Известия НАН Армении, Физика, т. 31, №4, с. 153—157 (1996)

УДК 621.315.592

ОПТИЧЕСКОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ В ПОЛУПРОВОДНИКОВОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СЛОЕ ПРИ НАЛИЧИИ КВАНТОВОГО РАЗМЕРНОГО ЭФФЕКТА

В. А. АРУТЮНЯН, С. Л. АРУТЮНЯН, А. А. ДЖИВАНЯН, Г. О. ДЕМИРЧЯН

Гюмрийский филиал Армянского государственного инженерного университета

(Поступила в редакцию 1 августа 1995 г.)

Рассмотрено поглощение слабой электромагнитной волны в цилиндрическом слое, когда спектр носителей является частично или полностью дискретным. Орбитальное движение аппроксимировано ротацией по одной усреднённой орбите. Для различных случаев падения света на образец получены правила отбора по квантовым числам. Для каждого отдельного случая получена форма полосы поглощения.

Исследованию оптического поглощения в полупроводниках при наличии квантового размерного эффекта посвящено множество как теоретических, так и экспериментальных работ. В настоящем сообщении рассматриваются оптические межзонные переходы в коаксиальном цилиндрическом слое, когда движение носителей в плоскости, перпендикулярной оси симметрии, квантуется.

Воспользуемся цилиндрической системой переменных ρ, φ, z, где z будем отсчитывать вдоль оси симметрии, ρ—по радиусу цилиндра, а φ—полярный угол. Собственно слой аппроксимируем двумерной потенциальной ямой

$$U(\rho)=\begin{cases}\infty \text{ при } \rho\leqslant R_1, \ \rho\geqslant R_2,\\ 0 \text{ при } R_1<\rho<R_2,\end{cases} \tag{1}$$

где R_1, R_2—соответственно внутренний и внешний радиусы слоя, а $L=R_2-R_1$—его толщина. Для простоты предположим также, что анизотропия отсутствует и эффективные массы носителей по всем направлениям одинаковы.

Решение соответствующего уравнения Шредингера, как известно, дается линейной комбинацией функций Бесселя, а спектр поперечного движения носителей в поле (1) будет определяться из условия равенства волновых функций на стенках слоя, когда $\rho=R_1$, $\rho=R_2$. В предельных случаях $L\ll R_1$ и $R_1\to 0$ решения с потенциалом (1) приводят либо к аналогу квантованной пленки (см., напр., [1—3]), либо нити (ср. с [4]). В данном случае, считая, что толщина слоя L порядка дебройлевской длины волны носителей, мы примем одновременно, что

$$L\simeq R_1. \tag{2}$$

Так как при прочих одинаковых условиях центробежная потенциальная энергия особенно сильно «дает о себе знать» именно вблизи центра поля, когда $\rho \to 0$, то в рассматриваемом случае необходимо принять во внимание следующее:

а) поле (1) подобным «центром»,—в смысле сингулярности,—не обладает, и точка $\rho = 0$, являющаяся особой точкой для соответствующего двумерного уравнения Шредингера, в данном случае в интервал значений переменной ρ не входит.

б) в интервале $[R_1, R_2]$ центробежная энергия,—как функция от ρ,—меняется в конечных пределах и гораздо медленнее, чем в интервале, включающем точку $\rho = 0$.

Из чисто качественных соображений также следует, что при малых значениях орбитального числа l в данном случае определяющим для полной энергии становится радиальное движение. Когда же $l \gg 1$, то наша система становится подобной ротатору. В силу сказанного в выражении для центробежной энергии величину ρ^2 можно заменить постоянной величиной $R^2 = \left| \frac{R_1 + R_2}{2} \right|^2$. В этом приближении для волновых функций и энергетического спектра поперечного движения носителей получаем:

$$\psi_{n,l}(\rho,\varphi) = \sqrt{\frac{2}{L}} \frac{\sin \frac{\pi n}{L} (\rho - R_1)}{\sqrt{\rho}} \frac{\exp(il\varphi)}{\sqrt{2\pi}}, \tag{3}$$

$$E_{n,l} = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2mL^2} + \frac{\hbar^2 l^2}{2mR^2} - \frac{\hbar^2}{8mR^2} \tag{4}$$

$$(n = 1, 2, 3 \ldots, \; l = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots),$$

