е. к зависимости вакуумных средних локальных наблюдаемых величин (например, тензора энергии-импульса) от расположения и формы проводников. Хорошо известным проявлением подобного эффекта является возникновение дальнодействующих сил между незаряженными проводящими телами, известное под название эффекта Казимира [1—3].

Другим проявлением свойств вакуума является квантовое излучение ускоренными зеркалами (согласно принятой терминологии, под зеркалом мы понимаем поверхность, на которой оператор поля удовлетворяет условию идеального отражения). Это явление детально исследовалось ввиду его формальной близости к задаче о квантовом рождении частиц в гравитационном поле черной дыры [4—6]. Задача об излучении безмассовых частиц движущимися зеркалами в двумерном пространстве-времени допускает точное решение независимо от вида траектории зеркала [7] (см. также [8,9]). Это связано с тем, что классическая задача с нестационарными граничными условиями в двумерии конформно эквивалентна статической задаче. Для более высоких размерностей это не так, и известны лишь частные результаты, относящиеся к излучению плоского зеркала, движущегося равноускоренно в направлении, перпендикулярном его поверхности [10], и к равноускоренно расширяющемуся зеркалу сферической формы [11]. Исследовано также излучение ускоренного тела конечных размеров в области больших длин волн [12]. Излучение плоского зеркала, колеблющегося как целое, в первом неисчезающем приближении по амплитуде колебаний рассмотрено в [13]. Отметим, что в этих задачах нетривиальным является вопрос о связи между излученной энергией и числом излученных частиц [14]. В частности, известны случаи, когда зеркало не излучает энергию, но испускает частицы. С эффектом квантового излучения движущимися зеркалами тесно связан широко обсуждаемый в последние годы вопрос о возбуждении детектора при ускоренном движении в вакууме Минковского [9,15—20]. Случай детектора, движущегося в области между двумя параллельными пластинами, рассмотрен в работе [21].

Отметим, что во всех этих явлениях возможно нарушение слабого условия энергодоминантности [22] в форме отрицательной плотности энергии [15, 23]. Это обстоятельство может приводить к макроскопическим следствиям, включая нарушение второго закона термодинамики [24, 25] и так называемого принципа космической цензуры [26, 27].

Настоящая работа посвящена квантовому излучению скалярных частиц медленно движущимися зеркалами. В §2 развит метод вычисления поля в любом порядке теории возмущений по малому отклонению поверхности зеркала от статического случая, для которого решение соответствующей граничной задачи предполагается известным. На основе этих результатов в §3 найдены коэффициенты Боголюбова, связывающие in- и out-вакуумные состояния, и выведена формула для числа излученных квантов. Примеры приложения общей формулы будут рассмотрены во второй части данной работы.

2. *Возмущения скалярного поля движущимися зеркалами.* Рассмотрим скалярное поле $\varphi(x)$ в области пространства-времени с границей S, на которой поле равно нулю (везде, где особо не оговорено, принята система единиц $c=\hbar=1$):

$$(\Box+m^2)\varphi(x)=0, \quad \varphi(x)|_S=0, \tag{1}$$

x—пространственно-временная точка, $\Box$—оператор Даламбера. Пусть гиперповерхность S мало отличается от гиперповерхности S_0 соответствующей статической задачи, для которой решение $\varphi_0(x)$ граничной задачи (1) известно. При этом мы полагаем, что $\varphi\to\varphi_0$ при $t\to\pm\infty$. Поле представим в виде суммы

$$\varphi(x)=\varphi_0(x)+\tilde{\varphi}(x), \quad (\Box+m^2)\tilde{\varphi}(x)=0, \tag{2}$$

где $\tilde{\varphi}(x)$—возмущение, обусловленное отличием S от S_0. С помощью формулы Грина его можно представить в виде

$$\tilde{\varphi}(x)=\int\limits_{S_0}\tilde{\varphi}(x')\partial'_i G_0^R(x,x')d\Sigma'^i \tag{3}$$

