

УДК 537.50

КОМПОЗИЦИОННЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАСЧЕТОВ ДРЕЙФОВЫХ СКОРОСТЕЙ ЭЛЕКТРОНОВ В СМЕСЯХ ГАЗОВ В СЛАБОИОНИЗИРОВАННОЙ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЕ

Р. В. ЧИФЛИКЯН

НПО "Лазерная техника", ЕрГУ

(Поступила в редакцию 3 ноября 1993г.)

Получены простые универсальные композиционные формулы, связывающие дрейфовые скорости электронов в произвольных многокомпонентных смесях с дрейфовыми скоростями в однокомпонентных газах, составляющих смесь. Подход основан на том, что средняя энергия электронов является единственным параметром, определяющим транспортные характеристики электронов. Погрешности формул не превышают 5%.

1. Исследование кинетических характеристик электронов в слабоионизированной низкотемпературной плазме в многокомпонентных смесях газов представляет большой практический интерес - газовые лазеры, счетчики, усилители, изоляторы и т. п. [1]. Важнейшей составной частью этой задачи является определение транспортных параметров электронов, таких как коэффициенты диффузии, характеристические энергии, потоки тепла и частиц и, в частности, дрейфовые скорости электронов [2].

Традиционным методом решения является численное решение уравнения Больцмана с полным набором электрон-молекулярных упругих и неупругих сечений рассеяния [3]. Наряду с неоспоримыми преимуществами, у данного подхода существует ряд недостатков, каковыми являются в частности, отсутствие возможности пересчета результатов, полученных для одной смеси, для определения параметров другой, или же непропорциональное увеличение расчетного времени с увеличением числа компонентов смеси. Таким образом, становится актуальной задача использования данных о движении электронов в чистых газах в определении этих же данных в произвольной смеси, составленной из тех же газов. Аналогичный подход для определения дрейфовых скоростей ионов в смесях газов был предложен Бланком в 1908 году. Для электронов же этот подход в настоящее время реализован в очень ограниченном диапазоне энергий, близких к температуре газа, и только для газов, имеющих одинаковую энергетическую зависимость сечений рассеяния (более подробно см. в [4] и в приведенных там ссылках). Целью настоящей работы является вывод композиционных формул, связывающих дрейфовые скорости электронов в произвольных смесях и в составляющих их чистых газах в широком диапазоне изменений средних энергий электронов.

2. Уравнение Больцмана для определения функции распределения электронов по энергиям (ФРЭЭ) в бесконечной, однородной и стационарной плазме в двухчленном приближении имеет вид [3]:

$$\frac{1}{3} \left(\frac{E}{N} \right)^2 \frac{d}{d\varepsilon} \left(\frac{\varepsilon}{\sum \delta_j Q_j} \frac{df}{d\varepsilon} \right) + \frac{d}{d\varepsilon} \left(\sum \frac{2m}{M_j} Q_j \varepsilon^2 f \right) + \sum \delta_j \left[(\varepsilon + \varepsilon_{jk}) f(\varepsilon + \varepsilon_{jk}) Q_{jk}(\varepsilon + \varepsilon_{jk}) - \varepsilon f(\varepsilon) Q_{jk}(\varepsilon) \right] = 0 \quad (1)$$

Здесь m , M_j - массы электрона и молекулы, соответственно; $\delta_j = N_j/N$ - парциальное давление j -ой компоненты, где N и N_j - плотности всей смеси и компоненты, соответственно; E - напряженность электрического поля; ε - текущее значение энергии электрона; $Q_j(\varepsilon)$ - транспортное сечение столкновения электрона с молекулой сорта j ; $Q_{jk}(\varepsilon)$ - эффективное сечение неупругого процесса столкновения электрона с молекулой; ε_{jk} - энергия, теряемая электронами при неупругом процессе возбуждения k -ого уровня j -ой молекулы, находящейся до столкновения в основном состоянии. В записи (1) предполагается, что температура газа $T \ll U$, где U - средняя энергия электронов, и при этом колебательной температурой молекул и процессами девозбуждения пренебрегаем. Решение уравнения (1) ищется при условии $\varepsilon_{jk} \ll \varepsilon \ll I_{пор}$, где $I_{пор}$ - пороговая энергия ионизационных процессов, что позволяет учитывать процессы упругого рассеяния, вращательного и колебательного возбуждений и пренебречь процессами электронного возбуждения, диссоциации и ионизации [5]. Разлагая выражение в квадратной скобке в ряд Тейлора, после стандартных интегрирований для ФРЭЭ получаем следующее выражение:

$$f(x) = A \cdot \exp \left(- \int_0^x \psi(t) dt \right), \quad (2)$$

$$\psi(x) = \xi^2 x \left(\sum \delta_j \tilde{Q}_j \right) \left(\sum \delta_j \mu_j^* \tilde{Q}_j^* \right) \quad (3)$$

Здесь $x = \varepsilon/\varepsilon_0$, $\varepsilon_0 = 1$ эВ, $\mu_j = 2m/M_j$, $\tilde{Q}_j(x) = Q_j / Q_0$, $Q_0 = 10^{-16} \text{ см}^2$, $Q_{jk}(x) = Q_{jk}/Q_0$, $\tilde{\varepsilon}_{jk} = \varepsilon_{jk} / \varepsilon_0$, $\xi = (\sqrt{3} Q_0 N \varepsilon_0) / eE$, $\mu_j^* \tilde{Q}_j^* = \mu_j \tilde{Q}_j + \frac{1}{x} \sum \tilde{\varepsilon}_{jk} \tilde{Q}_{jk}$; e - заряд электрона.