где m—эффективная масса носителей в плоскости ρ, φ. Встречающиеся в дальнейшем индексы c и v будут относиться, соответственно, к зоне проводимости и валентной зоне.

Рассмотрим теперь межзонные оптические переходы.

1) Свет падает нормально к боковой поверхности (вдоль оси x). Возмущение, связанное со световой волной будет иметь при этом вид:

$$\hat{V} = -\frac{eA_0}{m_0 c} \exp(iq\rho\cos\varphi)(\mathbf{e}_z \hat{p}_z), \tag{5}$$

где A_0—амплитуда волны, m_0—масса свободного электрона, e—его заряд, $\mathbf{q} \equiv (q, 0, 0)$—волновой вектор фотона, $\mathbf{e}_z$ —орт в направлении поляризации, $\hat{p}_z$ —оператор z-компоненты импульса. Расчет матричных элементов, взятых между состояниями (3), показывает, что отличными от нуля являются только матричные элементы, соответствующие переходам между состояниями с $n_c = n_v$, а также когда n_c и n_v имеют различную четность. Для коэффициента поглощения, соответственно, получаем:

а) $n_c = n_v$ („разрешенные переходы").

$$\gamma(\omega)=\frac{4\pi e^2\sqrt{2\mu_z}}{\hbar m_0^2 c\omega\varkappa S}|(\hat{e}_z p_z)_{c,v}|^2\sum_{\substack{n_c=n_v\\ l_c,l_v}}|J_{l_c-l_v}(qR)|^2\mathscr{E}_{cv}^{-1/2}\Theta(\mathscr{E}_{cv}). \qquad (6)$$

Здесь μ—приведенная эффективная масса электронно-дырочной пары в направлении z, ω—частота света, $\varkappa$—показатель преломления, $J_v(qR)$ и $J_v'(qR)$ —соответственно значение функций Бесселя I-го рода и ее производной в точке qR, E_g—ширина запрещенной зоны массивного образца, S—площадь поперечного сечения слоя, $\Theta(x)$—ступенчатая функция Хевисайда, $\mathscr{E}_{cv}=\hbar\omega-E_{n_c l_c}-E_{n_v l_v}-E_g$. Величина $(e_z p_z)_{c,v}$ представляет собой матричный элемент, построенный на одномерных блоховских функциях, и в зависимости от правил отбора для «одномерных» переходов соответствует разрешенным или запрещенным межзонным переходам.

б) $n_c\neq n_v$ и имеют различную четность («запрещенные» переходы). В этом случае для $\gamma(\omega)$ получаем:

$$\gamma(\omega)=\frac{e^2\sqrt{2\mu_z}(qL)^2}{4\pi\hbar m_0^2 c\omega\varkappa S}|(e_z\hat{p}_z)_{cv}|^2\times$$

$$\times\sum_{\substack{n_c n_v\\ l_c l_v}}|J_{l_c-l_v}(qR)|^2\frac{n_c^2 n_v^2}{(n_c^2-n_v^2)^4}\mathscr{E}_{cv}^{-1/2}\Theta(\mathscr{E}_{cv}). \qquad (6')$$

Как видим, в случае как «разрешенных, так и «запрещенных» переходов ход кривой поглощения в каждой подзоне определяется видом энергетической плотности состояний, характерной для магнетопоглощения, или поглощения в квантованной нити [5—], что обусловлено «свободным» движением носителей вдоль оси симметрии. Квантование же носителей в плоскости приводит к появлению осцилляций, характер которых обусловлен аксиальной симметрией системы. Причем наибольший вклад дают переходы между состояниями с $l_c=l_v$. При учете пространственной дисперсии появляется также характерная для случая размерного квантования зависимость коэффициента поглощения от номеров подзон [7].