($\partial'_i=\partial/\partial x'^i$) с запаздывающей функцией Грина $G_0^R(x,x')$ для границы S_0:

$$(\Box+m^2)G_0^R(x,x')=(\Box'+m^2)G_0^R(x,x')=\delta(x-x'), \tag{4}$$

$$G_0^R(x,x')|_{x\in S_0}=G_0^R(x,x')|_{x'\in S_0}=0,\quad G_0^R(x,x')=0 \text{ при } t<t'.$$

Пусть вектор $\xi^i(x)$ описывает смещение точек поверхности S от S_0:

$$x^i+\xi^i(x)\in S \quad \text{при} \quad x^i\in S_0. \tag{5}$$

Считая ξ^i малым возмущением, представим $\tilde{\varphi}$ в виде разложения

$$\tilde{\varphi}(x)=\sum_{l=1}^{\infty}\varphi_l(x), \tag{6}$$

в котором $\varphi_l\sim|\xi|^l$ являются решением волнового уравнения. Слагаемое φ_l удовлетворяет граничным условиям

$$\varphi_l(x)|_{x\in S_0}=-\xi^i(x)[\partial_i\varphi_{l-1}(x)+\frac{1}{2}\xi^k(x)\partial_i\partial_k\varphi_{l-2}(x)+\ldots]_{x\in S_0},\ l=1,2,\ldots \tag{7}$$

Последние вытекают из $\varphi(x)_{x\in S}=0$ в приближении $|\xi|^l$. Используя (3) и (7), приходим к следующей формуле для возмущения поля l-ого порядка:

$$\varphi_l(x)=-\int\limits_{S_0}\xi^i(x')[\partial'_i\varphi_{l-1}(x')+\frac{1}{2}\xi^k\partial'_i\partial'_k\varphi_{l-2}(x')+\ldots]\partial'_n G_0^R(x,x')d\Sigma'^n. \tag{8}$$

В частности, в первом порядке [13]

$$\varphi_1(x)=-\int\limits_{S_0}\xi^i(x')\partial'_i\varphi_0(x')\partial'_n G_0^R(x,x')d\Sigma'^n. \tag{9}$$

Поправки более высокого порядка находятся аналогичным образом путем последовательного применения формулы (8).

3. *Коэффициенты Боголюбова.* Пусть $\{\varphi_{0\nu},\ \varphi^*_{0\nu}\}$ — полная ортонормированная система собственных функций с набором квантовых чисел ν, являющаяся решением граничной задачи (1) в частном случае $S=S_0$. В общем случае $S\neq S_0$ поправки первого порядка к соответствующим функциям определяются формулой (9)

$$\varphi^R_{1\nu}=-\int\limits_{S_0}\xi^i(x')\partial'_i\varphi_{0\nu}(x')\partial'_n G_0^R(x,x')d\Sigma'^n, \tag{10}$$

где индекс R в левой части указывает на запаздывающую функцию, реализующую in-вакуумное состояние. Аналогичную формулу с опережающей функцией Грина G_0^A можно получить и для опережающей функции $\varphi^A_{1\nu}$, реализующей out-вакуумное состояние. Коэффициенты преобразования Боголюбова между in- и out-вакуумными состояниями определяются соотношениями [8, 9]

$$\alpha_{\nu\nu'}=(\varphi^R_{\nu},\ \varphi^A_{\nu'}),\ \beta_{\nu\nu'}=-(\varphi^R_{\nu},\ \varphi^{A*}_{\nu'}) \tag{11}$$

со скалярным произведением

$$(\varphi,\chi)=-i\int_{\sigma}\{\varphi(x)\partial_0\chi^*(x)-[\partial_0\varphi(x)]\chi^*(x)\}d^3x, \tag{12}$$

