

К ТЕОРИИ МАГНИТОКОМПТОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

А. В. АКОПЯН

Институт радиофизики и электроники НАН Армении

(Поступила в редакцию 27 декабря 1993 г.)

В квазиклассическом приближении разработан метод расчета комптоновского рассеяния электромагнитной волны на электроне, движущемся с релятивистской скоростью под произвольным питч-углом к внешнему неквадрупольному магнитному полю. Получены гармонический спектр частоты и электрическое поле рассеянной волны.

Комптоновское рассеяние на движущемся электроне при наличии внешнего магнитного поля занимает место среди широко распространенных многообразных процессов по взаимодействию волна-заряд. Условимся, для краткости, называть данный процесс магнитокомптоновским рассеянием (МКР). Особое значение данный эффект приобретает применительно к ряду явлений по рассеянию на быстрых замагниченных зарядах как в астрофизических, так и в лабораторных условиях, в присутствии магнитных полей разных величин и конфигураций [1—3].

Взаимодействие волна-заряд при МКР в большинстве случаев носит коллективный характер, с вытекающими из этого следствиями. Для детального же изучения данного процесса в первую очередь необходимо выявить роль единичного акта рассеяния при парном взаимодействии. В этом плане в [4] изучен вопрос МКР для частного случая, когда электрон первоначально в невозмущенном состоянии движется вдоль заданного постоянного магнитного поля. Найдено поле излучения вторичной волны и проведен анализ зависимости сечения и степени линейной поляризации от магнитного поля. В предлагаемой же работе ставится цель разработать метод расчета МКР для наиболее общего случая, когда электрон движется под произвольным питч-углом к направлению внешнего постоянного однородного магнитного поля. Ниже будут найдены гармонический спектр частоты и электрическое поле рассеянной волны. Расчеты выполнены в неподвижной системе отсчета, при отсутствии среды.

1. Частота рассеянной волны

Будем считать мощность рассеиваемой волны такой, что поле волны является фактором малого возмущения. Тогда из уравнения Гамильтона-Якоби энергия электрона, движущегося с релятивистской скоростью v и импульсом p , в невозмущенном состоянии есть [5]

$$\varepsilon(p_{11}, I) = c \left(m^2 c^2 + p_{11}^2 + \frac{eBI}{\pi c} \right)^{1/2}. \quad (1)$$

Здесь m, e есть масса и заряд электрона, I — адиабатический инвариант. Всюду индексами 11 и $\perp$ будут отличаться проекции векторов соответственно вдоль и поперек магнитного поля напряженности $\mathbf{B}$. Векторы и составленные ими углы задаются в декартовой системе координат, причем $\mathbf{B} \uparrow z$.

Пусть на электрон падает квант первичной электромагнитной волны с частотой ω_0 и волновым вектором $\mathbf{k}_0 (\omega_0 = k_0 c)$. При взаимодействии состояние замагниченного электрона меняется и испускается квант вторичной волны с частотой ω и волновым вектором $\mathbf{k}$. Закон сохранения энергии для элементарного акта перехода

$$\varepsilon(p_{11}, I) + \hbar \omega_0 = \varepsilon(p_{11} + \hbar(k_{011} - k_{11}), I - \Delta I) + \hbar \omega, \quad (2)$$

где ΔI есть изменение адиабата. Здесь учитывался тот факт, что в магнитном поле имеет место закон сохранения только для продольных составляющих импульсов.

В дальнейшем ограничимся рассмотрением квазиклассического случая, когда выполняются условия:

$$\hbar \omega_0 \ll \varepsilon; \quad \hbar \omega \ll \varepsilon; \quad \Delta I \ll I; \quad B \ll B_0, \quad (3)$$

где $B_0 \simeq 4,4 \cdot 10^{13}$ Гс есть критическое значение магнитного поля [2, 5]. Применяя в этом пределе метод квантования по боровской теории, имеем

$$\Delta I = 2\pi \hbar n, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (4)$$

