

УДК 533.922

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОМЕРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ КИЛЬВАТЕРНЫХ ПОЛЕЙ, ВОЗБУЖДАЕМЫХ В ПЛАЗМЕ ЭЛЕКТРОННЫМИ СГУСТКАМИ

А. Г. ХАЧАТРЯН

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 25 января 1996 г.)

Задача о возбуждении нелинейных одномерных кильватерных полей одиночным сгустком и последовательностью сгустков рассмотрена численно. Распределение плотности электронов в сгустке выбиралось однородным, параболическим и линейно растущим от головы сгустка к хвосту. Полученные результаты иллюстрируют зависимость возбуждаемых потенциальных электрических полей от параметров сгустков и позволяют выбирать эти параметры оптимальными.

1. Введение

Электромагнитные волны, возбуждаемые в плазме электронными сгустками, могут быть использованы как для фокусировки сгустков, так и для ускорения зарядов [1]. В случае релятивистских сгустков амплитуда возбуждаемых одномерных нелинейных волн может существенно превышать обычное нелинейное поле опрокидывания $E^* = m_e v_b \omega_p / e$ (здесь v_b — скорость сгустка, $\omega_p = (4\pi n_0 e^2 / m_e)^{1/2}$ — электронная плазменная частота, n_0 — равновесная плотность электронов плазмы) и достигать значения $E^{max} \equiv \sqrt{2(\gamma - 1)}$, где $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$, $\beta = v_b / c$, а E^{max} нормировано на E^* . Темп ускорения частиц в кильватерных полях может достигать значения нескольких ГэВ/м, что существенно больше темпов ускорения, достигнутых в традиционных ускорителях.

Теория одномерных нелинейных кильватерных полей развивалась в ряде работ (см., например, [2-8] и цитируемую там литературу). Максимальная энергия ускоряемых электронов, как было показано в [8], может достигать значения $4m_e c^2 \gamma^3$.

В данной работе представлены некоторые результаты численного моделирования нелинейных кильватерных полей, возбуждаемых электронными сгустками в холодной плазме.

2. Возбуждение кильватерных полей одиночным сгустком

Нелинейные одномерные стационарные кильватерные поля в холодной плазме описываются следующим уравнением [8]:

$$\frac{d^2 F}{dz^2} + \beta^2 \gamma^2 \left(1 - \beta \frac{F}{\sqrt{F^2 - \gamma^{-2}}}\right) = \beta^2 \alpha(z), \quad (1)$$

где $z = k_p(Z - v_b t)$, $k_p = \omega_p/v_b$, $\alpha(z) = n_b(z)/n_0$, $n_b(z)$ — плотность электронов сгустка, $F = 1 + e\phi/m_e c^2 \geq \gamma^{-1}$, ϕ — потенциал электрического поля. Ионы плазмы считаются неподвижными, поле перед сгустком отсутствует. Нормированная на E^* напряженность электрического поля находится из формулы $E = -(1/\beta^2) dF/dz$.

Задача решена аналитически лишь для однородного сгустка [2-8]. В этом случае уравнение (1) можно записать в следующем виде [8]:

$$\frac{d^2 F}{dz^2} + \beta^2 \gamma^2 \left(1 - \beta \frac{F}{\sqrt{F^2 - \gamma^{-2}}}\right) = \beta^2 \alpha(z),$$

$$U = (\gamma^2 - \alpha_u) F - \beta \gamma^2 \sqrt{F^2 - \gamma^{-2}}, \quad (2)$$

$$\alpha(z) = \alpha_u = \text{const}, \quad -d \leq z \leq 0.$$

Формально уравнение (2) описывает одномерное движение частицы в поле с потенциалом $U(F)$. В случае $\alpha_u < 1/(1+b) \equiv \alpha_1$ потенциал U имеет один минимум, и поле внутри сгустка является осциллирующим. При $\alpha_u = \alpha_1$ функция $U(F)$ монотонно убывает и стремится к нулю при $F \rightarrow \infty$; в этом случае электрическое поле внутри сгустка растет от нуля в начале сгустка ($z=0$) и стремится к некоторому постоянному значению. В случае $\alpha_u > \alpha_1$ $U(F)$ убывает неограниченно, напряженность электрического поля внутри сгустка растет монотонно от начала сгустка к концу ($z=-d$). Поле за сгустком всегда является осциллирующим: функция $U(F)$ при $\alpha_u = 0$ имеет минимум для всех γ .

Амплитуда электрического поля за сгустком E_{mp} достигает своего максимального значения E^{max} для сгустка с $\alpha_0 = 1/(2 + \gamma^{-1})$ и $d = 4\gamma$ [6, 7].

