Известия НАН Армении, Физика, т. 31, № 6, с. 235-246 (1996)

УДК 621.372.827

К ТЕОРИИ ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ИДЕАЛЬНО-ПРОВОДЯЩЕЙ ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА С ШЕРОХОВАТОСТЯМИ

Э. Д. ГАЗАЗЯН, М. И. ИВАНЯН, Э. М. ЛАЗИЕВ

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 14 мая 1996 г.)

Разработана методика расчета переходного излучения (ПИ) на идеально-проводящей поверхности раздела с шероховатостями. Получены условия неискаженного воспроизведения поведения во времени поля ПИ частицы и условия адекватного воспроизведения продольной функции распределения зарядов в сгустке временным профилем вспышки его ПИ при наличии шероховатостей на границе раздела.

1. Введение

Теория переходного излучения на шероховатой границе раздела развита в основном в [1, 2] и в ряде других работ тех же авторов. В работе [1] рассматривается теория ПИ заряженной частицы в случае границы раздела с произвольными шероховатостями, но с малыми разностями диэлектрических проницаемостей сред, расположенных по обе стороны границы раздела. Методика, разработанная в [2], пригодна для произвольных значений диэлектрических проницаемостей сред по обе стороны от границы раздела при малых и пологих шероховатостях.

В настоящей работе рассмотрен случай шероховатой границы раздела вакуум—идеальный проводник с произвольной формой и размерами шероховатостей. Определяются основные характеристики шероховатостей, при которых поведение во времени вспышки ПИ при наличии шероховатостей совпадает с ее поведением при идеально-плоской границе раздела.

Необходимость настоящего исследования диктуется показанной ранее возможностью восстановления продольной функции распределения зарядов в сгустке по временному профилю вспышки его переходного излучения на идеально-плоской границе раздела вакуум—идеальный проводник [3—5] и с подготовкой и проведением экспериментов по определению временного профиля вспышки ПИ [6, 7].

2. Решение граничной задачи для ПИ частицы на идеально-проводящей границе раздела с шероховатостями

Пусть граница раздела $Z=\xi(\mathbf{r})$ $(\mathbf{r}=X\mathbf{X}_0+Y\mathbf{Y}_0)$ аппроксимируется плоскостью $Z=0$ декартовой системы координат X, Y, Z. Частица движется равномерно и прямолинейно по направлению к границе раздела со скоростью $\mathbf{V}=V_x\mathbf{X}_0+V\,\mathbf{Z}_0$ ($\mathbf{X}_0,\mathbf{Y}_0,\mathbf{Z}_0$—орты декартовой системы координат) под углом Ψ к оси Z.

В случае идеально-проводящей границы раздела тангенциальная к ней составляющая полного поля, образованного полем заряда $\mathbf{E}(\mathbf{r},Z,t)$ (t—время) и полем ПИ $\mathbf{e}(\mathbf{r},Z,t)$, обращается в ноль на границе раздела. Граничное условие в этом случае может быть записано в виде [8]

$$\mathbf{N}\times\mathbf{e}(\mathbf{r},\xi,t)=-\mathbf{N}\times\mathbf{E}(\mathbf{r},\xi,t),$$
$$\mathbf{N}=\mathbf{Z}_0-\nabla\xi(\mathbf{r}). \tag{1}$$

Здесь N—нормаль к шероховатой границе раздела. Условия (1) могут быть сведены к граничным условиям

$$\mathbf{e}'_\tau(\mathbf{r},\xi,t)=-\mathbf{E}'_\tau(\mathbf{r},\xi,t), \tag{2}$$

$$\mathbf{e}'_\tau=\mathbf{e}_\tau+\nabla\xi\cdot e_z,\quad \mathbf{E}'_\tau=\mathbf{E}_\tau+\nabla\xi\cdot E_z. \tag{3}$$

Здесь $\mathbf{e}_\tau,\mathbf{E}_\tau$ и e_z,E_z—тангенциальные и нормальные к плоскости $Z=0$ составляющие поля ПИ и поля заряда. Эквивалентность граничных условий (1) и (2) следует из тождеств

$$\mathbf{N}\times\mathbf{e}'_\tau(\mathbf{r},\xi,t)=-\mathbf{N}\times\mathbf{e}(\mathbf{r},\xi,t), \tag{4}$$
$$\mathbf{N}\times\mathbf{E}'_\tau(\mathbf{r},\xi,t)=-\mathbf{N}\times\mathbf{E}(\mathbf{r},\xi,t).$$

