

РАСПАД СВЯЗАННОГО СОСТОЯНИЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ
КОГЕРЕНТНОГО КВАНТОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

А. Д. ГАЗАЗЯН

Институт физических исследований НАН Армении

(Поступила в редакцию 5 октября 1995 г.)

Исследуется распад связанного состояния под действием когерентного и сжатого квантованных полей. В отличие от классического излучения или квантованного поля в представлении числа фотонов, в случае квантованного когерентного или сжатого поля вероятность распада системы не имеет экспоненциального характера. Из полученных результатов, в частности, следует, что при больших временах вероятность выживания системы не обращается в нуль. Это обстоятельство представляет интерес с точки зрения изучения квантованных свойств излучения и для идентификации состояний квантованных полей.

Появление высококогерентных источников электромагнитного излучения стимулировало исследования эффектов квантовой когерентности поля при взаимодействии с различными квантовыми системами. Первые теоретические исследования этой проблемы проведены в работах [1, 2]. Характер квантовой когерентности, в частности, проявляется в появлении эффектов «коллапса» и «возрождений» осцилляций населенности в атомах [3—6], которые экспериментально обнаружены, например, в работах [7, 8].

В данной работе исследуется распад связанного изолированного состояния под действием внешнего квантованного когерентного или сжатого излучения. Как известно, затухание изолированного уровня под действием классического излучения или квантованного поля в представлении определенного числа фотонов дается экспоненциальным законом распада

$$W(t) = \exp(-\Gamma t), \quad (1)$$

где Γ пропорционально интенсивности в случае внешнего классического излучения или числу фотонов в случае квантованного поля, состояние которого задается в представлении числа фотонов. Для рассмотрения случаев когерентного или сжатого квантованных полей мы исходим из гамильтониана вида

$$H = H_0 + \hbar\omega c^\dagger c + \hbar(\beta^\dagger c + c^\dagger \beta), \quad (2)$$

где H_0 — гамильтониан свободной системы, ω , $c^\dagger$ и c — соответственно частота, операторы рождения и уничтожения фотона внешнего квантованного поля, $\beta^\dagger$ и β — соответственно матрицы перехода из изолированного уровня с волновой функцией ψ_i и энергией $\hbar\omega_i$ в континуум с волновой функцией φ и энергией $\hbar\epsilon$ и обратно.

Решение уравнения Шредингера с гамильтонианом (2) представим в виде разложения:

$$\Phi(t) = a_i(t)\psi_i + \int d\varepsilon a_\varepsilon(t)\psi_\varepsilon. \quad (3)$$

Подставляя (3) в уравнение Шредингера получим следующую систему уравнений для коэффициентов $a_i(t)$ и $a_\varepsilon(t)$:

$$\begin{aligned} i \frac{da_i(t)}{dt} &= (\omega_i + \omega c + c)a_i(t) + \int d\varepsilon \beta(\varepsilon) c^+ a_\varepsilon(t), \\ i \frac{da_\varepsilon(t)}{dt} &= (\varepsilon + \omega c + c)a_\varepsilon(t) + \beta^*(\varepsilon) c a_i(t), \end{aligned} \quad (4)$$

где $\beta(\varepsilon)$ — матричный элемент перехода

$$\beta(\varepsilon) = \langle \psi_i | \beta | \varphi_\varepsilon \rangle \quad (5)$$

из континуума в изолированный уровень системы.

Вместо коэффициентов $a_i(t)$ и $a_\varepsilon(t)$ введем новые величины $b_i(t)$ и $b_\varepsilon(t)$ с помощью преобразований

$$\begin{aligned} a_i(t) &= \exp[-i(\omega_i + \omega c + c)t] b_i(t), \\ a_\varepsilon(t) &= \exp[-i(\varepsilon + \omega c + c)t] b_\varepsilon(t). \end{aligned} \quad (6)$$

