Известия НАН Армении, Физика, т. 31, № 2, с. 47—54 (1996)

УДК 533.9

КИНЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПЛАЗМЫ С ЛАЗЕРНЫМИ ВОЛНАМИ БИЕНИЙ

Л. А. ГЕВОРГЯН, А. Г. ШАМАМЯН

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 25 ноября 1994 г.)

Решено бесстолкновительное кинетическое уравнение Власова для определения плотности распределения электронной плазмы, взаимодействующей с лазерными волнами биений. Найдены выражения для спектральной плотности и спектральной функции распределения электронов. Рассчитаны также выражения для этих функций в случае холодной плазмы. Получено правильное выражение для пространственной плотности с учетом дисперсии плазменной среды.

ВВЕДЕНИЕ

Как известно, параллельные электромагнитные волны с частотами ω_1, ω_2 и волновыми числами K_1, K_2 в результате биений возбуждают волны плотности заряда в плазме, когда разности частот и волновых чисел близки соответственно к плазменным частоте ω_p и волновому числу K_p [1]:

$$\omega_1-\omega_2\approx\omega_p, \qquad \omega_1\ \omega_2\approx\omega_0\gg\omega_p,$$
$$K_1-K_2\approx K_p, \qquad K_1,K_2\approx K_0\gg K_p. \tag{1}$$

Плазменные волны, возбуждаемые биениями лазерных волн, предлагалось использовать для ускорения заряженных частиц [2]. Такой метод ускорения в настоящее время является одним из перспективных способов получения пучков заряженных частиц сверхвысоких энергий [3].

В работе [4] в гидродинамическом приближении получено выражение для плотности распределения частиц плазмы при наличии волн биений .В более ранней работе эта задача в том же приближении рассматривалась в присутствии сильного статического магнитного поля [5]. Естественно, в отсутствие магнитного поля выражение для пространственной плотности должно перейти в аналогичное выражение работы [4]. Однако этот переход не имеет места.

В настоящей работе процесс взаимодействия электронной плазмы с лазерными волнами биений исследуется с учетом начального разброса по скоростям частиц плазмы. Решается бесстолкновительное кинетическое уравнение Власова. Определяются спектральная функция распределения и спектральная плотность частиц. При переходе к случаю холодной плазмы спектральная плотность распределения совпадает с аналогичным выражением работы [5]. В данной работе при нахождении пространственной плотности распределения в обратном преобразовании Фурье учтена дисперсия плазменной среды, что приводит к правильному результату, полученному в работе [4] в гидродинамическом приближении.

1. КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

Исследуем взаимодействие плазмы, движущейся вдоль оси OZ в направлении распространения лазерных волн биений. При этом пренебрежем вкладом ионов в динамику движения плазмы, а также влиянием столкновений электронов. Для описания процесса взаимодействия введем в рассмотрение функцию распределения $f=f(\mathbf{P},\mathbf{r},t)$, удовлетворяющую бесстолкновительному кинетическому уравнению Власова

$$\frac{df}{\partial t}+\mathbf{V}\frac{df}{d\mathbf{r}}+e\left[\mathbf{E}+\frac{\mathbf{V}\times\mathbf{B}}{c}\right]\frac{\partial f}{\partial\mathbf{P}}=0, \qquad (2)$$

где c—скорость света, V—скорость электрона плазмы, определяемая из нерелятивистского уравнения движения

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt}=\frac{e}{m}\left[\mathbf{E}+\frac{\mathbf{V}\times\mathbf{B}}{c}\right]. \qquad (3)$$

Здес e и m—заряд и масса электрона. Суммарное электрическое поле $\mathbf{E}=\mathbf{E}_l+\mathbf{E}_s$ состоит из суперпозиции лазерных полей волн биений $\mathbf{E}_l$, представленных в виде плоских волн с амплитудой $\mathbf{E}_0$,

$$\mathbf{E}_l=\sum_{j=1}^{2}\mathbf{E}_0\sin(k_jz-\omega_jt) \qquad (4)$$

и электростатического поля $\mathbf{E}_s$, вызванного смещением электронов из-за действия в плазме волн биений, удовлетворяющего уравнению Пуассона

$$\operatorname{div}\mathbf{E}_s=4\pi e(n(\mathbf{r},t)-n_0),\quad n=n(\mathbf{r},t)=n_0\int f(\mathbf{P},\mathbf{r},t)\,d\mathbf{P}, \qquad (5)$$