2). Волна падает вдоль оси z.

При этом $\mathbf{q}\equiv(0,0,q)$ и для $\hat{V}$ будем иметь:

$$\hat{V}=-\frac{eA_0}{m_0 c}\exp(iqz)(\mathbf{ep}), \qquad (7)$$

где $\mathbf{e}$ и $\mathbf{p}$ – соответственно векторы поляризации и импульса в плоскости ρ, φ. В этом случае по числам n_c, n_v имеют место те же правила отбора, а по орбитальному числу отличными от нуля оказываются только матричные элементы, соответствующие переходам $l_c\to l_v\pm1$. Для коэффициента поглощения теперь получаем:

а) $n_c=n_v$.

$$\gamma(\omega)=\frac{e^2\hbar\sqrt{2\mu_z}\,|M_z|^2}{4m_0^2c\omega\varkappa R^2S}\sum_{\substack{n_c=n_v\\ l_c,\,l_v}}\left(l_v\pm\frac{1}{2}\right)^2\times$$

$$\times(\delta_{l_v,\,l_c+1}+\delta_{l_v,\,l_c-1})\,\mathscr{E}_{cv}^{-1/2}\Theta(\mathscr{E}_{cv}), \tag{8}$$

где δ_{lk}—символ Кронекера, $M_z=\langle u_c|e^{iqz}|u_v\rangle$, $u(z)$—одномерные блоховские амплитуды.

б) $n_c\neq n_v$.

$$\gamma(\omega)=\frac{4\sqrt{2\mu_z}\,e^2\hbar|M_z|^2}{m_0^2c\omega\varkappa L^2S}\sum_{\substack{n_c\,n_v\\ l_c,\,l_v}}\frac{n_c^2n_v^2}{(n_c^2-n_v^2)^4}\times$$

$$\times\left(l_v\pm\frac{1}{2}\right)^2\mathscr{E}_{cv}^{-1/2}(\delta_{l_v,l_c+1}+\delta_{l_v,l_c-1})\Theta(\mathscr{E}_{cv}). \tag{9}$$

Отметим, что (8), (9) соответствуют случаю, когда падающая волна поляризована линейно (вдоль оси x). Знак (+) в выражении $l_v\pm\frac{1}{2}$ соответствует переходам $l_v\to l_c+1$ а (—)—переходам $l_v\to l_c-1$

Как и в предыдущем случае, общий ход кривой поглощения вновь определяется одномерной энергетической плотностью состояний, а отсутствие осцилляций в данном случае обусловлено однородностью системы в направлении распространения световой волны. Квантование радиального и орбитального движений при этом влияет только на интенсивность поглощения.

В предельном случае аномально малых размеров образца по всем направлениям кривая поглощения будет иметь осциллирующий характер при любом из двух рассмотренных направлений падения волны. Действительно, если высота цилиндра b столь мала, что движение по z также становится квантованным, то вместо (5), (6), (8), (9) соответственно будем иметь:

$$\gamma(\omega)=\frac{4\pi^2e^2}{m_0^2c\omega\varkappa bS}\sum_{\substack{n_c,n_v,l_c,l_v\\ s_c,\,s_v}}|F_{s_cs_v}(qb)|^2\delta(\mathscr{E}_{cv})\times$$

$$\times\begin{cases}|J_{l_c-l_v}(qR)|^2\text{—при } n_c=n_v\\ \left|\dfrac{qL}{\pi^2}\dfrac{4n_c^2n_v^2}{(n_c^2-n_v^2)^4}J'_{l_c-l_v}(qR)^2\right|^2\text{—при } n_c\neq n_v,\end{cases}$$