Для величин $b_i(t)$ и $b_\varepsilon(t)$ получаем следующую систему уравнений:

$$i \frac{db_i(t)}{dt} = \int d\varepsilon \beta(\varepsilon) \exp[-i(\varepsilon - \omega_i - \omega)t] c^+ b_\varepsilon(t), \quad (7a)$$

$$i \frac{db_\varepsilon(t)}{dt} = \beta^*(\varepsilon) \exp[i(\varepsilon - \omega_i - \omega)t] c b_i(t). \quad (7b)$$

Интегрируя уравнение (7b) и подставляя в (7a), получим следующее интегрально-дифференциальное уравнение для $b_i(t)$:

$$\frac{db_i(t)}{dt} = \int d\varepsilon |\beta(\varepsilon)|^2 c^+ c \int_0^t \exp[i(\varepsilon - \omega_i - \omega)(t - t')] b_i(t') dt' \quad (8)$$

с начальным условием при $t=0$

$$b_i(0) = |ph\rangle_0, \quad (9)$$

где $|ph\rangle_0$ — начальное фотонное состояние, которое можно представить в виде разложения по состояниям числа фотонов:

$$|ph\rangle_0 = \sum_{n=0}^{\infty} f_0(n) |n\rangle. \quad (10)$$

Здесь $|f_0(n)|^2$ представляет собой распределение числа фотонов во внешнем квантованном электромагнитном поле.

Уравнение (8) с начальным условием (9) можно решить с помощью преобразования Лапласа

$$L\{b_i(t)\} = b_i(s) = \int_0^{\infty} \exp(-st) b_i(t) dt. \quad (11)$$

Для функций изображения Лапласа получим следующее выражение:

$$b_i(s) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f_0(n)}{s + \int d\varepsilon \frac{|\beta(\varepsilon)|^2 n}{s + i(\varepsilon - \omega_I - \omega)}} |n\rangle. \quad (12)$$

Исходя из выражения (12), мы восстанавливаем амплитуду начального состояния $a_i(t)$:

$$a_i(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ f_0(n) \exp[i(\omega_I + n\omega)t] \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{\exp(st) ds}{s + \int d\varepsilon \frac{|\beta(\varepsilon)|^2 n}{s + i(\varepsilon - \omega_I - \omega)}} \right\} |n\rangle. \quad (13)$$

Производя замену переменной s в интеграле

$$s = \gamma + iy,$$

где η — малая и положительная величина, и вводя

$$\Delta(y) = -P \int d\varepsilon \frac{|\beta(\varepsilon)|^2}{\varepsilon - \omega_I - \omega + y}, \quad (14)$$

$$\Gamma(y) = 2\pi |\beta(\omega_I + \omega - y)|^2,$$

после выполнения интегрирования в (13) получим следующее выражение:

$$a_i(t) = \sum_{n=0}^{\infty} f_0(n) \exp(-n\Gamma t/2) \exp[-i(\omega_I + n(\Delta + \omega))t] |n\rangle. \quad (15)$$

При получении выражения (15) мы предполагали, что величины (14) слабо зависят от y и считали их постоянными, а пределы интегрирования по ε мы расширили до бесконечности, что возможно из-за наличия острого максимума в подынтегральном выражении.

Исходя из выражения (15) для амплитуды начального состояния, можно получить окончательное выражение для амплитуды распределения по энергии при распаде:

$$a_i(t) = -\beta^* \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{n} f_0(n) \exp[-i(\varepsilon + (n-1)\omega)t] \times \\ \times \frac{\exp[i(\varepsilon - \omega_I - n\omega)t] \{\exp(-n\Gamma t/2) - 1\}}{\varepsilon - \omega_I - n\Delta + in\Gamma/2}. \quad (16)$$

Из выражений амплитуд (15) и (16) для затухания начального состояния и распределения по энергии при распаде получим следующие выражения:

$$W_i(t) = |a_i(t)|^2 = \sum_{n=0}^{\infty} |f_0(n)|^2 \exp(-n\Gamma t), \quad (17a)$$

$$W_i(t) = |a_i(t)|^2 = \frac{\Gamma}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} n |f_0(n)|^2 \frac{\exp(-n\Gamma t) + 1 - 2\exp(-n\Gamma t/2) \cos(\epsilon - \omega_i - \Delta n t)}{(\epsilon - \omega_i - n\Delta)^2 + n^2 \Gamma^2/4} \quad (176)$$

Полученные выражения (17) имеют вид усредненных по начальному распределению числа фотонов $|f_0(n)|^2$ вероятностей для случаев определенного числа фотонов во внешнем электромагнитном поле. Этот результат аналогичен случаю осцилляций населенности при дискретных уровнях, рассмотренному впервые в работах [1, 2].