где n_0—плотность электронов плазмы в отсутствие лазерных волн биений. Входящее в уравнения (2), (3) магнитное поле $\mathbf{B}=\mathbf{B}_l$ определим из уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot}\mathbf{E}_l=-\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}_l}{\partial t}. \qquad (6)$$

При решении уравнений (2), (3) применим метод возмущений, считая амплитуду суперпозиции полей лазеров возмущением первого порядка малости. Поэтому для функции распределения f, плотности распределения n и скорости электрона плазмы $\mathbf{V}$ имеем следующие разложения по степеням амплитуды $\mathbf{E}_0$:

$$f=f_0(\mathbf{P})+f_1(\mathbf{P},\mathbf{r},t)+f_2(\mathbf{P},\mathbf{r},t),$$

$$n=n_0+n_1(\mathbf{r},\ t)+n_2(\mathbf{r},\ t); \tag{7}$$

$$\mathbf{V}=v\mathbf{z}+\mathbf{v}_1(\mathbf{r},\ t),$$

где $f_0=f_0(\mathbf{P})$—функция распределения частиц по импульсу, характеризующая начальное состояние плазмы в отсутствие волн биений, v—скорость плазмы, $\mathbf{z}$—единичный вектор вдоль оси OZ. Подставив (7) в уравнения (2), (3) и применив метод последовательных приближений, в первом приближении для функции распределения и скорости имеем следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial f_1}{\partial t}+v\mathbf{z}\frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}}+e\left[\mathbf{E}_l+\frac{v}{c}[\mathbf{z}\times\mathbf{B}_l]\right]\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{P}}=0, \tag{8}$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t}+v(\mathbf{z}\Delta)\mathbf{v}_1=\frac{e}{m}\left[\mathbf{E}_l+\frac{v}{c}[\mathbf{z}\times\mathbf{B}_l]\right]. \tag{9}$$

Функция распределения во втором приближении определяется из уравнения

$$\frac{\partial f_2}{\partial t}+v\mathbf{z}\frac{\partial f_2}{\partial \mathbf{r}}+\mathbf{v}_1\frac{\partial f_1}{d\mathbf{r}}+e\left[\mathbf{E}_s+\frac{\mathbf{v}_1\times\mathbf{B}_l}{c}\right]\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{P}}+$$

$$+e\left[\mathbf{E}_l+\frac{v}{c}[\mathbf{z}+\mathbf{B}_l]\right]\frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{P}}=0. \tag{10}$$

2. СПЕКТРАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ. СПЕКТРАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ

Уравнения (8—10) удобно решать, применяя пространственно-временное преобразование Фурье:

$$f(\mathbf{r},t)=\iint f(\mathbf{K},\omega)e^{i(Kr-\omega t)}d\mathbf{K}d\omega,$$

$$f(\mathbf{K},\omega)=\frac{1}{(2\pi)^4}\iint f(\mathbf{r},t)e^{-i(Kr-\omega t)}\,d\mathbf{r}dt.$$

Из системы уравнений (8, 9) имеем следующие выражения для Фурье-образа скорости

$$\mathbf{v}_1(\mathbf{K},\omega)=-\frac{ie}{m(K_zv-\omega)}\left[\mathbf{E}_l(\mathbf{K},\ \omega)+\frac{v}{c}[\mathbf{z}\times\mathbf{B}_l(\mathbf{K},\omega)]\right] \tag{11}$$

и спектральной функции распределения

$$f_1(\mathbf{P},\mathbf{K},\omega)=-m\mathbf{v}_1(\mathbf{K},\omega)\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{P}}. \tag{12}$$