Поле заряда в вакууме имеет вид [9]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},z,t)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\mathbf{E}(\mathbf{q},\omega)e^{i(qr-K_z Z-\omega t)}\,dK_x dK_y d\omega, \tag{5}$$

где
$$\widetilde{\mathbf{E}}(\mathbf{q},\omega)=\frac{ie}{2\pi^2 V_z}\left(\frac{\omega\mathbf{V}}{c^2}-\mathbf{K}\right)\Big/\left(K_2-\frac{\omega^2}{c^2}\right), \tag{6}$$

$$\mathbf{K}=\mathbf{q}+\mathbf{Z}_0K_z,\quad \mathbf{q}=K_x\mathbf{X}_0+K_y\mathbf{Y}_0,\quad K_z=(\omega-K_xV_x)/V_z$$

(e—заряд частицы, c—скорость света в вакууме), а поле ПИ частицы, подобно [8], ищется в виде исходящей от плоскости $Z=0$ волны (7), удовлетворяющей волновому уравнению и условию Лоренца (8):

$$\mathbf{e}(\mathbf{r},z,t)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\widetilde{\mathbf{e}}(\mathbf{q},\omega)e^{i(qr-\chi z-\omega t)}dK_x dK_y d\omega,\qquad \chi=\sqrt{\left(\frac{\omega^2}{c^2}-q^2\right)}, \tag{7}$$

$$\mathbf{q}\widetilde{\mathbf{e}}(\mathbf{q},\omega)=\chi\widetilde{e}_z(\mathbf{q},\omega). \tag{8}$$

После несложных преобразований граничные условия (2) для Фурье-образов полей приобретают вид

$$\widetilde{\mathbf{e}}_\tau(\mathbf{q},\omega)+\mathbf{Q}(\{\widetilde{\mathbf{e}}_\tau\},\mathbf{q},\omega)=-\mathbf{G}'(\mathbf{q},\omega). \tag{9}$$

Правая часть уравнения (9) имеет форму Фурье-образа поля $\mathbf{E}'_\tau$:

$$G'(q,\omega)=\frac{1}{(2\pi)^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}E'_{\tau}(r,\xi,t)e^{-i(qr-\omega t)}dXdYdt, \tag{10}$$

а функционал Q состоит из трех слагаемых:

$$\begin{gathered}Q(\{\tilde{e}_{\tau}\},q,\omega)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\tilde{e}_{\tau}(q',\omega)S(q',q-q',\omega)dK'_xdK'_y+\\+\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{q'\tilde{e}_{\tau}(q',\omega)}{\chi(q')}\tilde{\xi}'(q-q')dK'_xdK'_y+\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{q\tilde{e}_{\tau}(q',\omega)}{\chi(q')}T(q,q')dK'_xdK'_y.\end{gathered} \tag{11}$$

Здесь введены обозначения:

$$\begin{gathered}\tilde{\xi}'(q)=q\tilde{\xi}(q),\quad \tilde{\xi}(q)=\frac{1}{(2\pi)^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\xi(r)e^{-iqr}dK_xdK_y,\\T(q,q')=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\tilde{\xi}'(q'')S(q',q''+q'-q)dK''_xdK''_y,\end{gathered} \tag{12}$$

$$\begin{gathered}S(q',q'')=\frac{1}{(2\pi)^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}L(r,q')e^{-iq''r}dXdY,\\L(r,q)=e^{-i\chi(q)\xi(r)}-1.\end{gathered} \tag{13}$$

Как следует из (11)-(13), первое слагаемое в (11) стремится к нулю при $\xi(r)\to 0$, второе—при $\nabla\xi\to 0$, третье же слагаемое, имеющее перекрестный характер, зануляется в обоих случаях. В случае малых ξ и $\nabla\xi$ функционал Q может рассматриваться в качестве малой добавки к первому слагаемому в левой части (9).

Уравнение (9) является линейным интегральным уравнением Фредгольма второго рода и его решение может быть получено последовательными приближениями [10]:

$$\begin{gathered}\tilde{e}^0_{\tau}(q,\omega)=-G'(q,\omega),\\\tilde{e}^n_{\tau}(q,\omega)=-Q(\{\tilde{e}^{n-1}_{\tau}(q,\omega)-G'(q,\omega).\end{gathered} \tag{14}$$

Составляющая $\tilde{e}^n_z(q,\omega)$ определяется с помощью соотношения (8).

