

УДК 539.3

## УРАВНЕНИЯ МАГНИТОУПРУГОСТИ ФЕРРОМАГНИТНОГО ТЕЛА С НЕЛИНЕЙНЫМ ЗАКОНОМ НАМАГНИЧИВАНИЯ

Д. Д. АСАНЯН, Г. Е. БАГДАСАРЯН

Институт механики НАН Армении

(Поступила в редакцию 24 мая 1995 г.)

В работе получены линеаризованные уравнения движения магнитоупругости магнитомягкого ферромагнитного тела, когда берется нелинейный закон намагничивания. Приведен конкретный пример—устойчивость ферромагнитной пластины-полосы в однородном магнитном поле.

В последнее время наблюдается быстрое увеличение числа исследований в области магнитоупругости [1, 2]. Особый интерес представляют работы по магнитоупругой устойчивости и вибрациям тонкостенных тел из ферромагнитных материалов [3]. При решении различных задач большинство авторов [3—8] предполагают, что магнитное поле линейно связано с намагниченностью материала. Это справедливо для ферромагнетиков в области очень слабых полей и при сколь угодно больших полях для большинства неферромагнетиков. Поэтому представляет интерес рассмотреть нелинейную зависимость между намагниченностью и полем и их влияние на различные физические процессы (выпучивание тонкой ферромагнитной пластинки, на НДС материала и т. д.).

1. Пусть упругая диэлектрическая среда с упорядоченной магнитной структурой находится во внешнем стационарном магнитном поле с вектором напряженности  $H^0$  и вектором магнитной индукции  $B^0 = \mu_0 H^0$ , где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ н/А}^2$ —магнитная постоянная. Окружающая тело среда считается вакуумом. Под действием магнитного поля происходит магнитная поляризация упругой среды, приводящая как к изменению магнитного поля во всем пространстве, так и появлению объемных моментов магнитного происхождения, плотности которых соответственно определяются формулами [1—3]

$$f = \mu_0 (M \cdot \nabla) \cdot H; \quad C = \mu_0 M \times H, \quad (1.1)$$

где  $H$ —напряженность магнитного поля,  $M$ —намагниченность (магнитный момент единицы объема) среды,  $\nabla$ —оператор Гамильтона.

Векторы  $H$  и  $M$  в теле связаны с вектором магнитной индукции  $B$  соотношением  $B = \mu_0 (H + M)$  и удовлетворяют (в квазистатистическом приближении) уравнениям Максвелла

$$\text{rot} H = 0; \quad \text{div} B = 0. \quad (1.2)$$

Движение деформируемого ферромагнитного тела под действием заданного поля будем описывать в прямоугольной декартовой систе-





ме координат  $X_1, X_2, X_3$ . Начальное положение точек тела в этой системе координат определяется декартовыми координатами  $X_1, X_2, X_3$ , которые в дальнейшем в качестве лагранжевых координат используют для определения текущего положения точек среды.

Под действием объемных сил и объемных моментов (1.1) (а также поверхностных сил  $F$  немагнитного происхождения) среда деформируется, и ее движение, помимо уравнений (1.2), будет описываться также следующими уравнениями [1—3]:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[ S_{im} \left( \delta_{mk} + \frac{\partial u_k}{\partial x_m} \right) \right] + f_k = \rho_0 \frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2}, \quad (1.3)$$

$$e_{imk} S_{mk} + c_i = 0; \quad f_k = \frac{\partial T_{mk}}{\partial x_m}; \quad (i, m, k=1, 2, 3) \quad (1.4)$$

и поверхностными условиями [1—3]:

$$n \cdot [B - B^{(e)}] = 0, \quad n \times [H - H^{(e)}] = 0, \quad (1.5)$$

$$\left[ S_{km} \left( \delta_{mi} + \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \right) \right] n_k^0 = F_i + [T_{km}^{(e)} - T_{km}] \left( \delta_{mi} + \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \right) n_k^0. \quad (1.6)$$

В (1.3)—(1.6)  $u_k$  — компоненты вектора перемещений,  $S_{im}$  — тензор магнитоупругих напряжений Лагранжа,  $e_{imk}$  — символ Ливы—Чивита,  $\delta_{mk}$  — символ Кронекера,  $\rho_0$  — плотность среды до деформации,  $n_k^0$  и  $n_k$  — компоненты векторов внешних нормалей к недеформированной и деформированной поверхностям тела соответственно,  $T_{km}$  — компоненты тензора напряжений Максвелла:

$$T_{mk} = B_m H_k - \frac{1}{2} \mu_0 \delta_{mk} H^2. \quad (1.7)$$

Индекс «е» и в дальнейшем будет обозначать принадлежность рассматриваемой величины к внешней среде, а по повторяющимся индексам производится суммирование.