где n — изменение главного квантового числа большого значения при комптоновском переходе. Разлагая, согласно (3), уравнение (2) по малому параметру, из (1) и (4) получим

$$\omega - \omega_0 = (k_{11} - k_{011})v_{11} - n\omega_B, \quad (5)$$

где $\omega_B = eB/mc\gamma$ — электронная гирочастота, $\gamma = \varepsilon/mc^2$ — релятивистский фактор. Соотношение (5) есть важное условие резонанса при взаимодействии волн с электроном. Частота излучаемой волны:

$$\omega = \frac{\left| \omega_0 \left(1 - \frac{v}{c} \cos \chi \cos \vartheta_0 \right) - n\omega_B \right|}{1 - \frac{v}{c} \cos \chi \cos \vartheta}, \quad (6)$$

где χ есть питч-угол, ϑ_0 и ϑ — углы падения и испускания, составленные векторами $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{k}$ с вектором $\mathbf{B}$. Как видно, частота рассеянной волны зависит от многих параметров и задается комбинацией доплеровского смещения частоты и электронных синхротронных гармоник.

В частном случае $\chi = 0$, т. е. при движении вдоль $\mathbf{B}$, подставляя в (6) $n = 0$, переходим к известному выражению для частоты [6]. При этом в ультрарелятивистском пределе частота проявляет резкую

угловую анизотропию. В другом важном случае $\chi = \pi/2$, т. е. при вращении электрона в плоскости, перпендикулярной к $\mathbf{B}$, имеем

$$\omega = |\omega_0 - \pi\omega_B|. \quad (7)$$

Интересно, что в этом случае частота оказывается независимой от излучательных углов.

При $\chi \neq 0$ рассеяние сопровождается синхротронным излучением. Однако эти процессы разыгрываются независимо друг от друга и обладают разными физическими свойствами.

2. Поле рассеянной волны

Излучение вторичной волны можно интерпретировать также следующим образом. Под совместным воздействием электрического и магнитного полей первичной волны и внешнего магнитного поля электрон в пространстве совершает нестационарное дрейфовое перемещение вблизи невозмущенной траектории. Из-за появившегося ускорения испускается волна тормозного происхождения. Ввиду этого к изучению МКР вполне можно подойти с позиции тормозного излучения в некантованном магнитном поле [7].

Пусть на электрон падает плоская электромагнитная волна σ_0 -ой поляризации с электрическим вектором

$$\mathbf{E}^{(\sigma_0)}(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \left\{ e^{i\varphi_0} E_{\omega_0} \exp \left[i\omega_0 \left(\frac{\mathbf{n}_0 \mathbf{r}}{c} - t \right) \right] \right\}. \quad (8)$$

Здесь E_{ω_0} есть амплитуда поля, $e^{i\varphi_0}$ и $\mathbf{n}_0 = \mathbf{k}_0/k_0$ — единичные взаимно перпендикулярные векторы поляризации и направления волны:

$$\mathbf{n}_0 = \{\sin\theta_0, 0, \cos\theta_0\}, \quad (9)$$

$$e^{i\varphi_0} = \{-\cos\theta_0 \cos\varphi_0, \sin\varphi_0, \sin\theta_0 \cos\varphi_0\}$$

Здесь φ_0 есть поляризационный угол, составленный между проекцией $e^{i\varphi_0}$ и осью x .

