Известия НАН Армении, Физика, т. 31, №4, с. 158—162 (1996)

УДК 621.315.592

ЭЛЕКТРОПОГЛОЩЕНИЕ В ПОЛУПРОВОДНИКОВОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СЛОЕ

В. А. АРУТЮНЯН, С. Л. АРУТЮНЯН, С. А. МКРТЧЯН

Гюмрийский филиал Государственного инженерного университета Армении

(Поступила в редакцию 28 ноября 1995 г.)

Рассмотрено поглощение слабой волны коаксиальным цилиндрическим слоем в присутствии радиального электростатистического поля. Кривая поглощения имеет осцилляции, характерные для квантованного движения носителей в поле с аксиальной симметрией. Вследствие ускорения носителей электрическим полем наблюдается эффективное уширение энергетической щели. В зависимости от соотношений между номерами подзон размерного квантования, с увеличением поля поглощение может иметь как убывающий, так и возрастающий характер.

В работе [1] рассмотрено поглощение света в тонкостенном твердотельном цилиндрическом слое в присутствии магнитного поля соленоида. В настоящей работе рассматриваются межзонные оптические переходы в квантованном полупроводниковом коаксиальном слое при наличии радиального электрического поля.

Если «точечный» источник поля,—в данном случае заряженная нить,—расположен вдоль оси симметрии z, то для потенциальной энергии частицы с зарядом $-|e|$ в радиальном направлении (по ρ) будем иметь

$$U(\rho)=-|e|\varphi_0\ln\frac{\rho}{\rho_0}\equiv-U_0\ln\frac{\rho}{\rho_0}\quad(\rho>\rho_0),\tag{1}$$

где φ_0 и ρ_0—постоянные, определяемые собственными характеристиками источника.

Толщина слоя L предполагается много меньшей его внутреннего радиуса R:

$$\frac{L}{R}\ll 1.\tag{2}$$

Для простоты предположим также, что эффективная масса носителей в плоскости, перпендикулярной оси симметрии, изотропна.

В цилиндрических координатах ρ, φ, z в общем случае для волновой функции носителей можем записать:

$$\Psi(\rho,\varphi,z)=\mathrm{const}\,\Psi(z)\,\frac{e^{il\varphi}}{\sqrt{2\pi}}\,\frac{\chi(\rho)}{\sqrt{\rho}},\tag{3}$$

где $\Psi(z)$—волновые функции «свободного» движения носителей вдоль оси z, $l=0,\ \pm1,\ \pm2,\ldots$ Учитывая, что вследствие (2) в пределах слоя

$\frac{\rho-R}{R}\ll 1$ и переходя к переменной $x=\left[\frac{\mathscr{E}}{F}+(\rho-R)\right]\left(\frac{2mF}{\hbar^2}\right)^{1/3}$, для радиальной части волновой функции получаем следующее уравнение Шредингера:

$$\frac{d^2\chi}{dx^2}-x\chi=0, \tag{4}$$

$$\text{где}\quad \mathscr{E}=E_{nl}+\frac{\hbar^2}{8mR^2}-\frac{\hbar^2 l^2}{2mR^2}-U_0-U_0\ln\frac{R}{\rho_0},$$

$F=\frac{\hbar^2 l^2}{mR^3}-\frac{\hbar^2}{4mR^3}=\frac{U_0}{R}$, E_{nl} и m—соответственно энергия и эффективная масса носителей в плоскости ρ, φ.