Количество шагов, необходимых для получения приемлемой точности, зависит от параметров, характеризующих шероховатость. В частности, если максимальная высота $h=|\xi(r)|_{max}$ и максимальная крутизна $f=|\nabla\xi(r)|_{max}$ удовлетворяют условиям

$$\left|\frac{\omega}{c}h\right|^{n}\ll 1, \quad f^{m}\ll 1, \tag{15}$$

достаточно сделать $\tilde{n}=\max(n, m)$ шагов.

Если максимальная высота шероховатостей произвольна (в смысле (15)), а сами они являются пологими (n произвольно, $m=1$), то в решении (14) можно отбросить слагаемые, содержащие отличные от нуля степени $\nabla\xi$:

$$\tilde{e}_{\tau}(\mathbf{q},\omega)=-\mathbf{G}(\mathbf{q},\omega)+\int\limits_{-\infty}^{\infty}\mathbf{G}(\mathbf{q}',\omega)S(\mathbf{q}',\mathbf{q}-\mathbf{q}')dK'_x dK'_y-$$

$$-\int\limits_{-\infty}^{\infty}\mathbf{G}(\mathbf{q}',\omega)S(\mathbf{q}',\mathbf{q}''-\mathbf{q}')S(\mathbf{q}'',\mathbf{q}-\mathbf{q}'')dK'_x dK'_y dK''_x dK''_y+\ldots, \tag{16}$$

где теперь

$$\mathbf{G}(\mathbf{q},\omega)=\frac{1}{(2\pi)^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\tilde{\mathbf{E}}_{\tau}(\mathbf{q}',\omega)\exp i\left\{(\mathbf{q}'-\mathbf{q})r+\left(\frac{\omega}{V_z}-K_x\frac{V_x}{V_z}\right)\xi(\mathbf{r})\right\}dK'_x dK'_y dX dY. \tag{17}$$

Выражение (17) отличается от введенного ранее $\mathbf{G}'(\mathbf{q},\omega)$ (10) отсутствием в (17) нормальной к плоскости $Z=0$ составляющей поля заряда, которая опускается из-за малости множителя $\nabla\xi$.

В случае $n=1$ и произвольного m (максимальная высота шероховатостей много меньше длины волны, а требования к их пологости ослабляются по мере увеличения m) Фурье-образ поля ПИ частицы может быть представлен в виде разложения по возрастающим степеням $\Delta\xi$.

$$\tilde{e}^{m}_{\tau}(\mathbf{q},\omega)=-\mathbf{G}'(\mathbf{q},\omega)-\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\mathbf{G}'(\mathbf{q}',\omega)\mathbf{q}'}{\chi(q')}\tilde{\xi}'(\mathbf{q}-\mathbf{q}')dK'_x dK'_y-$$

$$-\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\mathbf{q}''}{\chi(q'')}\left(\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\mathbf{G}'(\mathbf{q}',\omega)\mathbf{q}'}{\chi(q')}\tilde{\xi}'(\mathbf{q}''-\mathbf{q}')dK'_x dK'_y\right)\tilde{\xi}'(\mathbf{q}-\mathbf{q}'')dK''_x dK''_y-\ldots \tag{18}$$

В общем случае произвольных n и m решение содержит помимо членов ряда (16) и (18) также перекрестные члены, содержащие Фурье-образы как функции распределения шероховатостей, так и ее градиента. Максимальное количество сомножителей в члене ряда подобного типа $\tilde{n}=2\cdot\max(n, m)$.

Одновременное наложение ограничений на максимальную высоту шероховатостей h и ее максимальный градиент проводит к ограничениям, налагаемым на средние периоды шероховатостей e_x, e_y. Так, если величины $(\omega h/c)^n$ и $f^m \approx (4h/e_{x,y})^m$ имеют одинаковый порядок a, то для средних периодов шероховатостей имеем следующую оценку:

$$e_{x,y} \approx 2 \cdot \frac{a^{\frac{1}{n}-\frac{1}{m}}}{\pi} \lambda, \tag{19}$$

где $\lambda = 2\pi c/\omega$—длина волны, испускаемой на данной частоте.

Как следует из (19), при $n < m$ средний период шероховатостей может быть меньше величины $2\lambda/\pi$, при $m < n$ он должен превосходить эту величину.