Однако даже для однородного сгустка полное аналитическое описание поля за сгустком в общем случае невозможно. Для неоднородных сгустков ($\alpha(z) \neq \text{const}$) задача аналитически не решена.

Уравнение (1) исследовалось численно для сгустков с однородным, параболическим и линейным распределением плотности электронов:

$$\alpha_0 = \alpha_0, \quad (3.1)$$

$$\alpha_0 = \alpha_0 [1 - (z - d/2)^2 / (d/2)^2], \quad (3.2)$$

$$\alpha_0 = \alpha_0 |z| / d, \quad (3.3)$$

$$\alpha_0 = \text{const}, \quad -d \leq z \leq 0.$$

Плазма перед сгустком предполагается невозмущенной. Поэтому $E(z=0)=0$, $F(z=0)=1$.

Для ускорения зарядов наиболее важной характеристикой является амплитуда кильватерной волны, которая зависит от распределения плотности электронов в сгустке $\alpha(z)$, длины сгустка d и γ .

На рис.1 представлена зависимость амплитуды кильватерной волны за сгустком E_{mp} для распределений плотности (3.1)-(3.3) от длины сгустка d ($\alpha_0=0.3, \gamma=10$). Для однородного сгустка эта зависимость периодическая. Амплитуда кильватерной волны за однородным сгустком (кривая 1 на рис.1) максимальна при $d = (n + 1/2) \Lambda_b$ (где Λ_b — нелинейная длина волны в однородном сгустке, которая для $\alpha_0=0.3, \gamma=10$ равна 12.96, n — целое число) и равна нулю при $d = n \Lambda_b$. Зависимость $E_{mp}(d)$ для неоднородных сгустков выглядит более сложно. В случае "параболического" сгустка (который ближе к используемым в эксперименте, чем однородный) амплитуда E_{mp} максимальна при $d = \Lambda_b/2$ и минимальна при $d = 3 \Lambda_b/2$ (кривая 2 на рис.1). Для сгустка с линейным распределением (3.3) E_{mp} для $d > \Lambda_b/2$ меняется слабо (кривая 3 на рис.1).

Таким образом, для распределений (3.1)-(3.3) с целью получения наибольшей амплитуды кильватерной волны за сгустком необходимо использовать сгусток с $d = \Lambda_b/2$.

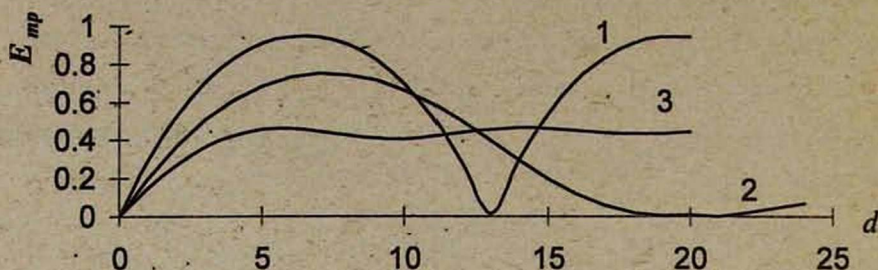


Рис.1. Зависимость амплитуды кильватерной волны за сгустком от длины сгустка ($\alpha_0=0.3$, $\gamma=10$). 1 – однородный сгусток (3.1), 2 – сгусток с параболическим распределением (3.2), 3 – сгусток с линейным распределением (3.3).

Длина волны в однородном сгустке Λ_b монотонно растет с α_u (заметим, что в линейном приближении, когда $\alpha_u \ll 1$, в безразмерных единицах $\Lambda_b = 2\pi$). В случае $\gamma \gg 1$ функция $\Lambda_b(\alpha_u)$ почти не зависит от γ вплоть до $\alpha_u \sim 0.5$. При $\alpha_u \rightarrow 0.5$ величина Λ_b быстро растет и существенно превышает линейную длину волны.

Численное решение уравнения (1) в случае $\alpha_u > \alpha_1$ показывает, что внутри однородного сгустка напряженность электрического поля E_b растет почти линейно с $|z|$. Внутри неоднородного сгустка с $\alpha_0 > \alpha_1$ электрическое поле меняется в общем случае немонотонно. Напомним, что амплитуда электрического поля за сгустком не может превышать релятивистского поля опрокидывания E^{max} . Поэтому длина сгустка d не должна превышать некоторого значения d_m . Учитывая, что в случае однородного сгустка с $\alpha_u \geq 1$ $E_{tr} \approx E_{mb}$ (где E_{mb} – амплитуда поля внутри сгустка) [7], можно оценить значение d_m из равенства $E(z = -d_m) = E^{max}$. Например, в случае $\alpha_u = 1$ и $\gamma = 10$ ($E^{max} \approx 4.25$) $d_m \approx 7.5$.

