

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН
В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ С АНИЗОТРОПНЫМ
ЗАПОЛНЕНИЕМС. Д. МАНУКЯН, **Р. И. МАРАБЯН**

Государственный инженерный университет Армении

(Поступила в редакцию 25 ноября 1993 г.)

Исследован волновод с анизотропным заполнением, когда снимается вырождение с доплеровского спектра излучателя. Показано, как с помощью мелкослоистого диэлектрика можно создать волновод с отрицательной групповой скоростью.

Особенностью прямоугольного волновода является вырождение его мод в том смысле, что постоянные распространения у ТЕ и ТМ мод оказываются совпадающими, что приводит к одинаковому частотному спектру излучения на этих модах. Вырождение мод прямоугольного волновода снимается, если его заполнение обладает анизотропными свойствами даже в простейшем случае, когда оптическая ось кристалла заполнения совпадает с осью волновода.

Ниже мы этот эффект рассмотрим для заполнения со свойствами одноосного кристалла, свойства которого описываются тензором с диагональными компонентами

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_2 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Возможность изменять компоненты тензора (1) в довольно широких пределах в СВЧ диапазоне представляется путем применения искусственных мелкослоистых диэлектриков. Последние представляют собой набор чередующихся диэлектрических слоев с постоянными

ϵ_a и ϵ_b толщиной соответственно a и b .

В этом случае

$$\epsilon_1 = \frac{a\epsilon_a + b\epsilon_b}{a+b}, \quad \epsilon_2 = \frac{\epsilon_a\epsilon_b(a+b)}{a\epsilon_b + b\epsilon_a}. \quad (2)$$

Так, если $a=b$; $\frac{\epsilon_a}{\epsilon_b}=4$, что довольно легко выполнить, то $\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}=1,5625$.

Близким к этим цифрам оказываются, например, на длине волны 3 см сапфир с $\epsilon_a=11$ и полистирол с $\epsilon_b=2,55$. Искусственный кристалл с этими параметрами будет иметь компоненты тензора $\epsilon_1=6,755$ и $\epsilon_2=4,14$ при $a=b$ и условии, что длина волны значительно больше a . Тангенс потерь здесь оказывается порядка 10^{-4} .

Будем описывать поле в таком волноводе через продольные по отношению к оси волновода составляющие электрического и магнитного вектора E_z и H_z , где ось Z совпадает с осью волновода, а его сечение определяется неравенствами $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$. Введенные таким образом потенциалы для ТМ и ТЕ мод волновода удовлетворяют соотношениям

$$\frac{\partial^2 E_{\omega z}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{\omega z}}{\partial y^2} + \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \cdot \frac{\partial^2 E_{\omega z}}{\partial z^2} + k^2 \epsilon_1 E_{\omega z} = 0, \quad (3)$$

$$\Delta H_{\omega z} + k^2 \epsilon_1 H_{\omega z} = 0.$$

Решения этих уравнений будем искать в виде

$$E_{\omega z} = \sum_n \psi_n(x, y) A_n l^{-l \gamma_n z}, \quad (4)$$

$$H_{\omega z} = \sum_n \hat{\psi}_n(x, y) \hat{A}_n l^{-l \gamma_n z}, \quad (5)$$

где $\psi_n(x, y)$ и $\hat{\psi}_n(x, y)$ — поперечные волновые функции волновода и определяются соотношениями:

$$\psi_n(x, y) = \psi_{nm}(x, y) = \sqrt{\frac{4}{ab}} \cdot \sin \frac{\pi n}{a} x \cdot \sin \frac{\pi m}{b} y,$$

$$\hat{\psi}_n(x, y) = \hat{\psi}_{nm}(x, y) = \sqrt{\frac{\epsilon_n \epsilon_m}{ab}} \cdot \cos \frac{\pi n}{a} x \cdot \cos \frac{\pi m}{b} y, \quad (6)$$

$$\epsilon_j = 2, \quad j \neq 0, \quad \epsilon_0 = 1;$$

$$\gamma_n = \left[\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \cdot \left(\frac{\omega^2}{c^2} \cdot \epsilon_2 - \lambda_n^2 \right) \right]^{1/2} \quad \text{для ТМ мод и} \quad (7)$$

$$\hat{\gamma}_n = \left[\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_1 - \lambda_n^2 \right]^{1/2} \quad \text{для ТЕ мод} \quad (8)$$

$$\text{и} \quad \lambda_n^2 = \hat{\lambda}_n^2 = \lambda_{nm}^2 = \left(\frac{\pi n}{a} \right)^2 + \left(\frac{\pi m}{b} \right)^2. \quad (9)$$