3. Воздействие шероховатостей на временной профиль поля ПИ единичной частицы

Поле ПИ частицы вдали от границы раздела при наличии на ней шероховатостей, также как и при идеально-плоской границе раздела [11], может быть получено путем перехода в интеграле (7) методом перевала к дальней зоне:

$$\mathbf{e}(\mathbf{R}, t) = \frac{2\pi}{R} \cos\theta \int\limits_{\omega_0-\Omega}^{\omega_0+\Omega} Z(\mathbf{q}_0, \omega) e^{i\omega\left(\frac{R}{c}-t\right)} d\omega. \tag{20}$$

Здесь
$$Z(\mathbf{q}_0, \omega) = \frac{\omega}{c} \mathbf{e}(\mathbf{q}_0, \omega), \tag{21}$$

$$q_{0x} = \frac{\omega}{c} \sin\theta\cos\varphi, \quad q_{0y} = \frac{\omega}{c} \sin\theta\sin\varphi.$$

Координаты $R = |\mathbf{R}|$, θ, φ заданы в сферической системе координат, связанной с осью Z и плоскостью $Z=0$; угол θ отсчитывается от оси Z, угол φ—от оси X в плоскости $Z=0$. Параметры ω_0, Ω обусловлены областью регистрации частотного спектра излучения $(\omega_0 - \Omega < \omega < \omega_0 + \Omega)$.

В отсутствие шероховатостей [3]

$$\mathbf{e}(\mathbf{R}, t) = \frac{1}{R} \mathbf{F}(\theta, \varphi) \frac{\sin\Omega\left(\frac{R}{c}-t\right)}{\frac{R}{c}-t} e^{i\omega_0\left(\frac{R}{c}-t\right)}, \tag{22}$$

где $\mathbf{F}(\theta, \varphi)$—угловая диаграмма поля ПИ частицы.

Сравнение выражений (20) и (22) показывает, что совпадение поведения во времени полей ПИ частицы в этих двух случаях возможно, если функция $Z(\mathbf{q}_0, \omega)$ (21) является медленно меняющейся по переменной ω по сравнению с экспонентой в (20). Для этого центральная частота ω_0 области регистрации излучения должна быть высокой, интервал $\omega_0 - \Omega < \omega < \omega_0 + \Omega$ должен быть достаточно узким, а осцилляции, обусловленные шероховатостями, должны быть существенно медленнее осцилляций, возникающих из-за экспоненциального множителя $e^{i\omega\left(\frac{R}{c}-\right)}$.

При $m=1$ первые члены разложения (16) с учетом малости аргументов экспонент, содержащих функцию распределения шероховатостей $\xi(\mathbf{r})$, можно представить в виде

$$\widetilde{\mathbf{e}}_{\tau}(\mathbf{q},\omega)=-\hat{\mathbf{E}}_{\tau}(\mathbf{q},\omega)-i\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\omega}{V_z}-K'_x\frac{V_x}{V_z}\right)\widetilde{\xi}(\mathbf{q}-\mathbf{q}')\widetilde{\mathbf{E}}_{\tau}(\mathbf{q}',\omega)dK'_x dK'_y-$$

$$-i\int_{-\infty}^{\infty}\sqrt{\left(\frac{\omega^2}{c^2}-q'^2\right)}\widetilde{\mathbf{E}}_{\tau}(\mathbf{q},\omega)\widetilde{\xi}(\mathbf{q}-\mathbf{q}')dK'_x dK'_y+\ldots \qquad (23)$$

При $n=1$ можно ограничиться первым слагаемым в (23), не искажающим поведения во времени поля ПИ частицы, если средние периоды шероховатостей $e_{x,y}$ превосходят 2λ. В этом случае Фурье-образ функции распределения шероховатостей сосредоточен в интервале $-\omega/2c<K_{x,y}<\omega/2c$ и множители $(\omega/V_z-K'_xV_x/V_z)$ и $\sqrt{\left(\frac{\omega^2}{c^2}-q'^2\right)}$ во втором и третьем слагаемых (23) не превосходят по порядку величины ω/c.