Исследуем полученные формулы (17) для случаев когерентного и сжатого квантованного полей. В случае когерентного и квантованного поля начальное состояние поля описывается распределением Пуассона для числа фотонов [9]:

$$|f_0(n)|^2 = \exp(-\bar{n}) \frac{\bar{n}^n}{n!} \quad (18)$$

Подставляя (18) в выражение (17а), можно провести суммирование точно, что дает

$$W_i(t) = \exp \left\{ \bar{n} [\exp(-\Gamma t) - 1] \right\} \quad (19)$$

Полученное выражение (19) для вероятности распада системы существенным образом отличается от экспоненциального закона (1). Существенной особенностью выражения для затухания (19) в квантованном когерентном поле, в частности, является тот факт, что при $t \rightarrow \infty$

$$W_i(\infty) = \exp(-\bar{n}) \quad (20)$$

и обращается в нуль только при очень больших значениях среднего числа фотонов $\bar{n}$ во внешнем поле. Выражение (20) представляет собой вероятность того, что в когерентном квантованном пучке имеется состояние с $n=0$. Таким образом, в квантованном когерентном поле, даже при очень длительных воздействиях излучения, система полностью не распадается. Неэкспоненциальный хвост при больших временах не меняет общую картину, так как после усреднения по числу фотонов при больших временах обращается в нуль.

Из выражения (19) следует, что экспоненциальный закон (1) будет иметь место, когда $\Gamma t \ll 1$:

$$W_i(t) = \exp(-\bar{n}\Gamma t) \quad (21)$$

При дополнительном условии

$$\bar{n}\Gamma t \ll 1$$

мы переходим к линейной зависимости по времени вероятности в соответствии с теорией возмущений:

$$W_i(t) = 1 - \bar{n}\Gamma t \quad (22)$$

Приближенное вычисление суммы в (17б) при больших значениях n приводит к следующему выражению распределения по энергии после распада:

$$W_2(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{\bar{n}\Gamma'}{(\varepsilon - \omega_l - \bar{n}\Delta)^2 + \bar{n}^2\Gamma'^2/4} \left\{ 1 + \exp[\bar{n}(\exp(-\Gamma t) - 1)] - \right. \\ \left. - 2\operatorname{Re} \left\{ \exp[i(\varepsilon - \omega_l)t] \exp \left[\bar{n} \left(\exp \left(-i \left(\Delta - \frac{i\Gamma'}{2} \right) - 1 \right) \right] \right\} \right\}. \quad (23)$$

При дополнительных условиях $\Gamma t, \Delta \cdot t \ll 1$ мы переходим к известному выражению для распределения по энергии:

$$W_2(t) = \frac{\bar{n}\Gamma'}{2\pi} \frac{\exp(-\bar{n}\Gamma t) + 1 - 2\exp(-\bar{n}\Gamma t/2) \cos(\varepsilon - \omega_l - \bar{n}\Delta)t}{(\varepsilon - \omega_l - \bar{n}\Delta)^2 + \bar{n}^2\Gamma'^2/4}. \quad (24)$$

Аналогичные результаты можно получить и в случае сжатого квантованного поля, при котором амплитуда распределения числа фотонов имеет следующий вид [10]:

$$f_0(n) = \langle n | \mu, \nu; \alpha \rangle = (n! \mu)^{-1/2} (\nu/2\mu)^{n/2} \exp \left(-\frac{|x|^2}{2} + \frac{\nu^* \alpha^2}{2\mu} \right) H_n(\alpha/(2\mu\nu)^{1/2}), \quad (25)$$