При этом Фурье-образы суперпозиции напряженностей электрических и магнитных полей лазеров соответственно задаются выражениями:

$$\mathbf{E}_l(\mathbf{K},\omega)=\frac{i\mathbf{E}_0}{2}\sum_{j=1}^{2}\left(\delta(K_j+K_z)\delta(\omega_j+\omega)-\delta(K_j-K_z)\delta(\omega_j-\omega)\right)\delta(K_x)\,\delta(K_y),$$

$$\mathbf{B}_l(\mathbf{K},\omega)=\frac{c}{\omega}\left[\mathbf{K}\times\mathbf{E}_l(\mathbf{K},\omega)\right], \tag{13}$$

где волновой вектор **K** с компонентами K_x, K_y, K_z. Учитывая поперечность лазерных полей, для Фурье-образа скорости окончательно имеем

$$\mathbf{v}_1(\mathbf{K},\omega)=\frac{ie}{m\omega}\mathbf{E}_l(\mathbf{K},\omega), \tag{14}$$

а для спектральной функции распределения $f_1(\mathbf{P},\mathbf{K},\omega)$ с учетом выражений (13) и (14) получаем

$$f_1(\mathbf{P},\mathbf{K},\omega)=\frac{e\mathbf{E}_0\partial f_0/\partial\mathbf{P}}{2\omega}\sum_{j=1}^{2}\left(\delta(K_j+K_z)\delta(\omega_j+\omega)-\right.$$

$$\left.-\delta(K_j-K_z)\delta(\omega_j-\omega)\right)\delta(K_x)\delta(K_y). \tag{15}$$

Входящие в данное выражение δ-функции указывают на то, что функция распределения первого порядка описывает всего лишь процесс взаимодействия плазмы с каждой отдельно взятой лазерной волной.

Процесс взаимодействия плазмы с лазерными волнами биений должен привести к появлению δ-функций, в которые входят выражения вида $\omega\pm(\omega_1-\omega_2)$ и $K\pm(K_1-K_2)$. Поскольку функция $f_1(\mathbf{P},\mathbf{K},\omega)$ не содержит информации об исследуемом процессе, то при нахождении спектральной функции распределения второго порядка $f_2(\mathbf{P},\mathbf{K},\omega)$ функцию распределения первого порядка зануляем. С учетом этого факта проведем Фурье-преобразование уравнения (10). Далее, подставляя в полученное уравнение выражения для Фурье-образов магнитного поля (13) и скорости (14), а также Фурье-образа статического поля $\mathbf{E}_s(\mathbf{K},\omega)$, определяемого из Фурье-преобразованного уравнения (5), для спектральной функции распределения во втором приближении $f_2(\mathbf{P},\mathbf{K},\omega)$ имеем:

$$f_2(\mathbf{P},\mathbf{K},\omega)=\left[\frac{4\pi e^2 n_2(\mathbf{K},\omega)\mathbf{K}}{\mathbf{K}^2}+\mathbf{I}(\mathbf{K},\omega)\right]\frac{\partial f_0/\partial\mathbf{P}}{K_z v-\omega}, \tag{16}$$

$$\mathbf{I}(\mathbf{K},\omega)=-\frac{e^2}{m}\iint\frac{d\mathbf{q}d\zeta}{\zeta(\omega-\zeta)}(\mathbf{K}-\mathbf{q})\left(\mathbf{E}_l(\mathbf{q},\zeta)\,\mathbf{E}_l(\mathbf{K}-\mathbf{q},\omega-\zeta)\right), \tag{17}$$