При $n=2$ вторым и третьим слагаемыми в (23) пренебрегать нельзя. Если средние периоды шероховатостей удовлетворяют наложенным ранее условиям, то в интегралах в (23) правомерна замена переменных:

$$K_x=\widetilde{K}_x=\frac{\omega}{c}\sin\alpha\cos\beta,\quad K_y=\widetilde{K}_y=\frac{\omega}{c}\sin\alpha\sin\beta, \qquad (24)$$
$$0\leqslant\alpha\leqslant\pi,\quad 0\leqslant\beta\leqslant2\pi.$$

Второе слагаемое в (23) при этом приобретает вид

$$\mathbf{S}_2(\mathbf{q}_0,\omega)=-i\frac{\omega^2}{c^2}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\left(\frac{1}{V_z}-\frac{V_x}{cV_z}\sin\alpha\cos\beta\right)\widetilde{\xi}(\mathbf{q}'_0)\mathbf{F}_{\tau}(\alpha,\beta)\sin\alpha d\alpha d\beta,$$

$$\mathbf{q}'_0=\mathbf{q}_0-\widetilde{K}_x\mathbf{X}_0-\widetilde{K}_y\mathbf{Y}_0. \qquad (25)$$

Здесь $\mathbf{F}_{\tau}(\alpha,\beta)$ —тангенциальная к плоскости $Z=0$ составляющая диаграммы поля ПИ частицы от идеально-плоской границы раздела (22). Медленное изменение функции $\widetilde{\xi}(\mathbf{q}'_0)$ обеспечивается ужесточением требований к средним периодам шероховатостей:

$$e_{x,y}\gg2\lambda. \qquad (26)$$

Размеры интервала регистрации излучения определяются в этом случае малостью величины

$$\frac{(\omega_0+\Omega)^3-(\omega_0-\Omega)^3}{\omega_0^3}\approx\frac{6\Omega}{\omega_0}\ll 1. \tag{27}$$

Третье слагаемое в (23) может быть оценено аналогичным образом. При этом получаются те же оценки (26), (27). При произвольном $\left(\frac{\omega}{c}\xi\right)^n\ll 1$ имеем для средних периодов шероховатостей и ширины полосы регистрации следующие оценки (при $n>1$):

$$e_{x,y}\gg n\lambda, \qquad 2(2n-1)\frac{\Omega}{\omega_0}\ll 1. \tag{28}$$

Таким образом, ослабление требований к величине максимальной высоты шероховатостей приводит к пропорциональному увеличению их средних периодов.

В противоположном случае (m—произвольное, $n=1$), с помощью применения аналогичных рассуждений к выражению (18), приходим к тем же оценкам (28)—с заменой n на m. Этот случай соответствует шероховатостям с малыми высотами, но с повышающейся, по мере увеличения m, их крутизной. Одновременное увеличение средних периодов шероховатостей означает, что функция распределения шероховатостей в этом случае, оставаясь пологой на большей части протяжения ее периода, имеет на некоторых участках резкие скачки.

В случае произвольных n и m решение (14) состоит из суммы решений (16) и (18) и перекрестных членов, неискажающее воздействие которых на временной профиль поля ПИ обеспечивается выполнением условий

$$e_{x,y}\gg \tilde{n}\lambda, \qquad 2(2\tilde{n}-1)\frac{\Omega}{\omega_0}\ll 1, \tag{29}$$

где $\tilde{n}=2\max(n,m)$. Следует учесть, однако, что перекрестные члены имеют больший порядок малости, чем основные, и пренебрежение теми из них, порядок малости которых превышает $\tilde{n}/2$, не окажет существенного влияния на точность воспроизведения поля. Следовательно, для произвольных n и m применимы оценки типа (28), с заменой в них n на $\max(n,m)$.

Приведенные рассуждения и оценки позволяют сделать вывод, что неискажающее воспроизведение поведения во времени поля ПИ частицы обусловлено как подбором размеров полосы регистрации, так и характером самих шероховатостей. Если средние периоды шероховатостей имеют порядок длины волны, соответствующей центральной частоте полосы регистрации, то неискажающее воспроизведение временного профиля поля ПИ возможно при $\left(\frac{\omega}{c}h\right)\ll 1$ и $f\ll 1$. При достаточно больших средних периодах, даже при максимальных высотах, достигающих длины волны регистрации, неискажающее воспроизведение упомянутой временной характеристики возможно.