где σ обозначает пространственноподобную гиперповерхность (значение (φ,χ) не зависит от выбора σ). Число квантов моды ν' выражается через коэффициент $\beta_{\nu\nu'}$ следующим образом:

$$n(\nu')=\int|\beta_{\nu\nu'}|^2d\nu. \tag{13}$$

В первом приближении по отклонениям ξ^{μ} для коэффициентов $\beta_{\nu\nu'}$ из (11) имеем

$$\beta_{\nu\nu'}\approx-(\varphi_{o\nu},\ \varphi^{A*}_{1\nu'})-(\varphi^{*}_{o\nu'}). \tag{14}$$

С учетом (10) ясно, что для определения $\beta_{\nu\nu'}$ достаточно вычислить скалярные произведения

$$(\varphi_{o\nu}(x),\ G^{A*}_{o}(x,x'))\ \text{и}\ (G^R_o(x,x'),\ \varphi^{*}_{o\nu'}(x)) \tag{15}$$

(переменной интегрирования является x). Воспользовавшись известными формулами

$$G^R_o(x,x')=-\theta(t-t')G_o(x,x'),\ G^A_o=\theta(t'-t)G_o(x,x'),$$

$$G_o(x,x')=-i\langle[\varphi(x),\varphi(x')]\rangle,\ \langle\varphi(x)\varphi(x')\rangle=\sum_{\nu}\varphi_{o\nu}(x)\varphi^{*}_{o\nu}(x'), \tag{16}$$

где угловые скобки означают усреднение по невозмущенному вакуумному состоянию, а $\theta(t-t')$—функция Хевисайда, нетрудно показать, что

$$(\varphi_{o\nu}(x),\ G^{A*}_o(x,x'))=i\theta(t'-t)\varphi_{o\nu}(x'),$$

$$(G^R_o(x,x'),\ \varphi^{*}_{o\nu}(x))=i\theta(t-t')\varphi_{o\nu}(x'). \tag{17}$$

При этом учтены условия ортонормировки системы собственных функций $\{\varphi_{o\nu},\ \varphi^{*}_{o\nu}\}$:

$$(\varphi_{o\nu},\varphi_{o\nu'})=-(\varphi^{*}_{o\nu},\varphi^{*}_{o\nu'})=\delta_{\nu\nu'},\ (\varphi_{o\nu},\varphi^{*}_{o\nu'})=0. \tag{18}$$

Подставляя (10) и аналогичную формулу для $\varphi^A_{1\nu}$ в (14) и учитывая (17), а также, что для статической задачи с $S=S_0$ временная компонента вектора нормали к S_0 равна нулю ($n^0=0$), приходим к формуле

$$\beta_{\nu\nu'}=i\int_{S_0}n^in^k[\partial_i\varphi_{o\nu}(x')][\partial_k\varphi_{o\nu'}(x')]\xi(x')d\Sigma', \tag{19}$$

где n^i—вектор, ортогональный гиперповерхности S_0, $d\Sigma'^i = n^i d\Sigma'$, $\xi^i = n^i \xi$.

Необходимым условием справедливости приведенного выше метода вычисления коэффициентов преобразования Боголюбова является условие $|\partial\xi^i/\partial x^m| \ll 1$. В частности, отсюда следует малость скоростей смещения точек поверхности S по сравнению со скоростью света.

Выше был рассмотрен случай скалярного поля с граничным условием Дирихле. Аналогичным образом можно исследовать случай граничных условий Неймана, а также смешанных граничных условий. Более того, использованный метод нетрудно обобщить для полей с высшими спинами (наиболее важным с практической точки зрения является случай электромагнитного поля). Конкретные приложения полученной общей формулы (19), включая случай волны, возбужденной на поверхности зеркала, будут рассмотрены во второй части данной работы.

Авторы признательны участникам общеинститутского семинара ИППФ НАН Армении и, в частности, акад. А. Р. Мкртчяну за ценные обсуждения и критические замечания.