Решения уравнения (4), как известно, даются линейной комбинацией функций Эйри первого и второго рода. В аппроксимации слоя двумерной потенциальной ямой с непроницаемыми стенками энергетический спектр носителей при наличии поля (1) будет определяться из условия равенства $\chi(\rho)$ нулю на стенках слоя—когда $\rho-R=L$ и $\rho-R=0$. Так как величина $\frac{FL}{\mathscr{E}}\ll 1$, то, воспользовавшись асимптотикой функций Эйри при больших значениях аргумента [2], для волновых функций и энергетического спектра поперечного движения носителей получаем:

$$\Psi_{nl}(\rho,\varphi)=\frac{e^{il\varphi}}{\sqrt{2\pi}}\sqrt{\frac{2}{L}}\left[1-\frac{(\rho-R)F}{4\mathscr{E}}\right]\frac{\sin\frac{\pi n}{L}(\rho-R)}{\sqrt{\rho}},$$

$$E_{nl}=\frac{\pi^2\hbar^2 n^2}{2mL^2}+\frac{\hbar^2 l^2}{2mR^2}-\frac{\hbar^2}{8mR^2}-U_0-U_0\ln\frac{R}{\rho_0};\quad n=1,2,3,\ldots \tag{5}$$

Встречающиеся в дальнейшем индексы c и v будут относиться, соответственно, к зоне проводимости и валентной зоне.

Рассмотрим теперь межзонные оптические переходы.

1. Свет падает перпендикулярно оси симметрии.

Направив волну вдоль оси x, для возмущения можем записать:

$$\hat{V}=-\frac{|e|A_0}{m_0c}e^{iq\rho\cos\varphi}(e_z\hat{P}_z), \tag{6}$$

где A_0—амплитуда волны, m_0—масса свободного электрона, c—скорость света в вакууме, $\mathbf{q}\equiv(q,0,0)$—волновой вектор фотона, e_z и $\hat{P}_z$—соответственно орт поляризации и компонента оператора импульса по оси z. Для коэффициента поглощения $\gamma(\omega)$ в случае «разрешенных» и «запрещенных» переходов получаем, соответственно:

а) «Разрешенные» переходы:

$$\gamma(\omega)=\frac{4\pi e^2\sqrt{2\mu_z}|(e_zP_z)_{cv}|^2}{\hbar m_0 c\omega\varkappa S}\sum_{\substack{n_c n_v\\ l_c l_v}}|J_{|l_v-l_c|}(qR)|^2X_{cv}^{-1/2}\Theta(X_{cv})\times$$

$$\times\begin{cases}\left(1-\dfrac{F_cL}{8\mathscr{E}_c}-\dfrac{F_vL}{8\mathscr{E}_v}\right)^2 - \text{при } n_c=n_v\\ 0 \quad - \text{при } n_c\neq n_v,\quad n_c\pm n_v - \text{чет.}\\ \dfrac{4}{\pi^2}\dfrac{n_c^2n_v^2}{(n_c^2-n_v^2)^4}\left(\dfrac{F_cL}{\mathscr{E}_c}+\dfrac{F_vL}{\mathscr{E}_v}\right)^2 - \text{при } n_c\neq n_v,\ n_c\pm n_v - \text{нечет.}\end{cases} \tag{7}$$

б) «Запрещенные» переходы:

$$\gamma(\omega)=\frac{4\pi e^2\sqrt{2\mu_z}|(e_zP_z)_{cv}|^2}{\hbar m_0 c\omega\varkappa S}\sum_{\substack{n_c n_v\\ l_c l_v}}|J'_{|l_v-l_c|}(qR)|^2X_{cv}^{-1/2}\theta(X_{cv})\times$$

$$\times\begin{cases}\left(\dfrac{qL}{2}\right)^2\left(1-\dfrac{F_cL}{6\mathscr{E}_c}-\dfrac{F_vL}{6\mathscr{E}_v}\right)^2 - \text{при } n_c=n_v\\ \left(\dfrac{2qL}{\pi^2}\right)^2\dfrac{n_c^2n_v^2}{(n_c^2-n_v^2)^4}\left(\dfrac{F_cL}{\mathscr{E}_c}+\dfrac{F_vL}{\mathscr{E}_v}\right)^2 - \text{при } n_c\neq n_v,\ n_c\pm n_v - \text{чет.}\\ \left(\dfrac{2qL}{\pi^2}\right)^2\dfrac{n_c^2n_v^2}{(n_c^2-n_v^2)^4}\left(1+\dfrac{F_cL}{\mathscr{E}_c}+\dfrac{F_vL}{\mathscr{E}_v}\right)^2 \text{при } n_c\neq n_v,\ n_c\pm n_v - \text{нечет.}\end{cases} \tag{8}$$