4. Воспроизведение временным профилем поля ПИ сгустка его продольной функции распределения при наличии шероховатостей

Пусть все частицы сгустка движутся равномерно и прямолинейно по параллельным траекториям со скоростью $\mathbf{V}$ под углом Ψ к нормали к поверхности $Z=0$. Если область регистрации ПИ сгустка и шероховатости на границе раздела удовлетворяют условиям, полученным в предыдущем параграфе, то поле ПИ каждой частицы сгустка в дальней зоне может быть представлено в виде:

$$\mathbf{e}(\mathbf{R},t)=\frac{1}{R}\,\mathbf{F}'(\theta,\varphi)\,\frac{\sin\Omega\left(\frac{R}{c}-t\right)}{\frac{R}{c}-t}\,e^{i\omega_0\left(\frac{R}{c}-t\right)}. \qquad (30)$$

Диаграмма $\mathbf{F}(\theta,\varphi)$ в общем случае отличается от диаграммы поля ПИ $\mathbf{F}(\theta,\varphi)$ (22) частицы при идеально-плоской границе раздела.

Положение частицы в сгустке определяется координатами $\tilde{r}, \tilde{\varphi}, \tilde{z}$ цилиндрической системы координат, связанной с осью сгустка, $\tilde{r}$— расстояние до оси сгустка, $\tilde{\varphi}$—угол, отсчитываемый в плоскости поперечного сечения сгустка, $\tilde{z}$—расстояние вдоль оси до центральной частицы сгустка. Частицы с координатами $\tilde{r}$, $\tilde{\varphi}$ пересекают плоскость $Z=0$ в точке $\mathbf{r}'=x'\mathbf{X}_0+y'\mathbf{Y}_0$, где

$$x'=\tilde{r}\cos\tilde{\varphi}/\cos\Psi, \qquad y'=\tilde{r}\sin\tilde{\varphi}. \qquad (31)$$

Выкладки предыдущего параграфа распространяются на случай пересечения траекторией частицы точки x', y' на плоскости $Z=0$, если в выражении для поля заряда (6) произвести замену аргументов $\mathbf{r}\to\mathbf{r}-\mathbf{r}'$. Диаграмма поля (30) приобретает в этом случае зависимость от параметра $\mathbf{r}'$:

$$\mathbf{F}'(\theta,\varphi)\to\mathbf{F}'(\theta,\varphi,\mathbf{r}'). \qquad (32)$$

При расчете поля ПИ сгустка следует учесть различие Δt моментов пересечения плоскости $Z=0$ частицами сгустка, расположенными в различных точках его поперечного сечения, различие $\Delta t'$ моментов пересечения плоскости $Z=0$ частицами, расположенными на оси сгустка на расстоянии $\tilde{z}$ друг от друга, а также разности ходов ΔR лучей, исходящих от поверхности $Z=0$, к точке наблюдения $\mathbf{R}$:

$$\Delta t=\frac{\tilde{r}}{V}\cos\tilde{\varphi}\,\mathrm{tg}\Psi, \qquad \Delta t'=\frac{\tilde{z}}{V},$$

$$\Delta R=\frac{\tilde{r}\sin\theta}{\cos\Psi}\left(\cos\varphi\cos\tilde{\varphi}+\sin\varphi\sin\tilde{\varphi}\cos\Psi\right). \qquad (33)$$

С учетом вышесказанного полное поле ПИ в полосе регистрации может быть записано в виде:

$$\mathbf{e}(R,t)=\frac{1}{R}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{0}^{a}\int\limits_{0}^{2\pi}F'(\theta,\varphi,r')f(\tilde{r},\tilde{z})\frac{\sin\frac{\Omega}{V}\eta}{\eta}e^{i\frac{\omega_0}{V}\eta}\tilde{r}d\tilde{r}d\tilde{\varphi}d\tilde{z},$$

$$\eta=\frac{V}{c}R-Vt-\tilde{z}+\mu,\qquad \mu=\frac{V}{c}\Delta R+V\Delta t, \tag{34}$$

где a—максимальный радиус сгустка, $f(\mathbf{r},\tilde{z})$—функция распределения зарядов в сгустке, обычно представляемая [12] в виде независимых поперечного $R(r)$ и продольного $Z(z)$ сомножителей:

$$f(\tilde{\mathbf{r}}\tilde{z})=R(\tilde{\mathbf{r}})Z(\tilde{z}). \tag{35}$$

Как видно из (34), даже при выполнении условий, обеспечивающих неискаженное воспроизведение шероховатостями полей ПИ каждой частицы сгустка, искажающее воздействие шероховатостей на полное поле ПИ сгустка имеет место. Это происходит из-за фазовых и амплитудных различий, которые приобретают поля отдельных частиц вследствие наличия шероховатостей.