Из уравнений (1.4) видно, что тензор  $S_{im}$  вообще говоря не симметричен. Он становится симметричным только при отсутствии магнитных моментов ( $c_k = 0$ ). Подстановкой значения  $c_k$  из (1.1) в (1.4) последнее приводится к виду

$$e_{imk} (S_{im} + \mu_0 M_i H_m) = 0, \quad (1.8)$$

откуда следует симметричность тензора  $S_{im} + \mu_0 M_i H_m$ .

Нетрудно заметить, что система уравнений (1.2)—(1.4) не замкнута и к ней необходимо присоединить материальные уравнения магнитоупругой среды, связывающие характеристики деформируемого состояния (упругие деформации, напряжения, напряженность магнитного поля и магнитную индукцию). Уравнения состояния получаются из закона сохранения энергии и, согласно [1—3], имеют вид:

$$S_{ij} = \rho \alpha_{ik} \alpha_{je} \frac{\partial U}{\partial \varepsilon_{ke}} + M_j \frac{\partial U}{\partial \mu_i}, \quad (1.9)$$



$$\mu_0 H_i = \frac{\partial U}{\partial \mu_i}; \quad \mu_i = M_i / \rho, \quad (1.10)$$

где  $U$ —внутренняя удельная энергия единицы массы,  $\varepsilon_{ke}$ —компоненты тензора деформации Грина:

$$\varepsilon_{ke} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_e} + \frac{\partial u_e}{\partial x_k} + \frac{\partial u_m}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial u_m}{\partial x_e} \right), \quad (1.11)$$

$\rho$ —плотность деформируемой среды.

Используя (1.10), уравнения (1.9) запишем в виде

$$S_{ij} = \rho x_{ik} x_{je} \frac{\partial U}{\partial \varepsilon_{ke}} + \mu_0 M_i H_j. \quad (1.12)$$

Принимая во внимание симметричность первого слагаемого выражения (1.12), легко заметить, что условия симметричности (1.8), в силу (1.12), тождественно удовлетворяются.

Выражение удельной внутренней энергии деформируемого упругого непроводящего ферромагнитного тела, но обладающего пьезомагнитными и магнитоstrictionными свойствами, следуя работам [1—4], выбирается в виде

$$2U = \rho^{-1} c_{ijkl} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} + 2\varphi(|\mu|). \quad (1.13)$$

Тогда из (1.9) и (1.20) с учетом (1.13) получим

$$S_{ij} = c_{ijkl} \varepsilon_{kl} + \mu_0 M_i H_j; \quad M_i = \chi(H) \cdot H_i; \quad H = |H|. \quad (1.14)$$

Как показывают экспериментальные исследования [5, 6], магнитные восприимчивости различных магнитомягких ферромагнитных материалов, в зависимости от величины напряженности магнитного поля, с достаточной высокой точностью можно аппроксимировать (исходя из основной кривой намагничивания) следующей формулой (формула Дрейфуса):

$$\chi(H) = \frac{\beta}{\mu_0 H} \operatorname{arctg}(\alpha H), \quad (1.15)$$

где

$$\beta = \frac{2B_s}{\pi}, \quad \alpha = \frac{\mu_n - 1}{\beta} \cdot \mu_0,$$

$B_s$ —индукция насыщения,  $\mu_n$ —начальная относительная магнитная проницаемость материала.

Иногда вместо (1.15) используют зависимость Рэлея [4, 7]

$$\chi(H) = x_0 + b_r \cdot H, \quad (1.16)$$

которая является линейным приближением формулы Дрейфуса и применима при  $H < H_c$ , где  $H_c$ —коэрцитивная сила. Если коэффициент нелинейности  $b_r = 0$ , то из (1.16) получается зависимость  $\chi(H) = \text{const}$ ; которая часто используется [3, 8] в материальных уравнениях магни-



томягких ферромагнитных материалов (магнитомягкие ферромагнитные материалы с линейной характеристикой). Численные значения коэффициентов  $\chi_0$  и  $b$ , для различных ферромагнитных материалов приведены в работах [4, 7].