В [7—8] введены следующие обозначерия: μ_z—приведённая эффективная масса электронов и дырок в направлении z, ω—частота, $\varkappa$—показатель преломления среды, S—площадь поперечного сечения слоя. $X_{cv}=\hbar\omega-E_{n_cl_c}-E_{n_vl_v}-E_g$, где E_g—ширина запрещённой зоны массивного образца, $\theta(x)$—функция Хевисайда. Величина $(e_z\hat{P}_z)_{cv}$ представляет собой матричный элемент, построенный на одномерных блоховских функциях $\Psi_{c,v}(z)$, а $J_l(qR)$ и $J'_l(qR)$—соответственно значения функции Бесселя первого рода и её производной в точке qR.

Как видим, кривая поглощения в каждой подзоне повторяет ход одномерной энергетической плотности состояний, характерный для магнетопоглощения и поглощения в квантованной нити, что обусловлено «свободным» движением носителей вдоль оси симметрии (ср., напр., с [3, 4]). Так как само поле также обладает аксиальной симметрией, то, как и в случае отсутствия поля, кривая поглощения в каждой подзоне «модулируется» осциллирующим множителем, характерным для квантованного движения в системе именно с подобной симметрией. Наличие электрического поля при любых переходах природит к смещению пороговой частоты в коротковолновую область. Наибольший вклад в поглощение дают переходы между состояниями с $n_c=n_v$ и $l_c=l_v$, причем в этом случае в каждой подзоне размерного квантования с увеличением поля наблюдается медленный спад кривой поглощения. Для недиагональных переходов интенсивность поглощения значительно меньше, однако при фиксированных n_c и n_v в этом случае с ростом поля поглощение увеличивается.

2. Волна падает вдоль оси симметрии.

Для $\hat{V}$ теперь будем иметь:

$$\hat{V} = -\frac{|e|A_0}{m_0 c} e^{iqz}(\mathbf{e}_\rho \mathbf{P}_\rho), \tag{9}$$

где $\mathbf{q} = (0,0,q)$, а $\mathbf{e}_\rho$ и $\mathbf{P}_\rho$—соответственно векторы поляризации фотона и компонента оператора импульса в плоскости ρ, φ. Полагая, что волна поляризована линейно вдоль оси x, для коэффициента поглощения теперь получаем:

а) «Разрешенные» переходы:

$$\gamma(\omega) = \frac{2e^2\sqrt{2\mu_z}|M_z|^2}{\hbar m_0^2 c\omega\varkappa S} \sum_{\substack{n_c n_v \\ l_c l_v}} (\delta_{l_v - l_c, -1} + \delta_{l_v - l_c, 1}) X_{cv}^{-1/2} \theta(X_{cv}) \times$$

$$\times \begin{cases} \left(\frac{\hbar}{4\pi R}\right)^2 \left\{ l_v^2 \pm l_v \left[1 - \frac{2R}{L}\left(\frac{F_c L}{8\mathscr{E}_c} - \frac{F_v L}{8\mathscr{E}_v}\right) + \left[\frac{1}{2} - \frac{R}{L}\left(\frac{F_c L}{8\mathscr{E}_c} - \frac{F_v L}{8\mathscr{E}_v}\right)\right]^2 \right.\right. \\ \hfill \text{при } n_c = n_v \\ \left(\frac{\hbar}{2\pi L}\right)^2 \frac{n_c^2 n_v^2}{(n_c^2 - n_v^2)^2} \left(\frac{F_c L}{4\mathscr{E}_c} - \frac{F_v L}{4\mathscr{E}_v}\right)^2 \text{—при } n_c \neq n_v,\ n_c \pm n_v \text{—чет.} \\ \left(\frac{\hbar}{2\pi L}\right)^2 \frac{n_c^2 n_v^2}{(n_c^2 - n_v^2)^2} \left(1 + \frac{F_c L}{4\mathscr{E}_c} + \frac{F_v L}{4\mathscr{E}_v}\right)^2 \text{—при } n_c \neq n_v,\ n_c \pm n_v \text{—нечет.} \end{cases} \tag{10}$$