где $n_2(\mathbf{K},\omega)$ —спектральная плотность распределения второго порядка. При этом в выражении (17) в произведении Фурье-образов электрических полей будем оставлять лишь интерференционные члены, обусловленные наличием лазерных волн биений в плазме. После несложных преобразований имеем:

$$\mathbf{E}_l(\mathbf{q},\zeta)\mathbf{E}_l(\mathbf{K}-\mathbf{q},\omega-\zeta)=-\frac{\mathbf{E}_0^2}{4}\left[\pm\delta(K_1+q_z)\delta(K_2\pm(K_2\pm(\mathbf{K}-\mathbf{q})_z)\pm\right.$$

$$\pm\delta(K_1-q_z)\delta(K_2\mp(\mathrm{K}-\mathrm{q}_z)\pm\delta(K_2+q_z)\delta(K_1\pm(K_1+(\mathrm{K}-\mathrm{q})_z)\pm$$
$$\pm\delta(K_2-q_z)\delta(K_1\mp(K-\mathrm{q})_z)]\delta((K-\mathrm{q})_x)\delta((\mathrm{K}-\mathrm{q})_y)\delta(q_x)\delta(q_y). \qquad (18)$$

Здесь опущены δ-функции с частотной зависимостью и подразумевается суммирование по верхним и нижним знакам.

Интегрируя выражение (17) с учетом (18), получаем слагаемые, содержащие следующие δ-функции: $\delta(K\mp(K_1-K_2))$ и $\delta(K\mp(K_1+K_2))$. Поскольку нас интересует процесс взаимодействия плазмы с лазерными волнами биений, то следует оставлять лишь первые δ-функции, ответственные за данный процесс. Тогда для функции $\mathrm{I}(\mathrm{K},\omega)$ получаем следующее выражение:

$$\mathrm{I}(\mathrm{K},\omega)=\frac{e^2\mathrm{E}_0{}^2K_p}{4m\omega_0{}^2}\,\mathrm{z}\Sigma(K,\omega), \qquad (19)$$

$$\Sigma(K,\omega)=(\delta(K_z-K_p)\delta(\omega-\omega_p)-\delta(K_z+K_p)\delta(\omega+\omega_p))\delta(K_x)\delta(K_y),$$

где $\omega_p=(4\pi n_0e^2/m)^{1/2}$—плазменная частота.

Умножая функцию $f_2(\mathrm{P},\ \mathrm{K},\ \omega)$ на плотность n_0 и интегрируя (16) по импульсу $d\mathrm{P}$, для спектральной плотности $n_2(\mathrm{K},\omega)$ получаем:

$$n_2(\mathrm{K},\omega)=\frac{n_0\mathrm{I}(\mathrm{K},\omega)}{\varepsilon_0(\mathrm{K},\omega)}\int\frac{\partial f_0/\partial\mathrm{P}}{K_zv-\omega}\,d\mathrm{P}, \qquad (20)$$

$$\varepsilon_0(\mathrm{K},\omega)=1-\frac{m\omega_p^2\mathrm{K}}{\mathrm{K}^2}\int\frac{\partial f_0/\partial\mathrm{P}}{K_zv-\omega}\,d\mathrm{P}, \qquad (21)$$

где $\varepsilon_0(\mathrm{K},\omega)$—диэлектрическая проницаемость плазмы в отсутствие волн биений. Подставляя найденное выражение в (16), для спектральной функции распределения, описывающей процесс взаимодействия плазмы с лазерными волнами биений, окончательно имеем:

$$f_2(\mathrm{P},\mathrm{K},\omega)=\left[\frac{m\omega_p^2\mathrm{K}}{\mathrm{K}^2\varepsilon_0(\mathrm{K},\omega)}\int\frac{\partial f_0/\partial\mathrm{P}}{K_zv-\omega}\,d\mathrm{P}+1\right]\frac{\mathrm{I}(\mathrm{K},\omega)\partial f_0/\partial\mathrm{P}}{K_zv-\omega}. \qquad (22)$$

Данную функцию можно использовать для определения разных характеристик плазмы, например, при нахождении диэлектрической проницаемости.