2. Переходим к линеаризации основных уравнений и граничных условий (описывающих поведение деформируемого ферромагнитного тела с нелинейной характеристикой в стационарном магнитном поле), приведенных в предыдущем пункте, принимая основные предположения теории малых деформаций. С этой целью, следуя работам [1—3], характеристики магнитного поля представим в виде

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{b}; \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{h}; \quad \mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \mathbf{m}. \quad (2.1)$$

Здесь  $\mathbf{B}_0$ ,  $\mathbf{M}_0$  и  $\mathbf{H}_0$  — соответственно магнитная индукция, намагниченность и напряженность магнитного поля, возникающего во всем пространстве вследствие помещения недеформируемого тела во внешнее заданное поляризующее магнитное поле  $\mathbf{B}^0$ ;  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{m}$  и  $\mathbf{h}$  — добавления к указанным величинам, обусловленные деформацией среды.

Согласно сказанному, величины  $\mathbf{B}_0$ ,  $\mathbf{H}_0$  и  $\mathbf{M}_0$  определяются из решения следующей задачи магнитостатики:

а) уравнения в области, занятой телом (внутренняя область):

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H}_0 &= 0; \quad \operatorname{div} \mathbf{B}_0 = 0 \\ \mathbf{B}_0 &= \mu_0 (\mathbf{H}_0 + \mathbf{M}_0) = \mu_0 [1 + \chi(H_0)] \cdot \mathbf{H}_0. \end{aligned} \quad (2.2)$$

б) уравнения во внешней области (область вне тела):

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H}_0^{(e)} &= 0; \quad \operatorname{div} \mathbf{B}_0^{(e)} = 0 \\ \mathbf{B}_0^{(e)} &= \mu_0 \mathbf{H}_0^{(e)}; \quad \mathbf{M}_0^{(e)} = 0. \end{aligned} \quad (2.3)$$

в) условия сопряжения на поверхности  $\Gamma$  недеформируемого тела

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_0 \times [\mathbf{H}_0 - \mathbf{H}_0^{(e)}] &= 0; \quad \mathbf{n}_0 [\mathbf{B}_0 - \mathbf{B}_0^{(e)}] = 0 \\ \text{при } (x_1, x_2, x_3) \in S. \end{aligned} \quad (2.4)$$

г) и условия на бесконечности

$$\mathbf{B}_0^{(e)} \rightarrow \mathbf{B}^0 \quad \text{при} \quad r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \rightarrow \infty. \quad (2.5)$$

Характеристики напряженно-деформированного состояния тела, а также величины  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{h}$ , и  $\mathbf{m}$  определяются из уравнений и граничных условий деформируемого ферромагнитного тела. Принимая деформации малыми, а также малость величин  $|\mathbf{b}|$ ,  $|\mathbf{h}|$  и  $|\mathbf{m}|$ , эти уравнения и граничные условия, аналогично [1—3], линеаризуются. В результате, с учетом (2.1) — (2.5), получаются следующие линейные уравнения и граничные условия относительно магнитоупругих характеристик деформируемого тела:

основные уравнения движения:



$$t_{ji,j} + \mu_0 (M_{0j} H_{0i,i} + M_{0j} h_{i,j} + m_j H_{0j,i}) -$$

$$- \mu_0 M_{0j} H_{0i,k} u_{k,j} - \bar{t}_{ij,k} u_{k,j} = \rho_0 \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}, \quad (2.6)$$

$$e_{ijk} [h_{k,j} - H_{0j,m} u_{m,k}] = 0,$$

$$b_{i,i} - B_{0j,k} u_{k,i} = 0, \quad (i, j, k = 1, 2, 3),$$

где

$$t_{ij} = \sigma_{ij} + \mu_0 H_{0i} M_{0j} + \mu_0 (H_{0i} m_j + H_{0j} m_i), \quad (2.7)$$

$$\bar{t}_{ij} = \mu_0 H_{0i} M_{0j}; \quad \sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} u_{k,k} + \mu (u_{i,j} + u_{j,i});$$