где α, μ, ν — параметры сжатого поля,

$$|\mu|^2 - |\nu|^2 = 1, \quad (26)$$

а $H_n(x)$ — полиномы Эрмита. Суммирование в (17а) для выражения вероятности нахождения системы на первоначальном изолированном уровне можно провести точно, используя формулу Мелера [11]

$$\sum_n \frac{x^n H_n(y) H_n(z)}{2^n n!} = (1 - x^2)^{-1/2} \exp \left[\frac{2xy - (y^2 + z^2)x^2}{1 - x^2} \right]. \quad (25)$$

Окончательный результат после суммирования имеет следующий вид:

$$W_1(t) = [|\mu|^2 - |\nu|^2 \exp(-2\Gamma t)]^{-1/2} \exp \left\{ -|x|^2 \left(1 - \frac{\exp(-\Gamma t)}{|\mu|^2 - |\nu|^2 \exp(-2\Gamma t)} \right) + \right. \\ \left. + \operatorname{Re}(\nu^* \alpha^2 / \mu) \left(1 - \frac{\exp(-2\Gamma t)}{|\mu|^2 - |\nu|^2 \exp(-2\Gamma t)} \right) \right\}. \quad (28)$$

При $\nu=0, \mu=1, |x|^2=\bar{n}$ мы из выражения (28) переходим к случаю когерентного поля (19).

Как видно из полученного выражения (28), аналогичную ситуацию с когерентным излучением мы имеем и в случае сжатого поля: закон затухания изолированного уровня под действием сжатого электромагнитного поля существенным образом отличается от экспоненциального закона (1) и при $t \rightarrow \infty$ вероятность нахождения на первоначальном изолированном уровне не обращается в нуль, а переходит в выражение

$$W_1(\infty) = 1/|\mu| \cdot \exp \left\{ -\frac{\bar{n}_s + |x|^2 + |\nu|^2}{2|\mu|^2} \right\}, \quad (29)$$

где $\bar{n}_s$ — среднее число фотонов в поле сжатого излучения, которое выражается следующей формулой [5]:

$$\bar{n}_s = (|\mu|^2 + |\nu|^2)|z|^2 - 2\operatorname{Re}(\mu^* \nu^* \alpha^2) + |\nu|^2. \quad (30)$$

Экспоненциальный закон распада можно получить из общего выражения (28) при выполнении условий Γt , $|\nu|^2 \Gamma t \ll 1$:

$$W_I(t) = \exp\{-(\bar{n}_s - |\nu|^2)\Gamma t\}. \quad (31)$$

В случае, когда $|\nu|^2 \ll \bar{n}_s$, мы переходим к известному закону экспоненциального распада:

$$W_I(t) = \exp(-\bar{n}_s \Gamma t). \quad (32)$$

Как показывают полученные формулы, вероятность распада изолированного уровня существенным образом зависит от состояния квантованного поля излучения. Получены новые выражения для зависимости от времени вероятности распада для случаев когерентного и сжатого квантованных полей, которые при $t \rightarrow \infty$ не обращаются в нуль. Это обстоятельство представляет интерес с точки зрения изучения квантовых свойств излучения, для идентификации состояний квантованных полей. Наблюдение этих явлений на пучке ридберговских атомов, заранее приготовленных в определенном высоковозбужденном состоянии вблизи порога ионизации, для которых спонтанные переходы очень малы, возможно на экспериментальной установке типа [7, 8]. Другой, более подходящей системой, с экспериментальной точки зрения, является отрицательный ион водорода H^- , который имеет изолированный стабильный уровень. Максимальное сечение фотоотрыва электрона из этого уровня $\sigma \sim 4 \cdot 10^{-17} \text{ см}^2$ при длине волны излучения $\lambda \sim 8000 \text{ Å}$ [12]. Ширина в формулах

$$\Gamma = \sigma \frac{c}{\lambda^2} \quad (33)$$

дает значение $\Gamma \sim 2 \cdot 10^6 \text{ сек}^{-1}$ в случае отрицательного иона водорода. При исследовании явления фотоотрыва на пучке отрицательных ионов атома водорода H^- при облучении когерентным или сжатым квантованным светом, в принципе, можно будет наблюдать отклонение от экспоненциального закона распада, а при временах $t \gg 5 \cdot 10^{-7} \text{ сек}$ обнаружить остаточные ионы водорода при небольших значениях $\bar{n}$.