3. Последовательность сгустков

Для возбуждения сильных нелинейных кильватерных волн необходима плотная плазма и релятивистские сгустки с $n_b \sim n_0$ [4-8].

Однако в экспериментах плотность сгустка часто много меньше плотности плазмы: $n_b \ll n_0$. В этом случае является естественной попытка использовать последовательность сгустков малой плотности ($\alpha(z) \ll 1$) для получения сильных полей. Для однородных сгустков одинаковой плотности эта задача рассматривалась аналитически в [9]. В этой работе было показано, что амплитуда кильватерной волны за цепочкой однородных сгустков максимальна, когда

$$d_i = (n_i + 1/2) \Lambda_{bi}, \quad l_j = (n_j + 1/2) \Lambda_{pj}, \quad (4)$$

где d_i — длина i -го сгустка, l_j — расстояние между j -ым и $(j+1)$ -ым сгустками, Λ_{bi} — длина волны в i -ом сгустке, Λ_{pj} — длина волны за j -ым сгустком, n_i и n_j — положительные целые числа. Кривая 1 на рис.1 и кривая 1 на рис.2 иллюстрируют (4) для $n_i=0$, $n_j=0$.

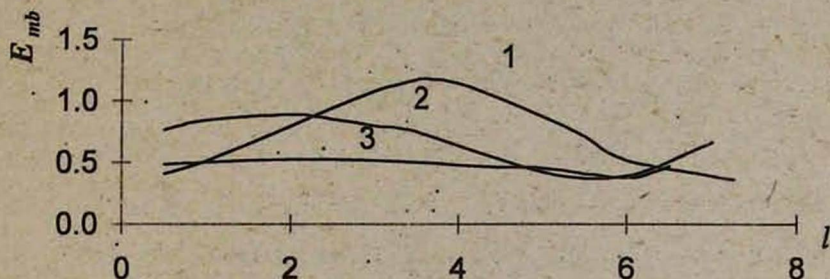


Рис.2. Зависимость амплитуды электрического поля во втором сгустке от расстояния между первым и вторым сгустками ($\alpha_0=0.3$, $\gamma=10$). 1 — однородные сгустки, 2 — сгустки с параболическим распределением, 3 — сгустки с линейным распределением.

Амплитуда волны за оптимизированной (см.(4)) последовательностью N однородных сгустков с $\alpha_n \ll 1$ равна [9]

$$E_{mp}(N) = (2/\beta) \text{sh}(\alpha_n \beta N / (1 - \alpha_n)).$$

Заметим, что проблемы оптимизации последовательности заряженных сгустков и последовательности интенсивных лазерных импульсов очень похожи (см., например, [10]).

Обычно в экспериментах используются последовательности сгустков с $d_i = d = \text{const}$, $l_j = l = \text{const}$. Аналитическое описание поля в таких цепочках одинаковых сгустков не представляется возможным. В случае слабонелинейных волн и $\beta=1$ эта проблема исследовалась посредством

численного моделирования в [11]. Мы решали точное уравнение (1) для последовательности одинаковых ступков с $\alpha_0=0.05$ и $\gamma=10$. Значения для d и l выбирались оптимальными для первых нескольких ступков. Так как в начале цепочки поле линейно, то d и l соответствуют оптимизированной цепочке в линейном приближении (для однородных ступков оптимален выбор $d_i=l_i=\pi$).

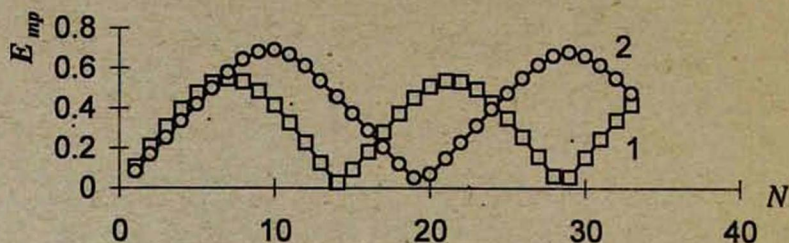


Рис. 3. Зависимость амплитуды электрического поля за цепочкой ступков от числа ступков N ($\alpha_0=0.05, \gamma=10$). 1—однородные ступки, 2 — ступки с параболическим распределением.