граничные условия:

$$n_{0i} [t_{ij} + t_{ij}^M] = 0; \quad n_{0i} [b_i] - u_{m,i} n_{0m} [B_{0i}] = 0, \quad (2.8)$$

$$e_{ijm} \{n_{0j} [h_k] - n_{0m} u_{m,j} [H_{0k}]\} = 0,$$

где

$$t_{ij}^M = B_{0i} H_{0j} + B_{0i} h_j + B_{0j} h_i - \frac{1}{2} \mu_0 \delta_{ij} (H_{0k}^2 + 2H_{0k} h_k). \quad (2.9)$$

В уравнения (2.6) — (2.9) входит возмущенный магнитный момент  $m$ . Из выражения (1.14) зависимость между  $m$  и  $h$  получится в виде

$$m = \hat{a} \cdot h, \quad (2.10)$$

где элементы матрицы  $\hat{a}$  задаются формулой

$$a_{ii} = \gamma + \frac{H_{0i}^2}{H_0} \frac{d\gamma}{dH_0}; \quad a_{ij} = \frac{H_{0i} H_{0j}}{H_0} \frac{d\gamma}{dH_0} \quad (i \neq j). \quad (2.11)$$

В силу (2.11) уравнение движения магнитоупругой среды с нелинейной характеристикой (1.14) можно написать следующим образом:

$$\Delta u + \frac{1}{1-2\nu} \text{grad div } u + \frac{\mu_0}{\mu} f = \frac{\rho_0}{\mu} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (2.12)$$

$$\text{div}[(\hat{I} + \hat{a})h] - B_{0j,k} u_{k,j} = 0,$$

$$e_{ijk} [h_{k,j} - H_{0j,m} u_{m,k}] = 0,$$

где  $\hat{I}$  — единичная матрица, а компоненты вектора  $\frac{\mu_0}{\mu} f$  задаются в виде:

$$\frac{\mu_0}{\mu} f_1 = b_{11} h_{1,1} + b_{12} h_{2,2} + b_{13} h_{3,3} + b_{14} h_{1,2} + b_{15} h_{1,3} + b_{16} h_{2,3} +$$

$$+ \frac{\mu_0}{\mu} [2M_{0j} H_{01,j} + H_{0j} M_{0j,j}] - \frac{\mu_0}{\mu} M_{0j} H_{01,k} u_{k,j} - \frac{1}{\mu} \bar{t}_{1j,k} u_{k,j};$$

$$\begin{aligned} b_{11} &= \gamma H_{01} + 2a_{11}H_{01}, & b_{12} &= H_{01}a_{22} + H_{02}a_{12}, \\ b_{13} &= \gamma H_{01} + a_{13} \cdot H_{03}, & b_{14} &= \gamma H_{02} + 3a_{12}H_{01} + a_{11}H_{02}, \\ b_{15} &= \gamma H_{03} + 3a_{13}H_{01} + H_{03}a_{11}, & b_{16} &= 2a_{23}H_{01} + a_{13}H_{02} + a_{12}H_{03}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Выражения для  $\frac{\mu_0}{\mu} f_2$  и  $\frac{\mu_0}{\mu} f_3$  получаются из  $\frac{\mu_0}{\mu} f_1$  циклической перестановкой  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ . В граничных условиях (2.8) тоже надо учитывать соотношение (2.10).

В следующем пункте в качестве иллюстрации полученных уравнений и граничных условий рассмотрим задачу магнитоупругой устойчивости ферромагнитной пластины-полосы в однородном поперечном магнитном поле.