В заключение выражаю благодарность М. Л. Тер-Микаеляну и Р. Г. Унаняну за многократные обсуждения результатов.

Исследование, описанное в данной публикации, стало возможным благодаря гранту Международного Научного Фонда № RY—8000.

ЛИТЕРАТУРА

1. F. W. Gummings. Phys. Rev., 140, A 1051 (1965).
2. А. Д. Газазян. ЖЭТФ, 51, 1863 (1966).
3. J. H. Eberly, N. B. Narozhny, and J. J. Sanchez-Mondragon. Phys. Rev. Lett., 44, 1323 (1980).
4. J. H. Eberly, N. B. Narozhny, and J. J. Sanchez-Mondragon. Phys. Rev., A23, 236 (1981).
5. A. D. Gazazian, B. G. Sherman. Preprint IPR-89-135, Institute for Physical Research, Academy of Sciences of Armenian SSR, Yerevan, 1989.
6. А. Д. Газазян, М. Л. Тер-Микаелян, Б. Г. Шерман. Изв. НАН Арменнии, Физика, 28, 69 (1993).
7. G. Rempe and H. Walther. Phys. Scrip., 36, 135 (1987).
8. G. Rempe, H. Walther, and N. Klein. Phys. Rev. Lett., 58, 353 (1987).
9. Р. Глаубер. Оптическая когерентность и статистика фотонов. В кн. Квантовая оптика и квантовая радиофизика. М., Мир., 1966.
10. H. P. Yuen. Phys. Rev., A13, 2226 (1976).
11. Г. Сеге. Ортогональные многочлены. М., 1962.
12. Г. Месси. Отрицательные ионы. М., Мир, 1976.

ԿԱՊՎԱԾ ՎԻՃԱԿԻ ՏՐՈՇՈՒՄԸ ԿՈՇԵՐԵՆՏ ՔՎԱՆՏԱՑՎԱԾ ԶԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԱՉԴԵՑՈՒԹՅԱՄԲ

Ա. Դ. ԳԱԶԱԶԻԱՆ

Հետազոտված է կապված վիճակի տրոհումը կոհերենտ և սեղմված քվանտացված դաշտերի ազդեցությամբ: Ի տարբերություն դասական ճառագայթման կամ ֆոտոնների թվի պատկերացմամբ քվանտացված դաշտի, քվանտացված կոհերենտ կամ սեղմված դաշտի դեպքում համակարգի տրոհման հավանականությունը չունի էքսպոնենցիալ բնույթ: Ստացված արդյունքներից մասնավորապես հետևում է, որ մեծ ժամանակների դեպքում համակարգի գոյատևման հավանականությունը չի դառնում զրո: Այս հանգամանքը հետաքրքրություն է ներկայացնում ճառագայթման քվանտային հատկությունների ուսումնասիրության և քվանտացված դաշտերի վիճակների իդենտիֆիկացիայի տեսակետից:

DECAY OF THE COUPLED STATE UNDER THE ACTION OF COHERENT QUANTIZED RADIATION

A. D. GAZAZIAN

The decay of the coupled state under the action of the coherent and squeezed quantized field is investigated. In contrast to the cases of the classical radiation or the quantized field in the photon number representation, in the case of the quantized coherent or squeezed field the decay probability of the system has not the exponential feature. From the obtained results it follows, in particular, that at the large time values the survival probability of the system does not turn to zero. This circumstance is of interest from the point of view of study the quantum properties of the radiation field and for the identification of quantum field states.