Из уравнений Максвелла можно показать, что поперечные составляющие полей следует писать в виде:

$$E_{\perp \omega}^{TM} = \sum_n \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \cdot \frac{\partial E_n}{\partial z} \cdot \nabla \psi_n(x, y), \quad (10)$$

$$H_{\perp \omega}^{TM} = \sum_n \frac{i \omega \epsilon_2}{c} \lambda_n^{-2} E [z_0 \nabla \psi_n(x, y)],$$

$$E_{\perp \omega}^{TE} = \frac{-i \omega}{c} \sum_n H_{\omega n} [z_0 \nabla \hat{\psi}_n(x, y)],$$

$$H_{\perp \omega}^{TE} = - \sum_n \hat{\lambda}_n^{-2} \frac{\partial H_{\omega n}}{\partial z} \nabla \hat{\psi}_n(x, y). \quad (11)$$

Нетрудно заметить, что поле ТЕ мод совпадает с соответствующим полем изотропного волновода при замене в (1) ϵ_1 на ϵ — диэлектрическую постоянную изотропного волновода. Последнее обстоятельство вполне понятно, так как поляризация ТЕ поля в волноводе соответствует обыкновенной волне в кристалле.

Поле же ТМ мод может обладать рядом особенностей. Рассмотрим, например, два довольно экзотических случая, когда одна из диэлектрических постоянных кристалла оказывается отрицательной.

Пусть, скажем, $\epsilon_2 < 0$. Такая возможность реализуется в электронной плазме, на которую наложено сильное магнитное поле ($\omega_H \gg \omega$, где ω_H — гиротропная частота плазмы). Здесь $\epsilon_1 = 1$ и $\epsilon_2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$,

где $\omega_p^2 = \frac{4\pi N e^2}{m}$; e , m — заряд и масса электрона, N — плотность электронов плазмы. Кроме того, подобная возможность может быть реализована в мелкослоистом диэлектрике (см. формулу (2)), в котором, скажем, $\epsilon_a = 1$, а $\epsilon_b = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$, т.е. плазменные слои чередуются с вакуумом. Нетрудно видеть из (2), что на частотах $\omega \ll \omega_p$ и при

$$|\epsilon_b| < \frac{a^2}{b^2} < \frac{1}{|\epsilon_b|}, \quad \epsilon_a = 1, \quad -1 < \epsilon_b < 0$$

ϵ_2 оказывается отрицательным.

Итак, в этом случае постоянная распространения для ТМ мод запишется в следующем виде:

$$\gamma_n = \left(\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_1 + \lambda_n^2 \cdot \left| \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \right| \right)^{1/2}. \quad (12)$$

Волновод с заполнением при $\epsilon_2 < 0$ и $\epsilon_1 > 0$ обладает необычными свойствами. Дело в том, что формально, как это видно из (12), у него нет критической частоты, обрезающей снизу спектр волн, которые могут распространяться по волноводу. Это приводит к тому, что фазовая скорость

$$U_\phi = \frac{\omega}{\gamma_n} = c \cdot \left(\epsilon_1 + \frac{\epsilon_1}{|\epsilon_2|} \cdot \frac{c^2 \lambda_n^2}{\omega^2} \right)^{-1/2} \quad (13)$$

меняется от нуля до предельного значения $\frac{c}{\sqrt{\epsilon_1}}$ (см. рис. 1).

Однако групповая скорость при отсутствии дисперсии у заполнения волновода

$$U_{gp} = \frac{d\omega}{d\gamma_n} = \frac{c^2}{\epsilon_1 v_\phi} \quad (14)$$

в низкочастотной области оказывается больше скорости света в вакууме. Такой нефизический результат возникает из-за пренебрежения



дисперсией диэлектрика. Область, где можно все еще не учитывать дисперсию, будет ограничена частотой, при которой $U_{gp} = c$, т. е. здесь необходимо вводить граничную частоту

$$\omega_{gp} = \frac{c\lambda_n}{(|\varepsilon_2|(\varepsilon_1 - 1))^{1/2}}, \quad (15)$$

и все рассмотрение оказывается справедливым при $\omega \gg \omega_p$.