Если измерения производятся в высокочастотной (оптической) области спектра, то их результатом является низкочастотная огибающая амплитуды поля или его мгновенной интенсивности. Выявить низкочастотную огибающую поля можно с помощью разбивки выражения (34) на два слагаемых:

$$\mathbf{e}(R,t)=\frac{1}{R}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{0}^{a}\int\limits_{0}^{2\pi}F'(\theta,\varphi,r')f(\tilde{r},\tilde{z})\frac{\sin\frac{\Omega}{V}\eta}{\eta}\tilde{r}d\tilde{r}d\tilde{\varphi}d\tilde{z}+$$

$$+\frac{1}{R}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{0}^{a}\int\limits_{0}^{2\pi}F'(\theta,\varphi,r')f(\tilde{r},\tilde{z})\sin\frac{\Omega}{V}\eta e^{i\frac{\omega_0}{2V}\eta}\frac{\sin\frac{\omega_0}{2V}\eta}{\eta}\tilde{r}d\tilde{r}d\tilde{\varphi}d\tilde{z}. \tag{36}$$

При $\omega_0\to\infty$ второе слагаемое в (36) стремится к нулю, и поле выражается через низкочастотное первое слагаемое, которое при выполнении условия $\Omega\mu/V\ll 1$ и с учетом (35) можно представить в виде

$$\mathbf{e}(R,t)=A(R)\tilde{Z}\left(\frac{V}{c}R-Vt\right), \tag{37}$$

где

$$A(R)=\frac{1}{R}\int\limits_{0}^{a}\int\limits_{0}^{2\pi}F'(\theta,\varphi,r')R(\tilde{r})\tilde{r}d\tilde{r}d\tilde{\varphi}, \tag{38}$$

$$\tilde{Z}\left(\frac{V}{c}R-Vt\right)=\int_{-\infty}^{\infty}Z(\tilde{z})\,\frac{\sin\frac{\Omega}{V}\left(\frac{V}{c}R-Vt-\tilde{z}\right)}{\frac{V}{c}R-Vt-\tilde{z}}\,d\tilde{z}.$$

Мгновенная интенсивность вспышки ПИ сгустка связана с ее продольной функцией распределения соотношением

$$I(\mathbf{R},t)=\frac{c}{4\pi}|\mathbf{A}(\mathbf{R})|^{2}\left\{\tilde{Z}\left(\frac{V}{c}\,R-Vt\right)\right\}^{2}. \tag{39}$$

Воздействие шероховатостей, также как воздействие поперечных размеров сгустка в этом случае сказывается на пространственном распределении поля ПИ сгустка, а поведение поля во времени, как и в случае идеально-плоской границы раздела [5], обусловлено функцией $\tilde{Z}(\tilde{z})$. Функция $\tilde{Z}(\tilde{z})$ представляет собой низкочастотную огибающую продольной функции распределения $Z(\tilde{z})$. Она воспроизводит макроскопическое распределение зарядов в сгустке, отсекая при этом высокочастотную часть его спектра.

Условие $\Omega\mu/V\ll 1$ должно выполняться на всей области интегрирования по сечению сгустка. В релятивистском случае оно приводится к виду

$$\frac{\Omega}{V}a\sin\theta'(1+\mathrm{tg}\Psi)\ll 1, \tag{40}$$

где θ'—угол между направлением геометрооптического отражения оси сгустка и направлением наблюдения.

Адекватность отображения макроскопической продольной функции распределения зарядов в сгустке обусловлена также соотношением

$$\frac{\Omega}{V}d>1, \tag{41}$$

где d—длина сгустка. Сочетание условий (40) и (41) позволяет получить условие для отношения поперечного и продольного размеров сгустка:

$$\frac{a}{d}\sin\theta'(1+\mathrm{tg}\Psi)\ll 1. \tag{42}$$

Условие (40), с одной стороны, и условия (28), (41), (42), с другой, налагают на ширину полосы регистрации противоположные требования: необходимо, следовательно, выбрать оптимальные значения параметра Ω, пригодные как для данной длины сгустка, так и для характеристик шероховатостей поверхности раздела. Что касается условий (40)—(42), то, как следует из их формы, при не слишком больших углах влета и в направлениях, близких к направлению геометрооптического отражения в ультрарелятивистком случае они практически всегда выполняются (вплоть до $a \sim d$).