3. Пусть изотропная пластина-полоса с постоянной толщиной  $2h$  находится в поперечном магнитном поле  $B_0(0, B_0, 0)$ ,  $B_0 = \text{const}$ . Рассмотрим плоско-напряженное состояние, т. е.

$$\begin{aligned} u_1 &= u_1(x_1, x_2), & u_2 &= u_2(x_1, x_2), & u_3 &= 0, \\ h^{(i,e)} &= (h_1^{(i,e)}(x_1, x_2), h_2^{(i,e)}(x_1, x_2), 0). \end{aligned} \quad (3.1)$$

Решение системы уравнений (2.12) будем искать в виде

$$\begin{cases} u_1(x_1, x_2) = u(x_2) \cos kx_1 \\ u_2(x_1, x_2) = v(x_2) \sin kx_1 \\ \Phi^{(i)}(x_1, x_2) = A \cosh(k\gamma x_2) \sin kx_1 \end{cases} \quad \text{при } |x_2| < h, \quad (3.2)$$

$$\Phi^{(e)}(x_1, x_2) = a_1 \operatorname{sgn} x_2 e^{-|kx_2|} \sin kx_1 \quad \text{при } |x_2| > h,$$

где

$$u(x_2) = d_1 \operatorname{sh} kx_2 + d_2 [(3-4\nu) \operatorname{sh} kx_2 + kx_2 \operatorname{ch} kx_2] + Q_1^0 \cdot A \operatorname{sh} k\gamma x_2,$$

$$v(x_2) = d_1 \operatorname{ch} kx_2 + d_2 kx_2 \operatorname{sh} kx_2 + Q_2^0 \cdot A \cosh(k\gamma x_2), \quad \gamma^2 = (1+a_{11})/(1+a_{22}).$$

Члены с коэффициентами  $Q_1^0$  и  $Q_2^0$  учитывают влияние объемных сил магнитного происхождения:

$$\begin{aligned} Q_1^0 &= \frac{\gamma}{(1-\gamma^2)^2} \left\{ \lambda_1 \left[ \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} - \gamma^2 \right] + \lambda_2 \frac{\gamma^2}{2(1-\nu)} \right\}, \\ Q_2^0 &= \frac{\gamma^2}{(1-\gamma^2)^2} \left\{ \lambda_2 \left[ 1 - \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \gamma^2 \right] - \lambda_1 \frac{1}{2(1-\nu)} \right\}, \\ \lambda_1 &= \frac{2\mu_0 \gamma (H_0) \cdot H_0}{\mu}, & \lambda_2 &= \frac{\mu_0}{\mu} \gamma (H_0) \cdot H_0 \left[ \frac{2(\gamma + H_0 \gamma')}{\gamma} - \frac{H_0 \gamma'}{1+\gamma} \right]. \end{aligned}$$

Подставляя решение (3.2) в граничные условия (2.8), для неизвестных коэффициентов  $d_1, d_2, a_1$  и  $A$  получается система линейных алгебраических уравнений. Критическое магнитное поле, при котором пластина-полоса теряет устойчивость, определяется из условия равенства нулю детерминанта указанной системы алгебраических уравнений. В общем случае условие имеет довольно сложный вид. Если пред-



положить, что  $\gamma kh \ll 1$ , то для определения критического магнитного поля получается следующее уравнение:

$$4d \cdot Q_0^0 \cdot (1-\nu)kh \left[ \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} \gamma^2 - 1 \right] - \frac{4d \cdot Q_0^0(1-\nu)kh}{1-2\nu} - 4d \cdot L \cdot (1-\nu)kh - \\ - 4d \cdot e_1(1-\nu)\gamma^2 \cdot kh + \frac{8}{3} (kh)^3 [\gamma^2(1+a_{22})kh + 1] = 0, \quad (3.3)$$

где

$$L = \frac{\mu_0 H_0 \cdot a_{11}}{\mu}, \quad e_1 = \frac{\mu_0 H_0 \cdot \gamma \cdot a_{22}}{\mu}.$$

Отметим, что из (3.3) можно определить  $H_{0*}$  в области, занимаемой пластино-полосой, а критическое значение внешнего магнитного поля  $H_0^{(e)*} = \frac{B_0^{(e)*}}{\mu_0}$  можно определить из выражения

$$\frac{B_{0*}}{\mu_0} = [1 + \chi(H_{0*})] \cdot H_{0*}. \quad (3.4)$$

Рассмотрим некоторые частные случаи.

$$1) \chi(H_0) = \text{const} = \mu_r - 1.$$

Из (3.3) получим

$$\frac{B_{0*}^2}{\mu_0 \mu} \cdot \left( \frac{\mu_r - 1}{\mu_r} \right)^2 = \frac{2 (kh)^2 (\mu_r kh + 1)}{3 (1-\nu)(\mu_r + 1)}. \quad (3.5)$$