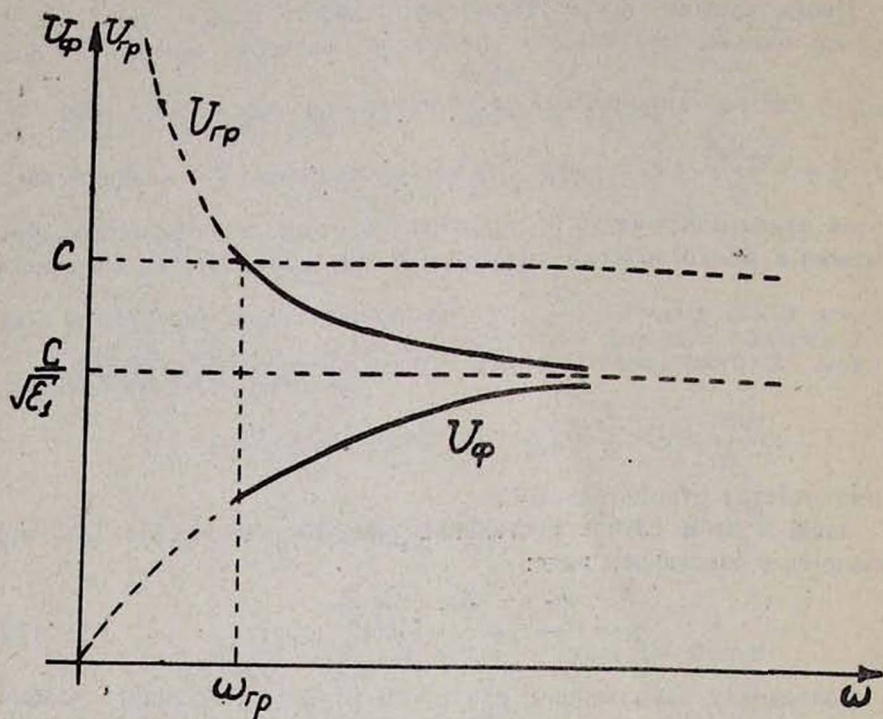


Рис. 1. Частотная зависимость фазовой скорости волны в волноводе с $\varepsilon_2 < 0$.

Заметим, однако, что во всех реальных случаях в области частот, где $\varepsilon_2 < 0$, дисперсия проявляется весьма существенным образом. Например, для сильно замагниченной плазмы $\varepsilon_2 < 0$ при $0 < \omega < \omega_p$. Графики фазовой и групповой скорости приведены на рис. 2.

Видно, что во всей области частот, где $\varepsilon_2 < 0$, $U_\phi < c$ и $U_{gp} < c$, и такой волновод не обладает критической частотой.

Пусть теперь $\varepsilon_1 < 0$ и $\varepsilon_2 > 0$. В этом случае волновод обладает отрицательной групповой скоростью. В самом деле, фазовая скорость в волноводе имеет вид

$$U_\phi^{(n)} = \frac{\omega}{\gamma_n} = c / \sqrt{\varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \cdot \left(\frac{c\lambda_n}{\omega} \right)^2}, \quad (16)$$

а групповая при отсутствии заметной дисперсии у заполнения волновода равна

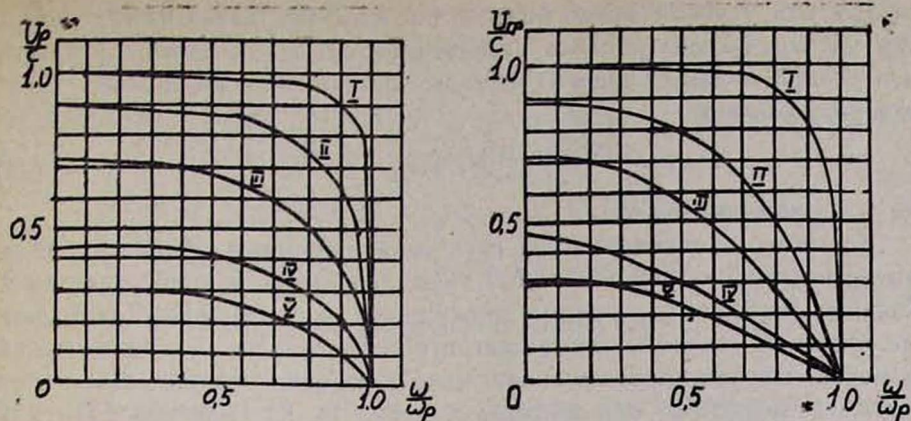


Рис. 2. Частотная зависимость фазовой и групповой скорости волны при $\varepsilon_2 < 0$ для $\zeta = \frac{\lambda_n c}{\omega_p}$: I— $\zeta=0,1$; II— $\zeta=0,5$; III— $\zeta=1$; IV— $\zeta=2$; V— $\zeta=3$.