б) «Запрещенные» переходы:

$$\gamma(\omega) = \frac{2e^2\sqrt{2\mu_z}|M_z|^2}{\hbar m_0^2 c\omega\varkappa S} \left(\frac{L}{R}\right)^4 \sum_{\substack{n_c n_v \\ l_c l_v}} (\delta_{l_v - l_c, -1} + \delta_{l_v - l_c, 1}) X_{cv}^{-1/2} \theta(X_{cv}) \times$$

$$\times \begin{cases} \left(\frac{\hbar}{8\pi L}\right)^2 \left(l_v \pm \frac{1}{2}\right)^2 \left(1 - \frac{F_c L}{6\mathscr{E}_c} - \frac{F_v L}{6\mathscr{E}_v}\right)^2 \text{—при } n_c = n_v \\ \left(\frac{\hbar}{2\pi^3 L}\right)^2 \left(l_v \pm \frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{F_c L}{\mathscr{E}_c} + \frac{F_v L}{\mathscr{E}_v}\right)^2 \frac{n_c^2 n_v^2}{(n_c^2 - n_v^2)^2} \text{—при } n_c \neq n_v, \\ \hfill n_c \pm n_v \text{—чет.} \\ \left(\frac{\hbar}{2\pi_3 L}\right)^2 \left(l_v \pm \frac{1}{2}\right)^2 \frac{n_c^2 n_v^2}{(n_c^2 - n_v{}^2)^2} \left(1 + \frac{F_c L}{\mathscr{E}_c} + \frac{F_v L}{\mathscr{E}_v}\right)^2 \text{—при } n_c \neq n_v, \\ \hfill n_c \pm n_v \text{—нечет.} \end{cases} \tag{11}$$

В [10—11] δ_{ik} —символ Кронекера, а $M_z = \langle \psi_c^*(z)|e^{iqz}|\psi_v(z)$. В этом случае, как видим, вклад в поглощение дают только переходы с $l_v \to l_c \pm 1$. Отсутствие же осцилляций связано с однородностью среды в направлении распространения волны.

Отметим, что в предельном случае $R \to \infty$ результаты (7—8) переходят в соответствующие выражения для электропоглощения в пленке, а при $\frac{FL}{\mathcal{E}} = 0$, когда поле отсутствует или же когда вследствие сильного возбуждения его влиянием можно пренебречь, (7—8, 10—11) совпадают с результатами для поглощения в слое в отсутствие внешнего поля. В частности, при $n_c \pm n_v$ четном поглощение в отсутствие поля полностью отсутствует.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Р. Баканас.** Литовский физический сборник, **23**, №52 (1983).
2. Справочник по специальным функциям (под ред. М. Абрамовица), М., Наука, 1979.
3. **Г. Дрессельхауз, М. Дрессельхауз.** Магнитооптические эфекты в твердых телах. В сб. «Оптические свойства полупроводников», М., Мир, 1970.
4. **А. А. Киракосян, Э. М. Казарян.** Сборник «ВИНИТИ» рипорт, №4, 1975.

ԷԼԵԿՏՐԱԿԼԱՆՈՒՄԸ ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴԻՉԱՅԻՆ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ՇԵՐՏՈՒՄ

Վ. Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Ս. Լ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Ս. Ա. ՄԿՐՏՉՅԱՆ

Քննարկված է թույլ ալիքի կլանումը համառանցք գլանային շերտում շառավղային էլեկտրաստատիկ դաշտի ներկայությամբ։

ELECTROABSORPTION IN A CYLINDRICAL SEMICONDUCTOR LAYER

V. A. HAROUTUNIAN, S. L. HAROUTUNIAN, S. A. MKRTCHIAN

Absorption of a weak by a coaxial cylindrical layer in the presence of a radial electrostatic field is considered.