Выражение (3.5) совпадает с аналогичными результатами, полученными в [3, 8].

$$2) \chi(H_0) = x_0 + b_r \cdot H_0.$$

Из (3.3) следует

$$-\frac{\mu_0 H_{0*}^2}{\mu} \gamma^2 kh \cdot 4(1-\nu)(x_0 + b_r H_{0*})^2 (x_0 + 2b_r H_{0*}) + \\ + \frac{8}{3} (kh)^3 [kh \gamma^2 (1 + x_0 + 2b_r H_{0*}) + 1] = 0. \quad (3.6)$$

Предполагая  $kh(x_0 + b_r H_{0*}) \gg 1$ , находим выражение

$$\frac{\mu_0 H_{0*}^2}{\mu} (x_0 + b_r H_{0*})^2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{(kh)^2}{1-\nu}, \quad (3.7)$$

которое получено в [7]. Результаты (3.5) и (3.7) можно получить также из (3.3), пренебрегая объемными силами, т. е. в (3.3) положить  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ .

$$3) \chi(H_0) = \frac{\beta}{\mu_0 H_0} \text{arctg}(\alpha H_0).$$

В этом случае получить из (3.3) аналитическую формулу для  $H_{0*}$  очень трудно. Из анализа численных расчетов видно, что:

а) с увеличением  $B_s$  (индукция насыщения) критическое магнитное поле уменьшается;

б) критическое магнитное поле монотонно возрастает с увеличением  $\mu_n$  и  $\gamma$ ;

в) пренебрегая объемными силами ( $j_1 = j_2 = 0$ ), критическое магнитное поле почти не меняется.

Таким образом, получены основные уравнения движения (2.12) и граничные условия (2.8) для магнитомягкого ферромагнитного тела с нелинейным законом намагничивания. Отметим, что эти уравнения и граничные условия в частном случае ( $\chi = \text{const}$ ) совпадают с аналогичными уравнениями и граничными условиями, полученными в [3].

## ЛИТЕРАТУРА

1. H. F. Tiersten. J. Math. Phys., 5, 1298 (1964).
2. W. R. Brown, Jr. Magnetoelastic Interactions, Springer-Verlag, New York, 1966.
3. Y. H. Pao, C. S. Yeh. J. Eng. Sci., 11, 451 (1973).
4. Р. М. Бозорт. Ферромагнетизм, М., Изд-во иностранной литературы, 1956.
5. П. М. Колесников. Введение в нелинейную электродинамику. Минск, 1975.
6. А. Р. Гачкевич, М. Т. Солодяк. III Всесоюзный симпозиум «Теоретические вопросы магнитоупругости». Ереван, с. 56—59 (1984).
7. М. В. Белубекая, Ю. М. Хачатрян. Вестник АН БССР, сер. физ.-мат. наук, с. 110—116 (1984).
8. Ф. И. Мун. Прикладная механика, М., Мир, с. 160—166, 1970.

ՀԵՌՈՄՈՒՍԿՆԵՐՈՒԿԱՆ ՄԱՐՄՆԻ ՄԱԳՆԵՒՍԿԱՌԱՋԳԱԿԱՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԸ  
ԵՐՐ ՀԱՇՎԻ Է ԱՌՆՎՈՒՄ ՄԱԳՆԵՒՍԿԱՅՄԱՆ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՕՐԵՆԵՐԸ

Դ. Զ. ՀԱՍԱՆՅԱՆ, Գ. Ե. ԲԱԳԴԱՍԱՐՅԱՆ

Ստացված են մագնիսաառաճական ֆեռոմագնիսական մարմնի գծայնացված հավասարումները, երբ հաշվի է առնվում մագնիսացման ոչ գծային օրենքը: Բերված է կոնկրետ օրինակ, որտեղ հաշվի է առնվում մագնիսացման ոչ գծային օրենքը:

## MAGNETOELASTICITY EQUATIONS OF FERROMAGNETIC BODY WITH A NONLINEAR LAW OF MAGNETIZATION

D. G. HASANIAN, G. E. BAGHDASARIAN

The linearized equations of a magnetoelastic ferromagnetic body are obtained, when the nonlinear law of magnetization is taken into account.