Решая уравнение движения в низшем приближении теории возмущения, после ряда преобразований для фурье-образа дрейфообразного ускорения электрона находим:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_\omega = & \frac{e}{m\gamma} \frac{(1 - \mathbf{n}_1 \mathbf{v}/c)^2}{(1 - \mathbf{n}_1 \mathbf{v}/c)^2 - \omega_B^2/\omega^2} \left\{ \frac{i}{c^2} \frac{\omega_B}{\omega} \frac{1 - \mathbf{n}_1 \mathbf{v}/c}{(1 - \mathbf{n}_1 \mathbf{v}/c)^2 + \frac{\omega_B^2}{\omega^2} \left(\gamma^2 \frac{[\mathbf{n}_B \mathbf{v}]^2}{c^2} - 1 \right)} \right. \\ & \cdot \left([\mathbf{v} \mathbf{n}_B] + \frac{i\omega_B}{\omega} \frac{[\mathbf{n}_B [\mathbf{v} \mathbf{n}_B]]}{1 - \mathbf{n}_1 \mathbf{v}/c} \right) \left[(\mathbf{E}^{(\sigma_0)} \mathbf{v}) - i\gamma^2 \frac{\omega_B}{\omega} \frac{(\mathbf{v} [\mathbf{E}^{(\sigma_0)} \mathbf{n}_B])}{1 - \mathbf{n}_1 \mathbf{v}/c} \right. \\ & - \gamma^2 \frac{\omega_B}{\omega} \frac{(\mathbf{n}_B \mathbf{v})}{1 - \mathbf{n}_1 \mathbf{v}/c} \left((\mathbf{n}_B \mathbf{E}^{(0)}) - \frac{(\mathbf{v} \mathbf{E}^{(0)})(\mathbf{v} \mathbf{n}_B)}{c^2} \right) \left. \right] + \mathbf{E}^{(0)} - \frac{\mathbf{v}}{c^2} (\mathbf{v} \mathbf{E}^{(0)}) - \\ & - \frac{i\omega_B}{\omega} \frac{1}{1 - \mathbf{n}_1 \mathbf{v}/c} \left([\mathbf{n}_B \mathbf{E}^{(0)}] - \frac{(\mathbf{v} \mathbf{E}^{(0)})[\mathbf{v} \mathbf{n}_B]}{c^2} \right. \\ & \left. \left. - \frac{\omega_B^2}{\omega^2} \frac{\mathbf{n}_B}{(1 - \mathbf{n}_1 \mathbf{v}/c)^2} \left((\mathbf{n}_B \mathbf{E}^{(0)}) - \frac{(\mathbf{v} \mathbf{n}_B)(\mathbf{v} \mathbf{E}^{(0)})}{c^2} \right) \right] \right\}. \quad (10) \end{aligned}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$E^{(0)} = 2\pi E_{\omega_0} \left[e^{(z_0)} (1 - n_0 v/c) + \frac{n_0}{c} (v e^{(z_0)}) \right] e^{i(k_0 - k) r_0} \cdot e^{-i \frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\omega_B} \sin \psi} \sum_{n, n' = -\infty}^{\infty} I_{n'} \left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\omega_B} \right) I_{n-n'} \left(\frac{k_{0\perp} v_{\perp}}{\omega_B} \right) e^{i n' \psi} \cdot \delta(\omega - \omega_0 - (k_{\parallel} - k_{0\parallel}) v_{\parallel} - n \omega_B), \quad (11)$$

где $I_n(x)$ — функция Бесселя n -го порядка, $n_B = V/B$ и $n_1 = k/k$ — единичные векторы, r_0 — невозмущенный радиус-вектор электрона. ψ есть двугранный угол между плоскостями падения (k_0, B) и излучения (k, B) . Последний характеризует пространственную ориентацию плоскости поляризации вторичной волны. В (10) и (11) ради простоты начальные фазы исходной волны и вращения электрона приняты равными нулю. Кроме того, не учтена сила радиационного трения ввиду ее малости при $B \ll B_0$. Появившиеся на спектральной линии вблизи циклотронного резонанса $1 - n_1 v/c \approx \omega_B/\omega$ пиковые значения сверху ограничены в соответствии с условием $v^{(1)} \ll v$, где $v^{(1)}$ — возмущение скорости.

Электрическое поле рассеянной волны σ -ой поляризации можно найти согласно [6]:

$$E_{\omega}^{(\sigma)} = \frac{e}{c^2} \frac{e^{ikR}}{R} \frac{e^{(z)} (e^{(z)} [n_1 [(n_1 - v/c) w_{\omega}]]}{(1 - n_1 v/c)^2}, \quad (12)$$

где $e^{(z)}$ — единичный вектор поляризации, R — радиус-вектор точки наблюдения. Единичные взаимно перпендикулярные векторы задаются в следующем виде:

$$n_1 = \{\sin \theta \cos \psi, \sin \theta \sin \psi, -\cos \theta\}, \quad (13)$$

$$e^{(z)} = \{\cos \theta \cos \varphi \cos \psi - \sin \theta \sin \psi, \cos \theta \cos \varphi \sin \psi + \sin \theta \cos \psi, \sin \theta \cos \varphi\},$$

