Известия НАН Армении, Физика, т. 30, №2, с. 65—70 (1995)

УДК 535.375.5

ПОЛНОЕ ВНУТРЕННЕЕ ОТРАЖЕНИЕ В УСЛОВИЯХ НАСЫЩЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОСТИ

Л. С. АСЛАНЯН, В. Б. ПАХАЛОВ, М. А. ХУРШУДЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 15 декабря 1993 г.)

Проведен теоретический анализ полного внутреннего отражения от среды с насыщающейся нелинейностью. Показано, что при учете насыщения в гистерезисной зависимости угла ПВО от интенсивности существует оптимальная величина интенсивности падающего излучения.

Теоретическому исследованию отражения и пропускания света нелинейными средами уделено достаточно большое внимание [1, 2]. В приближении плоских волн построена теория гистерезисного отражения, определены области существования бистабильных и мультистабильных стационарных состояний. В [3] показано, что в случае нелинейной дефокусирующей среды, кроме режима прохождения и режима полного внутреннего отражения, существуют «гибридные режимы», характеризующиеся, с одной стороны, коэффициентом отражения $|r|<1$ и, с другой стороны, продольным изменением прошедшего в нелинейную среду поля (продольно-неоднородные бегущие волны).

Чрезвычайно высокие поля, достижимые в современных лазерах, делают необходимым учет явления насыщения нелинейности [4, 5]. Целью настоящей работы является исследование полного внутреннего отражения s-поляризованного излучения в случае, когда существен эффект насыщения.

Рассмотрим границу раздела двух сред, одна из которых является линейной с диэлектрической проницаемостью ε_1, вторая—нелинейной, диэлектрическую проницаемость которой представим как

$$\varepsilon=\varepsilon_0+\varepsilon_{нл}(|E|^2), \tag{1}$$

причем в силу существования эффекта насыщения

$$\lim_{|E|\to\infty}\varepsilon_{нл}(|E|^2)=\varepsilon_s, \tag{2}$$

где ε_s—насыщенное значение диэлектрической проницаемости (см., например, [5]). Наиболее простое феноменологическое выражение, используемое для рассмотрения эффектов насыщения и удовлетворяющее (2), имеет следующий вид:

$$\varepsilon_{нл}(|E|^2)=\frac{\varepsilon_2|E|^2}{1+\varepsilon_2|E|^2/\varepsilon_s}. \tag{3}$$

Координантную систему выберем так, чтобы плоскость $z=0$ совпадала с границей раздела, а плоскость $y=0$—с плоскостью падения (см. рис. 1). Представим поле в нелинейной среде в виде

$$E_y = E(z)\exp\{i(kx-\omega t)\}, \tag{4}$$

где $k_x = k$ есть x-составляющая волнового вектора.

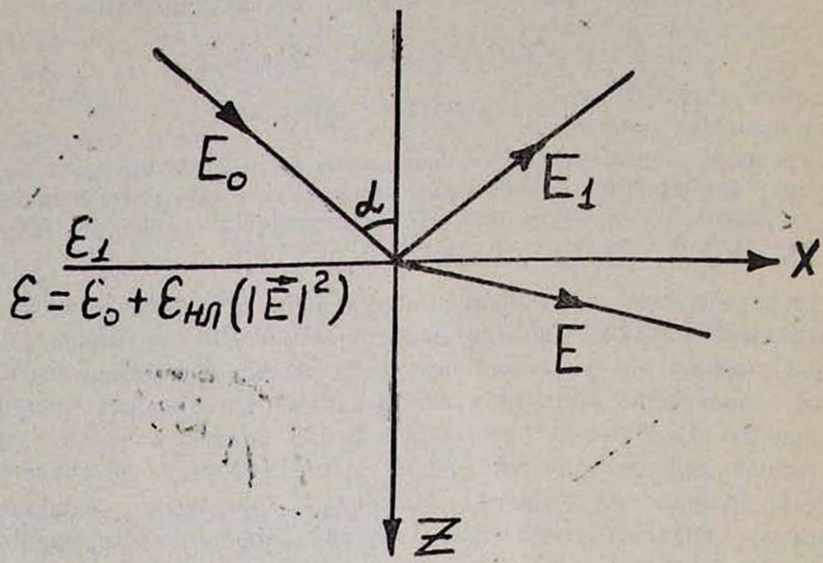

Рис. 1. Геометрия задачи. α—угол падения.