Отметим, что условия (40)—(42) не связаны с наличием шероховатостей: они обусловлены конечными поперечными размерами и длиной сгустка и имеют место и при идеально-плоской границе.

Проблемы же, связанные с шероховатостями, решаются, если шероховатости позволяют получить неискаженную (по сравнению с плоской границей раздела) картину поведения во времени поля ПИ отдельной частицы.

5. Заключение

Разработанная методика расчета переходного излучения на идеально-проводящей границе раздела с шероховатостями позволяет получить поле ПИ как отдельной частицы, так и сгустка, при известной функции распределения шероховатостей. Исследование поведения поля ПИ во времени позволило получить условия неискаженного воспроизведения поведения во времени поля ПИ отдельной частицы. Полученные условия, наряду с условиями, учитывающими искажения, возникающие из-за конечности поперечных размеров сгустка, являются условиями адекватного воспроизведения временным профилем ПИ продольной функции распределения зарядов в сгустке.

Авторы выражают благодарность Багияну Р. А. за обсуждение работы и высказанные им замечания.

* Данная статья подготовлена по результатам работы, выполненной для LBL (Lawrence Berkeley Laboratory) (контракт N DEAC03-76SF00098, Отдел Физики Высоких Энергий Министерства Энергетики США) и при частичной поддержке Международного Научного фонда (грант N RYO 000).

ЛИТЕРАТУРА

1. **М. Л. Тер-Микаелян, Р. А. Багиян.** ДАН АрмССР, 55, 32 (1972).
2. **Р. А. Багиян.** Письма в ЖТФ, 2, 1025 (1976).
3. **E. D. Gazazian, M. I. Ivanian, E. M. Laziev.** Preprint LBL-35264 (1994).
4. **E. D. Gazazian, M. I. Ivanian, E. M. Laziev.** Proc. of EPAC-94, London, v. 2, p. 1711 (1994).
5. **E. D. Gazazian, M. I. Ivanian, E. M. Laziev.** Proc. of 17-th Linac Conference, Tsukuba, Japan, v. 2, p. 869 (1994).
6. **E. D. Gazazian, M. I. Ivanian, E. M. Laziev.** Preprint LBL-35265 (1994).
7. **Y. Ogava, J. Y. Choi, T. Suwada et al.** KEK preprint 93-37 (1993).
8. **Ф. Г. Басс, И. М. Фукс.** Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М., «Наука», 1972.
9. **М. Л. Тер-Микаелян.** Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван, изд. АН АрмССР, 1969.
10. **Г. А. Корн, Т. М. Корн.** Справочник по математике, М., «Наука», 1970.
11. **Г. М. Гарибян.** ЖЭТФ, 33, 1403 (1957).
12. **Г. М. Гарибян, Ян Ши.** Рентгеновское переходное излучение. Ереван, изд-во АН АрмССР, 1983.

ԱՆՀԱՐԹ ԻԴԵԱԼԱԿԱՆ ՀԱՂՈՐԴՉԻ ՍԱՀՄԱՆՈՒՄ ԱՆՑՈՒՄԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Է. Դ. ԳԱԶԱԶՅԱՆ, Մ. Ի. ԻՎԱՆՅԱՆ, Է. Մ. ԼԱԶԻԵՎ

Մշակված է անցումային ճառագայթման հաշվարկի եղանակը հարթ բացարձակ հաղորդիչ և անհարթություններ պարունակող սահմանային մակերևույթի դեպքում։ Ստացված են սահմանի վրա անհարթությունների առկայության դեպքում անցումային ճառագայթման դաշտի չաղավաղված վերականգնման պայմանները մեկ մասնիկի դեպքում, ինչպես նաև մասնիկների թանձրուկի լիցքի երկայնական բաշխվածության ֆունկցիայի չաղավաղված վերականգնման համար։

TO THE THEORY OF TRANSITION RADIATION ON A PERFECTIY CONDUCTIVE BOUNDARY SURFACE WITH ROUGHNESS

E. D. GAZAZIAN, M. I. IVANIAN, E. M. LAZIEV

The method of calculation of the transition radiation on a perfectly conductive boundary surface with roughness has been developed. Conditions are obtained for undistorted regeneration of time behavior of a TR particle field as well as conditions for adequate regeneration of a bunch charge longitudinal distribution function by its TR flash time profile in the presence of roughness on the boundary.