Работа выполнена в рамках гранта 96-703 Министерства образования и науки Республики Армения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **H. B. G. Casimir.** Proc. Kon. Ned. Akad. Wetensch. A, **51**, 793 (1948).
2. **G. Plunien, B. Muller, W. Greiner.** Phys. Rep., **134**, 87 (1986).
3. **В. М. Мостепаненко, Н. Н. Трунов.** Эффект Казимира и его приложения. М., Энергоатомиздат, 1990.
4. **W. Hawking.** Phys. Rev., D, **13**, 191 (1976).
5. **Б. С. Де Витт.** В сб. «Черные дыры». М., Наука, 1978, с. 66.
6. **P. Candelas.** Phys. Rev., D, **21**, 2185 (1980).
7. **S. A. Fulling, P. C. W. Davies.** Proc. Roy. Soc., **A348**, 393 (1976).
8. **А. А. Гриб, С. Г. Мамаев, В. М. Мостепаненко.** Квантовые эффекты в интенсивных внешних полях. М., Атомиздат, 1980.
9. **Н. Биррел, П. Девис.** Квантованные поля в искривленном пространстве-времени. М., Мир, 1984.
10. **P. Candelas, D. Deutch.** Proc. Roy. Soc., **A354, 79** (1977).
11. **Е. М. Серебряный, В. П. Фролов.** В кн.: Теоретико-групповые методы в физике. М., Наука, 1980, т. 1, с. 274.
12. **В. Е. Курьян, В. П. Фролов.** Труды ФИАН, **169**, 169(1986).
13. **L. H. Ford, A. Vilenkin.** Phys. Rev. D, **25**, 2569 (1982).
14. **W. R. Walker.** Phys. Rev. D, **31**, 767 (1985).
15. **W. G. Unruh.** Phys. Rev. D, **14**, 870 (1976).
16. **W. G. Unruh, R. M. Wald.** Phys. Rev. D, **29**, 1047 (1984).
17. **В. Л. Гинзбург, В. П. Фролов.** УФН, **153**, 633(1987).
18. **A. Higuchi, G. E. A. Matsas.** Phys. Rev. D, **46**, 3450 (1992).
19. **L. H. Ford, P.G. Grove, A. C. Ottewill.** Phys. Rev. D, **46**, 4566 (1992).
20. **B. V. Svaiter, N. F. Svaiter.** Phys. Rev. D, **46**, 5267 (1992).
21. **L. H. Ford, T. A. Roman.** Phys. Rev. D, **48**, 776 (1993).
22. **С. Хокинг, Дж. Эллис.** Крупномасштабная структура пространства-времени. М., Мир, 1977.

23. L. S. Brown, G. J. Maclay. Phys. Rev., 184, 1272 (1969).
24. L. H. Ford. Proc. Roy. Soc., A364, 227 (1988).
25. A. Ottewill, Sh. Tagaki. Prog. Theor. Phys., 79, 429 (1988).
26. L. H. Ford, T. A. Roman. Phys. Rev. D, 41, 3662 (1990).
27. L. H. Ford, T. A. Roman. Phys. Rev. D, 46, 1328 (1992).

ՍԿԱԼՅԱՐ ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ ՇԱՐԺՎՈՂ ՀԱՅԵԼԻՆԵՐՈՎ. I.

Լ. Շ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Ա. Ա. ՍԱՀԱՐՅԱՆ

Խոտորումների տեսությամբ հետազոտված է Մինկովսկու տարածա-ժամանակի վակուումում արագացումով շարժվող հայելիների կողմից սկալյար դաշտի քվանտների առաքումը։ Բոգոլյուբովի գործակիցների եղանակով ստացված է բանաձև տվյալ մոդայի քվանտների թվի համար, որը կիրառելի է շարժման օրենքների բավական լայն դասի համար։

QUANTUM RADIATION OF SCALAR PARTICLES BY MOVING MIRRORS. I.

L. Sh. GRIGORIAN, A. A. SAHARIAN

The radiation of scalar field's quanta by accelerated mirrors, moving in the Minkowski space-time, is investigated within the framework of the perturbation theory. The formula for a number of particles produced in a given mode and applicable to a rather wide class of mirrors trajectories, is derived using the method of Bogoliubov's coefficients.