3. СЛУЧАЙ ХОЛОДНОЙ ПЛАЗМЫ

Определим пространственную плотность распределения холодной неподвижной плазмы при наличии волн биений. Для холодной плазмы импульсная функция распределения $f_0(\mathrm{P})=\delta(\mathrm{P}-\mathrm{P}_0)$, где P_0—средний импульс плазмы. Поэтому спектральная плотность распределения (20) после интегрирования по импульсу представляется выражением

$$n_2(\mathrm{K},\omega)=\frac{n_0e^2\mathrm{E}_0{}^2K_pK_z\Sigma(K,\omega)}{4m^2\omega_0^2((K_zv_0-\omega)^2-\omega_p^2)}, \qquad (23)$$

совпадающим с аналогичным выражением работы [5] (естественно при занулении присутствующего здесь статического магнитного поля). Обратное Фурье-преобразование полученного выражения приводит к следующему выражению для пространственной плотности неподвижной плазмы ($v_0=0$):

$$n_2(z,\ t)=-\frac{n_0 e^2 E_0^2 K_p}{4m^2\omega_0^2}\iint\left[\frac{K_z}{\omega+\omega_p}\delta'_\omega(\omega-\omega_p)\delta(K_z-K_p)-\right.$$

$$\left.-\frac{K_z}{\omega\ \omega_p}\delta'_\omega(\omega+\omega_p)\delta(K_z+K_p)\right]e^{i(K_z z-\omega t)}d\omega dK_z, \tag{24}$$

где использовано соотношение $x\delta'_x(x)=-\delta(x)$.

Наличие зависимости $\omega_p=K_p v_{ph}$ ($v_{ph}=c[1-\omega_p^2/2\omega_0^2]\approx c$ есть фазовая скорость плазменных волн, распространяющихся в плазме при наличии волн биений [4], указывает на необходимость учета дисперсии плазменной среды при интегрировании. Если при этом вывести из-под знака интеграла (24) более гладкие функции, оставляя лишь экспоненциальную функцию, то после интегрирования плотность распределения представляется выражением, которое было получено ранее в гидродинамическом приближении в работе [4]:

$$n_2(z,\ t)=-\frac{n_0 e^2 E_0^2}{4m^2\omega_0^2 v_{ph}^2}(K_p z-\omega_p t)\sin(K_p z-\omega_p t). \tag{25}$$

Неучет дисперсии плазменной среды при обратном преобразовании Фурье приводит к неправильному результату, полученному в [5]. Таким образом, несоответствие результатов работ [4] и [5] не связано с применяемыми подходами.

4. ВЫВОД ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Выражение (25) для пространственной плотности неподвижной холодной плазмы можно непосредственно получить из кинетического уравнения, не переходя к Фурье-преобразованиям. Для этого возмущенную функцию распределения в первом приближении определим при непосредственном интегрировании уравнения (8) в интервале $[0,\ T]$ $\left(T=\frac{2\pi}{\omega_p}\right.$ — характерное время протекания процесса взаимодействия плазмы с лазерными волнами биений):

$$f_1=-e\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{P}}\int_0^T \mathbf{E}_l dt. \tag{26}$$

Поскольку $T\gg\frac{2\pi}{\omega_0}$, то функция f_1 зануляется как интеграл от быстро осциллирующей функции. С учетом этого, а также поперечности лазерных полей, подставляя в уравнение (10) выражение для возмущенной скорости $\mathbf{v}_1=\frac{e}{m}\int \mathrm{E}_i dt$, полученное из (9), и выражение (6), имеем:

$$\frac{\partial f_2}{\partial t}+e\mathrm{E}_s\frac{\partial f_0}{\partial \mathrm{P}}-\frac{e^2}{m}\nabla \mathrm{I}^2\frac{\partial f_0}{\partial \mathrm{P}}=0,\ \mathrm{I}=\int \mathrm{E}_i dt. \tag{27}$$

Импульсная зависимость функции распределения f_2 определяется производной $\partial f_0/\partial \mathrm{P}$. Представим функцию распределения в (27) в виде $f_2=A\frac{n_2}{n_0}\,\partial f_0/\partial \mathrm{P}$. Дифференцируя полученное для n_2 уравнение по z, перейдем к переменной $\tau=z/v_{ph}-t$. Далее, используя выражения (4), (5) и оставляя только интерференционные члены, для описания процесса взаимодействия плазмы с лазерными волнами биений, получаем следующее гидродинамическое уравнение:

$$\frac{\partial^2 n_2}{\partial \tau^2}+\frac{m\omega_p^2}{A}n_2+\frac{n_0 e^2 E_0^2 K_p^2}{Am\omega_0^2}\cos K_p\tau=0, \tag{28}$$