$$\gamma(\omega)=\frac{4\pi^2e^2}{m_0^2c\omega\varkappa qS}\sum_{\substack{n_c,\,n_v,\,l_c\,l_v\\ s_c\,s_v}}|F_{s_cs_v}(qb)|^2\delta(\mathscr{E}_{cv})\times$$

$$\times\left(l_v\pm\frac{1}{2}\right)^2\left(\delta_{l_v,l_c+1}+\delta_{l_v,l_c-1}\right)\begin{cases}\dfrac{\hbar^2}{4R^2}\text{— при } n_c=n_v\\ \dfrac{4\hbar^2}{L^2}\dfrac{n_c^2n_v^2}{(n_c^2-n_v^2)^4}\text{—при } n_c\neq n_v\end{cases}$$

$(s_c,\ s_v = 1, 2, 3\ldots)$.

Здесь $\mathscr{E}_{cv} = \hbar\omega - E_{n_c l_c} - E_{n_v l_v} - \dfrac{\pi^2\hbar^2 s_c^2}{2(m_z)_c b^2} - \dfrac{\pi^2\hbar^2 s_v^2}{2(m_z)_v b^2} - E_g$, $(m_z)_{c,v}$ — эффективные массы соответственно электронов и дырок в направлении z, $F_{n3}(x)$—известный «пленочный» фактор (см., напр., [7]), $\delta(x)$—дельта-функция Дирака. Как видим, в случае полностью дискретного спектра носителей в каждой подзоне кривая поглощения имеет характер осциллирующих δ-пиков, интенсивность которых спадает с ростом номеров подзон размерного квантования.

ЛИТЕРАТУРА

1. **И. О. Кулик.** Письма ЖЭТФ, 11, №8, 407 (1970).
2. **Р. Баканас.** Литовский физический сборник, 23, №52 (1983).
3. **Б. А. Тавгер, В. Я. Демиховский.** УФН, 96, 61 (1968).
4. **Б. А. Тавгер, В. Я. Демиховский.** УФН, 96, 61 (1968).
5. **Г. Дрессельхауз, М. Дрессельхауз,** Магнитооптические эффекты в твердых телах. В сборнике «Оптические свойства полупроводников», Москва, Мир, 1970.
6. **А. А. Киракосян, Э. М. Казарян.** Сборник «ВИНИТИ» рипорт, №4 (1975).
7. **В. Г. Коган, В. З. Кресин.** ФТТ, 11, 3230 (1969).

ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ԿԼԱՆՈՒՄԸ ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴԻՉԱՅԻՆ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ՇԵՐՏՈՒՄ ՉԱՓԱՅԻՆ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ԷՖԵԿՏԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՄԲ

Վ. Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Ս. Լ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Հ. Ա. ՋԻՎԱՆՅԱՆ, Գ. Հ. ԴԵՄԻՐՃՅԱՆ

Դիտարկված է թույլ էլեկտրամագնիսական ալիքի կլանումը գլանային շերտում, երբ լիցքակիրների էներգետիկ սպեկտրը մասամբ կամ լրիվ դիսկրետ է։ Ուղեծրային շարժումը մոտարկված է ռոտացիոն շարժմամբ՝ մեկ միջինացված ուղեծրով։ Ամեն առանձին դեպքի համար ստացված է կլանման գործակիցը։

OPTICAL ABSORTION IN A SEMICONDUCTOR CYLINDRICAL LAYER IN THE PRESENCE OF QUANTUM SIZE EFFECT

V. A. HAROUTUNIAN, S. L. HAROUTUNIAN, H. A. JIVANIAN, G. H. DEMIRJIAN

The absorption of a weak electromagnetic wave in a cylindrical layer is considered, when the energetic spectrum of carriers is discrete partly or fully. The orbital motion is approximated by a rotation in an average orbit. The quantum number selection rules are obtained for different cases of the light incidence. The absorption band shape is derived in each case.