Воспользовавшись условиями нормировки ФРЭЭ [2]

$$\int_0^{\infty} x^{1/2} f(x) dx = 1,$$

выражением для средней энергии

$$U = \int_0^{\infty} x^{3/2} f(x) dx$$

и выражением для дрейфовой скорости электронов

$$W = -\frac{1}{3} \left(\frac{E}{N} \right) \left(\frac{2e}{m} \right)^{1/2} \int_0^{\infty} \frac{x}{\sum \delta_j Q_j} \frac{df}{dx} dx,$$

с учетом $F(x) = \exp\left(-\int_0^x \psi(t) dt\right)$, после несложных преобразований получаем

$$U = \frac{\int_0^{\infty} x^{3/2} F(x) dx}{\int_0^{\infty} x^{1/2} F(x) dx}, \quad (4)$$

$$W = \left(\frac{2\varepsilon_0}{3m} \right)^{1/2} \frac{1}{\xi} \frac{\int_0^{\infty} x \psi(x) F(x) \sum \delta_j \tilde{Q}_j dx}{\int_0^{\infty} x^{1/2} F(x) dx}. \quad (5)$$

С целью дальнейшего упрощения предполагаем степенную зависимость сечений \tilde{Q}_j и \tilde{Q}_j^* от x : $Q_j = \tilde{Q}_{0j} x^{\alpha_j}$ и $Q_j^* = \tilde{Q}_{0j}^* x^{\beta_j}$. Обоснование таких аппроксимаций проводится в [5]. Как будет видно из нижеследующих примеров, данные ограничения не являются существенными. Расчет по (4) и (5) для первой компоненты бинарной смеси при выполнении условия $\alpha_j = \beta_j = \alpha_1$ и $\tilde{Q}_{0j} = \tilde{Q}_{0j}^* = Q_1$ приводит к виду:

$$U = \left(\frac{Q_1^2 \mu_1 \xi_1^2}{2\alpha_1 + 2} \right)^{-\frac{1}{2\alpha_1 + 2}} \cdot \Gamma\left(\frac{2.5}{2\alpha_1 + 2}\right) / \Gamma\left(\frac{1.5}{2\alpha_1 + 2}\right), \quad (6)$$

$$W_1 = W_0 \xi_1 \mu_1 Q_1 \left(\frac{Q_1^2 \mu_1 \xi_1^2}{2\alpha_1 + 2} \right)^{-\frac{\alpha_1 + 1.5}{2\alpha_1 + 2}} \cdot \Gamma\left(\frac{\alpha_1 + 3}{2\alpha_1 + 2}\right) / \Gamma\left(\frac{1.5}{2\alpha_1 + 2}\right), \quad (7)$$

где $W_0 = (2\varepsilon_0/3m)^{1/2}$. Аналогичный вид имеет и выражение для второй компоненты, получаемое заменой индекса "1" на "2".

В бинарной смеси аналоги этих формул имеют следующий вид:

$$U = \left(\frac{M_1 \xi^2}{2\alpha + 2} \right)^{-\frac{1}{2\alpha + 2}} \cdot \Gamma\left(\frac{2.5}{2\alpha + 2}\right) / \Gamma\left(\frac{1.5}{2\alpha + 2}\right), \quad (8)$$

$$W = W_0 \xi \left(\delta_1 \mu_1 Q_1 + \delta_2 \mu_2 Q_2 \right) \left(\frac{M_1 \xi_1^2}{2\alpha + 2} \right)^{\frac{\alpha + 1.5}{2\alpha + 2}} \cdot \Gamma \left(\frac{\alpha + 3}{2\alpha + 2} \right) / \Gamma \left(\frac{1.5}{2\alpha + 2} \right), \quad (9)$$

где $M_1 = \delta_1^2 \mu_1 Q_1^2 + \delta_2^2 \mu_2 Q_2^2 + \delta_1 \delta_2 Q_1 Q_2 (\mu_1 + \mu_2)$. При выводе (9) предполагалось, что $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$. Решаем уравнения (6) и (7) относительно Q_1 и μ_1 (соответственно для второй компоненты относительно Q_2 и μ_2) и подставляем их в (8) и (9). После простых, но громоздких вычислений, которые здесь опущены, с учетом $E \sim \xi^{-1}$ получаем:

$$E = \sqrt{(\delta_1 E_1 W_1 + \delta_2 E_2 W_2) (\delta_1 E_1 / W_1 + \delta_2 E_2 / W_2)}, \quad (10)$$

$$W = \sqrt{\frac{\delta_1 E_1 W_1 + \delta_2 E_2 W_2}{\delta_1 E_1 / W_1 + \delta_2 E_2 / W_2}}, \quad (11)$$

где $E_{1,2} = E_{1,2}(U)$, $W_{1,2} = W_{1,2}(U)$, $E = E(U)$, $W = W(U)$. Здесь очень важным является то, что все значения полей и скоростей берутся при одном и том же значении U . В формулах (10) и (11) и ниже под E , E_1 и E_2 подразумеваются приведенные значения E/N , выраженные в Тд ($1 \text{ Тд} = 10^{17} \text{ В}\cdot\text{см}^2$), а под W - скорости электронов в единицах 10^5 см/с .