Напомним, что мы рассматриваем s-поляризованное излучение (т. е. вектор **E** перпендикулярен плоскости падения). После подстановки (4) в волновое уравнение имеем:

$$\frac{d^2E}{dz^2} - k^2E + \frac{\omega^2}{c^2}\{\varepsilon_0 + \varepsilon_{нл}(|E|^2)\}E = 0. \tag{5}$$

Для удобства перейдем к безразмерным координатам

$$\eta = \frac{\omega}{c} z, \quad \xi = \frac{c}{\omega} k. \tag{6}$$

Получим:

$$\frac{d^2E}{d\eta^2} - (\xi^2 - \varepsilon_0)E + \varepsilon_{нл}(|E|^2)E = 0. \tag{7}$$

Перейдем от комплексной амплитуды к действительной амплитуде и фазе

$$E(\eta) = A(\eta)\exp\{i\varphi(\eta)\}. \tag{8}$$

В результате несложных преобразований находим

$$\frac{d^2A}{d\eta^2} - A\left(\frac{d\varphi}{d\eta}\right)^2 - (\xi^2 - \varepsilon_0)A + \varepsilon_{нл}(A^2)A = 0, \tag{9a}$$

$$\frac{d}{d\eta}\left(A^2\frac{d\varphi}{d\eta}\right)=0. \qquad (9б)$$

По определению величина

$$S=\frac{i}{2}\left(E\frac{dE^*}{d\eta}-E^*\frac{dE}{d\eta}\right)=A^2\frac{d\varphi}{d\eta} \qquad (10)$$

описывает среднюю по времени плотность потока энергии вдоль оси z [3, 6]. Очевидно, (9б) можно интерпретировать как сохранение нормальной составляющей потока в нелинейной прозрачной среде. Используя (9б) и (10), перепишем (9а) в несколько другом виде:

$$\frac{d^2A}{d\eta^2}=f(A)=\frac{s^2}{A^3}+(\xi^2-\varepsilon_0)A-\varepsilon_{нл}(A^2)A. \qquad (11)$$

Это уравнение имеет вид, характерный для нелинейного консервативного осциллятора [7]. Полная энергия системы (11) складывается из суммы «кинетической» и «потенциальной» энергий:

$$w=T(A)+V(A)=\frac{1}{2}\left(\frac{dA}{d\eta}\right)^2-\int\limits_0^A f(\rho)d\rho. \qquad (12)$$

Подставляя вид функции $f(\rho)$ из (11), а также $\varepsilon_{нл}$ из (3) и проделав интегрирование, для «потенциальной» энергии получим:

$$V(A)=\frac{1}{2}\left\{\frac{s^2}{A^2}-\zeta^2A^2+\varepsilon_sA^2-\frac{\varepsilon_s^2}{\varepsilon_2}\ln\left(1+\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_s}A^2\right)\right\},$$

$$\zeta^2=\xi^2-\varepsilon_0. \qquad (13)$$

Исследуем полученные уравнения в разных случаях.

В режиме прохождения волна в нелинейной среде является однородной. Следовательно, $\frac{dA}{d\eta}=0$ и окончательно из (11) находим:

$$\frac{d\varphi}{d\eta}=\sqrt{\varepsilon_0-\xi^2+\varepsilon_{нл}(A^2)}. \qquad (14)$$

Знак перед радикалом выбран из условия, чтобы волна в нелинейной среде была отходящей от границы раздела сред. Предельному углу полного внутреннего отражения соответствует $\frac{d\varphi}{d\eta}=0$. Так как $\xi=\sqrt{\varepsilon_1}\sin\alpha$, то для критического угла ПВО находим:

$$\sin\alpha_k^{(1)}=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}}\sqrt{\varepsilon_0+\varepsilon_{нл}(A^2)}. \qquad (15)$$

Это выражение определяет зависимость критического угла ПВО от интенсивности падающей волны. При этом для максимального угла ПВО конкретного вида зависимости $\varepsilon_{нл}(A^2)$ не требуется, достаточно существования условия (2). В случае, когда $\varepsilon_{нл}(A^2)=\varepsilon_2 A^2$, полученное выражение согласуется с известным результатом [2]. Учитывая (2), для максимально возможного смещения получим:

$$\sin\alpha_k^{(m)}=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}}=\sqrt{\varepsilon_0+\varepsilon_s},$$

или же, так как обычно $\varepsilon_s\sim\varepsilon_0$ [5], имеем

$$\sin\alpha_k^{(m)}=\sqrt{2}\sin\alpha_k^{(0)},$$

где $\alpha_k^{(0)}$—угол полного отражения в линейном случае.