На рис.3 показана зависимость амплитуды электрического поля за цепочкой ступков в зависимости от числа ступков в цепочке N . Видно, что амплитуда поля за цепочкой растет практически линейно для $N < N^* \approx 0.5/\alpha_0$. С ростом N , когда поле становится нелинейным, происходит нарушение когерентности излучения ступков из-за роста длины волны (см. также [11]). Из рис.3 также следует, что в рассмотренном случае ступки с параболическим распределением более эффективны, чем однородные ступки. Для ступков с линейным профилем (3.3) в случае $\alpha_0=0.05$ и $\gamma=10$ было получено $E_{mp}(N) \leq 0.05$.

Представленные здесь результаты применимы и для двумерных цилиндрических ступков с радиусом a , когда $(\gamma c/\omega_p a)^2 \ll 1$ и $r^2 \ll a^2$ [12].

Численное моделирование проводилось на персональном компьютере Macintosh-II, предоставленном Lawrence Berkeley National Laboratory, США.

Автор признателен А.Ц.Аматуни, Э.В.Сехпояну и С.С.Элбакяну за полезные обсуждения, а также А.М.Сесслеру за организацию сотрудничества между LBNL и ЕРФИ.

ЛИТЕРАТУРА

1. P. Chen. Part. Accel., 20, 171 (1986).
2. А.Ц. Амагуни, М.Р. Магомедов, Э.В. Сехпосян, С.С. Элбакян. Физика плазмы, 5, 85 (1979).
3. R.D. Ruth, A.W. Chao, P.L. Morton, P.B. Wilson. Part. Accel., 17, 171 (1985).
4. А.Ц. Амагуни, Э.В. Сехпосян, С.С. Элбакян. Физика плазмы, 12, 1145 (1986).
5. J.V. Rosenzweig. Phys. Rev. Lett., 88, 555 (1987).
6. А.Ц. Амагуни, Э.В. Сехпосян, С.С. Элбакян. Возбуждение нелинейных кильватерных волн в плазме релятивистским пучком электронов с однородным распределением плотности. Препринт ЕФИ-1365(60), Ереван, 1991.
7. A.Ts. Amatuni, S.S. Elbakian, E.V. Sekhposian, R.O. Abramian. Part. Accel., 41, 153 (1993).
8. А.Г. Хачатрян. К теории кильватерных волн в неоднородной плазме. Препринт ЕФИ-1362(57), Ереван, 1991.
9. А.Ц. Амагуни, Э.В. Сехпосян, А.Г. Хачатрян, С.С. Элбакян. Изв. НАН Армении, Физика, 28, 8 (1993).
10. D. Umstadter, E. Esarey, J. Kim. Phys. Rev. Lett., 72, 1224 (1994).
11. Я.Б. Файнберг, В.А. Балакирев, И.Н. Онищенко, Г.Л. Сидельников, Г.В. Сотников. Физика плазмы, 20, 674 (1994).
12. А.Ц. Амагуни, Э.В. Сехпосян, С.С. Элбакян. Изв. АН АрмССР, Физика, 25, 307 (1990).

ՊԼԱԶՄԱՅՈՒՄ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ԹԱՆՉՐՈՒԿՆԵՐԻ ԿՈՂՄԻՑ ԳՐԳՈՎԱԾ ՄԻԱԶՈՓ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ԿԻԼՎԱՏԵՐԱՅԻՆ ԴԱՇՏԵՐԻ ԹՎԱՅԻՆ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄ

Ա. Գ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

Թվայնորեն դիտարկված է առանձին բանձրուկներից եւ բանձրուկների շարքից կազմված փնջի կողմից պլազմայում միաչափ, ոչ գծային կիլվատերային ալիքների առաջացման հարցը: Դիտարկված են դեպքեր, երբ էլեկտրոնների խտության բաշխումը փնջում միատարր է, պարաբոլիկ է կամ գծայնորեն աճում է բանձրուկի սկզբից մինչեւ վերջը: Ստացված արդյունքները թույլ են տալիս, օգտագործելով զրգոված ալիքների ամպլիտուդների կախումը համապատասխան փնջերի պարամետրերից, ընտրել այդ պարամետրերի օպտիմալ արժեքները:

NUMERICAL INVESTIGATION OF ONE-DIMENSIONAL NONLINEAR WAKE FIELDS EXCITED IN PLASMA BY ELECTRON BUNCHES

A.G. KHACHATRYAN

The problem of excitation of nonlinear one-dimensional wake fields by a single bunch and by series of bunches is considered numerically. Electron density distribution in the bunch was chosen uniform, parabolic, and linearly growing from the beginning of the bunch to its end. The results obtained show a dependence of excited potential electric fields on parameters of bunches and allow to choose optimal parameters.