$$U_{gp}^{(n)} = \frac{d\omega}{d\gamma_n} = \frac{c}{\varepsilon_1} \sqrt{\varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \cdot \left(\frac{c\lambda_n}{\omega}\right)^2}, \quad (17)$$

и $U_{\phi}^{(n)}$ и $U_{gp}^{(n)}$ обладают разными знаками. В этом случае постоянная распространения волновода

$$\gamma_n = \left[\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \cdot \left(\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 - \lambda_n^2 \right) \right]^{1/2} \quad (18)$$

действительна только в конечной частотной области $1 > \frac{\omega \sqrt{\varepsilon_2}}{c\lambda_n} > \frac{1}{\sqrt{1+|\varepsilon_1|}}$

и при отсутствии дисперсии у диэлектрика фазовая скорость U_{ϕ} n -ой моды, как это видно из (16), (17), связана с групповой скоростью U_{gp} соотношением

$$U_{\phi} U_{gp} = \frac{c^2}{\varepsilon_1}. \quad (19)$$

Возникает естественный вопрос, как реализовать среду с необходимыми свойствами. Одним из возможных вариантов представляется использование мелкослойной среды, как это рассматривалось выше. В самом деле, если заполнение волновода образовано из перемещающихся слоев диэлектрика, перпендикулярных оси волновода, с толщинами a и b , соответственно, с диэлектрическими проницаемостями ε_a и ε_b , то ε_1 и ε_2 определяются формулами (2). Из анализа (2) и требования

$$\varepsilon_1 < 0. \quad (20)$$

вытекает, что

$$\varepsilon_b > 0, \quad \varepsilon_a < -1, \quad \frac{\varepsilon_b + 1}{|\varepsilon_a| - 1} > \frac{b}{a} > \frac{|\varepsilon_a|}{\varepsilon_b}. \quad (21)$$

Все эти условия могут быть выполнены при заполнении, состоящем из чередующихся слоев диэлектрика с $\epsilon > 1$ и слоев холодной электронной плазмы, причем рабочая частота системы должна удовлетворять условию

$$\omega_{nk} < \sqrt{2} \omega_p, \quad (22)$$

где ω_p — плазменная частота.

Волновод с отрицательной групповой скоростью обладает рядом замечательных особенностей. Так, при генерации в нем излучения Вавилова-Черенкова зарядом, движущимся в продольном направлении, фазовая скорость электромагнитного излучения противоположна скорости частицы, что приводит к «обращению» конуса излучения Вавилова-Черенкова, как впервые отметил В. Е. Пафомов [1] для бесконечной среды; эффект Доплера в волноводе становится «обращенным» [2], когда спектр излучения по и против скорости излучателя меняются местами и т. д.

В заключение выражаем глубокую благодарность проф. Барсукову К. А. за ценные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Е. Пафомов. Докторская диссертация, ФИАН, 1957.
2. К. А. Барсуков. ЖЭТФ, 36, вып. 5, 1485 (1959).

ԱՆԻՋՈՏՐՈՊ ԼՅՎԱԾՔՈՎ ՈՒՂՂԱՆԿՅՈՒՆ ԱԼԻՔԱՏԱՐՈՒՄ
ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՏԱՐԱԾՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ս. Ջ. ՄԱՆՈՒԿՅԱՆ, **Ր. Ի. ՄԱՐԱԲՅԱՆ**

Հետազոտված է անիզոտրոպ լցվածքով ալիքատարը, երբ վերանում է հառադայթիլի դոպլերյան սպեկտրի ալյասերվածությունը: Ցույց է տրված, թե ինչպես բարակաշերտ մեկուսիչի օգնությամբ կարելի է ստեղծել բացասական խմբային արագությամբ ալիքատար:

ON THE PROPAGATION OF ELECTROMAGNETIC WAVES IN A RECTANGULAR WAVEGUIDE WITH ANISOTROPIC FILLING

S. J. MANOUKIAN, **R. I. MARABIAN**

The waveguide with anisotropic fillig is considered in the case when the radiator's Doppler spectrum degeneracy is removed. It is shown how a waveguide with negative group velocity can be created by means of a thin-layered insulator.