В режиме полного отражения требование ограниченности поля в нелинейной среде приводит к условиям

$$S=w=0,\qquad \frac{dA}{d\eta}<0. \tag{16}$$

Тогда из (12) находим:

$$\frac{dA}{d\eta}=-\sqrt{-2V(A)}. \tag{17}$$

Для получения критического угла в этом случае воспользуемся условиями непрерывности E_y и H_x.

В безразмерных координатах из уравнений Максвелла для H_x получим:

$$H_x=i\frac{dE_y}{d\eta}. \tag{18}$$

Представим поле падающей и отраженной волн в виде

$$E_0(\eta)=A_0e^{i\chi_0\eta},\quad E_1(\eta)=A_1e^{-i(\chi_0\eta-\delta_1)}, \tag{19}$$

где δ_1—возможный скачок фазы при ПВО.
Тогда из граничных условий получим следующую систему уравнений:

$$A_0(1+re^{i\delta_1})=A(0)e^{i\delta_0},$$

$$A_0(1-re^{i\delta_1})=i\sqrt{-2V(A(0))}e^{i\delta_0}, \tag{20}$$

где $r=A_1/A_0$. Из требования вещественности амплитуды A из (17) имеем

$$V(A)\leqslant 0,$$

причем знак равенства соответствует предельному углу. Тогда из (20) имеем

$$r=1,\qquad A(0)=2A_0,$$

$$\xi^2=\varepsilon_0+\varepsilon_s-\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_2 A^2(0)}\ln\left\{1+\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_s}A^2(0)\right\}, \tag{21}$$

или же

$$\sin\alpha_k^{(2)}=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}}\sqrt{\varepsilon_0+\varepsilon_s-\frac{\varepsilon_s^2}{\varepsilon_2 A^2(0)}\ln\left\{1+\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_s}A^2(0)\right\}}. \qquad (22)$$

Полученное значение критического угла в предельном случае, когда насыщением можно пренебречь, также совпадает с [2].

Обсудим полученные результаты. Основной качественный вывод о существовании двух критических углов ПВО на нелинейной границе совпадает с ранее известным [1, 2]. Это явление гистерезиса при отражении света на границе раздела с нелинейной средой в условиях самовоздействия. Напомним, что физически существование такого гистерезиса связано не только с нелинейностью отражающей среды, но и с наличием внутренней обратной связи (зависимости коэффициента отражения границы от интенсивности прошедшего света), которая и позволяет получить многозначность нелинейного отражения, т. е. бистабильность.

На рис. 2а приведены зависимости значений критических углов $\alpha_k^{(1)}$ и $\alpha_k^{(2)}$ от квадрата амплитуды падающего излучения (для удобства использована безразмерная величина $x=\frac{4\varepsilon_2}{\varepsilon_s}A_0^2$). Рядом на рис. 2б приведена аналогичная зависимость, но без учета явления насыщения. Сравнение этих двух рисунков показывает существенное

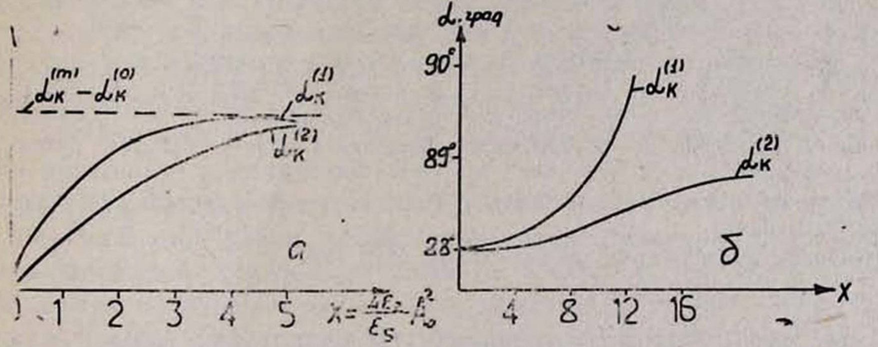

Рис. 2. Зависимость критических углов $\alpha_k^{(1)}$ и $\alpha_k^{(2)}$ от квадрата амплитуды падающего излучения: а) с учетом насыщения; б) без учета насыщения (график заимствован из [2]).