где φ — поляризационный угол вторичной волны, составленный между $e_{\perp}^{(z)}$ и $k_{\perp}$. Рассеяние характеризуется также углами, составленными вектором с v с k_0 и k , углом между k_0 и k , а также азимутальным углом вектора скорости. Связи между всеми характеристическими углами задаются при помощи формул косинусов и здесь не приводятся.

Представим вектор $e^{(z)}$ через сумму единичных взаимно перпендикулярных ортов для (p) - и (s) -поляризаций:

$$e^{(z)} = l_1 e^{(p)} + l_2 e^{(s)}, \quad (14)$$

где $e^{(s)} = [B n_1] / [B n_1]$, $e^{(p)} = [e^{(z)} n_1]$. Для получения этих ортов в (13) следует подставить соответственно $\varphi = \pi/2$ и $\varphi = 0$. В (14) берется $l_1 = 0$, $l_2 = 1$ для (s) - и $l_1 = 1$, $l_2 = 0$ для (p) -поляризованной волн. Таким же образом: $l_1 = l_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ для право- и $l_1 = -l_2 = 1/\sqrt{2}$ для лево-поляризо-

ванной круговой поляризации. Аналогично описанному мы поступим и при выборе единичного вектора $e^{(2)}$ рассеиваемой волны (9). В случае же, когда одна из волн или одновременно обе волны не поляризованы, сечение или спектральную интенсивность излучения следует усреднить по поляризаационным углам φ_0 и φ .

Таким образом, основная суть полученных результатов заключается в том, что с их помощью можно детально исследовать всевозможные комптоновские переходы волн любых поляризаций при рассеянии на замагниченном заряде с произвольными энергиями иpitch-углами. Для этой цели требуется выполнение дальнейших необходимых стандартных процедур при конкретно заданных физических параметрах и условиях задачи. В этом плане, несомненно, большой интерес представляет МКР на быстром заряде, вращающемся по окружности в перпендикулярной к B плоскости. Это есть предмет отдельного рассмотрения.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Пахольчик. Радиоастрофизика. М., Мир, 1973.
2. В. Л. Гинзбург. Теоретическая физика и астрофизика. М., Наука, 1987.
3. В. Ч. Жуковский, И. Херман. Вестник МГУ, физика и астрофизика, вып. 6, 671 (1970).
4. А. В. Акопян. Изв. АН Армении, Физика, 26, вып. 1, 3(1991).
5. А. А. Соколов, И. М. Тернов. Релятивистский электрон. М., Наука, 1983.
6. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теория поля. М., Наука, 1967.
7. А. В. Акопян. Изв. вузов, Радиофизика, 33, вып. 8, 930(1990).

ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ԱՆԻՔԻ ՄԱԳՆԻՏԱՔՈՄՓՈՆՅԱՆ ՑՐՄԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ա. Վ. ՀԱԿՈՔՅԱՆ

Աշխատանքում քվադրատական մոտավորությամբ զարգացված է հաշվարկի մեթոդ, արտաքին ոչ-քվանտացվող մագնիսական դաշտի նկատմամբ կամայական պիտչ-անկյան տակ ռելյատիվիստիկ արագությամբ շարժվող էլեկտրոնի վրա էլեկտրամագնիսական ալիքի ըմբիթոնյան ցրման համար: Ստացված են ցրված ալիքի հաճախության հարմոնիկ սպեկտրը և էլեկտրական դաշտը:

ON THE THEORY OF MAGNETO-COMPTON SCATTERING OF ELECTROMAGNETIC WAVE

A. V. HAKOPIAN

Method for calculation of Compton scattering of electromagnetic wave on the electron moving with relativistic velocity under arbitrary pitch angle to the external non-quantizing magnetic field is developed in the quasiclassical approximation. Frequency harmonic spectrum and electric field of the scattered wave are obtained.