решение которого совпадает с выражением (25).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Условие применимости бесстолкновительного кинетического уравнения требует выполнения следующего неравенства:

$$r_c \ll r_d \ll R, \tag{29}$$

где $r_c=(3/4\pi n_0)^{1/3}$ —среднее расстояние между электронами, $r_d=\beta_t c/\omega_p$ —дебаевский радиус электрона, β_t—отношение тепловой скорости к скорости света, $R=\beta_t^4/4\pi n_0 r_0^2 L$—длина свободного пробега, r_0—классический радиус электрона, L—кулоновский логарифм [6]. Левая часть неравенства соответствует условию применимости газового приближения, а правая часть указывает на отсутствие столкновений в плазме. Согласно (29), плотность электронов плазмы удовлетворяет следующему условию:

$$n_0 \ll \min\left\{\frac{L^2}{9}n_c,\ n_c\right\}=n_c,\quad n_c=\frac{\beta_t^7}{4\pi L^2 r_0^3}. \tag{30}$$

Как известно, в широких пределах изменения параметров плазмы $L\approx 10\div 20$ [7], поэтому критическая плотность $n_c\simeq 10^{36}\beta_t^7$.

Следовательно, используемый в работе кинетический подход можно также применять для сильноточных электронных сгустков. Отметим, что полученная спектральная функция распределения необходима при исследованиях лазера на свободных электронах с учетом коллективных эффектов, когда сильноточный электронный сгусток взаимодействует с лазерными волнами биений.

ЛИТЕРАТУРА

1. **N. M. Kroll, A. Ron and N. Rostoker.** Phys. Rev. Lett., 13, 83 (1964).
2. **T. Tajima and J. M. Dawson.** Phys. Rev. Lett., 43, 267 (1979), 51, 392 (1983).
3. **Я. Б. Файнберг.** Физика плазмы, 13, 607, (1987).
4. **R. D. Ruth, A. W. Chao.** Proc. AIP, Los Alamos, 91, 94 (1982).
5. **Cuy Wegl.** Physics of Fluids, 13, 7 (1970).
6. **Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский.** Физическая кинетика. М., Наука, 1978.
7. **А. Ф. Александров, А. С. Богданкевич, А. А. Рухадзе.** Основы электродинамики плазмы. М., Высшая школа, 1978.

ՊԼԱԶՄԱՅԻ ՀԵՏ ԼԱԶԵՐԱՅԻՆ ԲԱԲԱԽՈՂ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ԿԻՆԵՏԻԿ ՆԿԱՐԱԳԻՐԸ

Լ. Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Ա. Հ. ՇԱՄԱՄՅԱՆ

Ուսումնասիրված է լազերային բաբախող ալիքների հետ էլեկտրոնային պլազմայի փոխազդեցության խնդիրը։ Լուծված է Վլասովի կինետիկ հավասարումը բախումների բացակայության դեպքում, օգտագործելով տարածաժամանակային ֆուրյե-ձևափոխությունները։ Ստացված են բանաձևեր սպեկտրալ խտության և բաշխման սպեկտրալ ֆունկցիայի համար։ Ցույց է տրված, որ բաշխման տարածային խտությունը ստանալիս հակադարձ ֆուրյե-ձևափոխությունների ժամանակ անհրաժեշտ է հաշվի առնել պլազմային միջավայրի դիսպերսիան։

KINETIC DESCRIPTION OF PLASMA INTERACTION PROCESS WITH LASER BEAT WAVES

L. A. GEVORGIAN, A. H. SHAMAMIAN

The interaction of electron plasma with laser beat waves is investigated. The collisionless kinetic Vlasov equation is solved with use of Fourier transformation in space and time. The expressions for spectral density and spectral distribution function are obtained. The expressions for these functions are calculated as well in the case of cold plasma. A correct expression for the spatial distribution is obtained with allowance for the dispersion of plasma medium.