влияние эффекта насыщения. Как следует из (15) и (22), величины критических углов не являются монотонными функциями интенсивности падающего излучения. В двух предельных случаях, когда $A_0\to 0$ и $A_0\to\infty$, эти два угла совпадают:

$$\alpha_k^{(m)}=\lim_{A_0\to\infty}\alpha_k^{(1)}=\lim_{A_0\to\infty}\alpha_k^{(2)}=\arcsin\sqrt{\frac{\varepsilon_0+\varepsilon_s}{\varepsilon_1}},$$

$$\alpha_k^{(0)}=\lim_{A_0\to 0}\alpha_k^{(1)}=\lim_{A_0\to 0}\alpha_k^{(2)}=\arcsin\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}}.$$

Это означает, что для наблюдения гистерезисного скачка существуют оптимальные условия по интенсивности падающего излучения. Величину оптимальной интенсивности нетрудно найти. Необходимо определить максимальное значение разности

$$\Delta\alpha = \alpha_k^{(1)} - \alpha_k^{(2)}.$$

Приравняв нулю первую производную $\frac{d(\Delta\alpha)}{dA_0^2}$ и решив полученное трансцендентное уравнение, получаем $x \sim 2$, что для приведенных на рис. 2б параметров составляет $I_0 \sim 2$ ГВт/см^2.

Отметим, что приведенная выше оценка для величины интенсивности может быть существенно понижена при использовании сред с большими значениями нелинейности, например, жидких кристаллов [8].

По-видимому, полученный в настоящей работе вывод о существовании оптимальной интенсивности для наблюдения гистерезисного скачка может быть полезным и в других системах, обладающих бистабильностью [9].

ЛИТЕРАТУРА

1. **А. Е. Каплан.** ЖЭТФ, 72, №5, 1711 (1977).
2. **Б. Б. Бойко, Н. С. Петров.** Отражение света от усиливающих и нелинейных сред.Минск, Наука и техника, 1988.
3. **Н. Н. Розанов.** Письма в ЖТФ, 3, №12, 583 (1977).
4. **Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер.** Письма в ЖЭТФ, 3, 37 (1966).
5. **С. А. Ахманов, А. П. Сухоруков, Р. В. Хохлов.** УФН, 92, №1, 20 (1967).
6. **А. А. Колоколов, А. И. Суков.** Изв. вузов. Радиофизика, 21, №9, 1309 (1978).
7. **М. М. Рабинович, Д. И. Трубецков.** Введение в теорию колебаний и волн. М., Наука, 1984.
8. **С. М. Аракелян, Ю. С. Чилингарян.** Нелинейная оптика жидких кристаллов. М., Наука, 1984.
9. **Х. Гиббс.** Оптическая бистабильность. М., Мир, 1988.

TOTAL INTERNAL REFLECTION WITH SATURATED NONLINEARITY

L. S. ASLANIAN, V. B. PAKHALOV, M. H. KHURSCHUDIAN

A theoretical analysis of total internal reflection (TIR) from the medium with saturating nonlinearity is carried out. It is shown, that with the account of saturation an optimum value of the incident radiation intensity exists in the hysteresis dependence of TIR angle on the intensity. The obtatined result may be useful for other bistable systems as well.

ԼՐԻՎ ՆԵՐՔԻՆ ԱՆԴՐԱԴԱՐՁՈՒՄԸ ՈՉ ԳԾԱՅՆՈՒԹՅԱՆ ՀԱԳԵՑՄԱՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐՈՒՄ

Լ. Ս. ԱՍԼԱՆՅԱՆ, Վ. Բ. ՊԱԽԱԼՈՎ, Մ. Հ. ԽՈՒՐՇՈՒԴՅԱՆ

Տեսականորեն քննարկված է լրիվ ներքին անդրադարձման երևույթը հագեցվող ոչ գծայնությամբ միջավայրից։ Ապացուցված է, որ ոչ գծայնության հագեցման հաշվառման դեպքում ԼՆԱ անկյան ինտենսիվությունից ունեցած հիսթերեզիսային կախվածության համար գոյություն ունի ընկնող լույսի ինտենսիվության օպտիմալ արժեք։