Как легко видеть, для N -компонентной смеси формулы (10) и (11) имеют, соответственно, вид:

$$E = (AB)^{1/2} \text{ и } W = (A/B)^{1/2}, \quad \text{где } A = \sum_{j=1}^N \delta_j E_j W_j, \text{ а } B = \sum_{j=1}^N \delta_j E_j / W_j.$$

3. Точность полученных формул оценим из сравнения с результатами других работ. Выбор соотношений компонент в каждой из нижеприведенных смесей производился таким образом, чтобы погрешности формул были бы максимальными.

Используемые в таблице 1 для расчета E_n и W_n по формулам (10) и (11) зависимости $E_{1,2} = E_{1,2}(U)$ и $W_{1,2} = W_{1,2}(U)$ для He брались из [6], а для H_2 - из [7]. Восстановленные по формулам (10) и (11) зависимости W_n в смеси $\text{He}:\text{H}_2 = 0.9:0.1$ сравнивались с результатами W_T из [8]. Как видно, погрешность восстановленных параметров не превышает 5%. Ошибки рассчитывались по формуле $E_{\pi} = [(W_n - W_T) / W_T] \cdot 100\%$.

Таблица 1. Результаты восстановления дрейфовых скоростей электронов в смеси $\text{He}:\text{H}_2 = 0.9:0.1$

U , эВ	1.1	2.0	3.0	5.0
E_n , Тд	5.01	9.30	13.9	30.0
W_n , 10^5 см/с	14.8	21.7	29.1	60.1
W_T , 10^5 см/с	15.5	22.0	28.6	59.4
E_{π} , %	-4.5	-1.4	1.7	1.2

В табл. 2 зависимости $E_{1,2} = E_{1,2}(U)$ и $W_{1,2} = W_{1,2}(U)$ для Ag брались из [1], а для Kl - из [9]. Сравнение проводилось с результатами, полученными для

смеси $Ar:Kr=0.95:0.05$ [10].

Таблица 2. Результаты восстановления дрейфовых скоростей электронов в смеси $Ar:Kr=0.95:0.05$.

U , эВ	2.5	2.7	2.9	3.0
E_v , ТД	1.07	1.24	1.45	1.55
W_v , 10^5 см/с	2.98	3.09	3.21	3.26
E_T , ТД	1.12	1.29	1.46	1.55
W_T , 10^5 см/с	3.11	3.23	3.35	3.41
$E_{\text{пр}}$, W, %	-4.1	-4.3	-4.2	-4.4
$E_{\text{пр}}$, E, %	-4.4	-3.9	-0.7	0

В таблице 3 проводится сравнение $W_{\text{др}}$, полученных нами численным счетом уравнения Больцмана для смеси $Ar:N_2=99:1$ и по предлагаемым формулам (10) и (11). Параметры для N_2 выбирались близкими к [11], а для Ar - к [1]. Здесь в первой строке приводятся 4 значения средних энергий электронов; во второй и третьей строчках даны рассчитанные для чистого Ar значения E и W ; в 4-й и 5-й строчках аналогичные расчеты для N_2 ; в 6-й и 7-й расчет по предлагаемым формулам (10) и (11), где в качестве базисных выбираются результаты из строчек 2-5; в 8-й и 9-й - результаты численного счета; в 10-й и 11-й строчках ошибки формул (10) и (11) для W и E , соответственно. Следует особо отметить, что согласно результатам табл. 3 четко зафиксирован эффект отрицательной дифференциальной проводимости [12] как по точным расчетам, так и по формулам (10) и (11).

Таблица 3. Результаты сравнения численного счета уравнения Больцмана и формул (10) и (11) в смеси $Ar:N_2=99:1$.

	U , эВ	1.5	2.0	2.5	3.0
Ar	E_1 , ТД	0.374	0.674	1.065	1.548
	W_1 , 10^5 см/с	2.346	2.707	3.026	3.313
N_2	E_2 , ТД	62.45	78.71	94.19	109.1
	W_2 , 10^5 см/с	71.01	85.42	98.57	110.8
Смесь по (10) - (11)	E_v , ТД	2.744	4.202	5.864	7.713
	W_v , 10^5 см/с	16.47	16.43	16.38	16.33
Смесь, уравнение Больцмана	E_T , ТД	2.599	3.973	5.541	7.287
	W_T , 10^5 см/с	16.83	16.81	16.77	16.73
Ошибка для (10) - (11)	$E_{\text{пр}}$, E, %	5.3	5.5	5.5	5.5
	$E_{\text{пр}}$, W, %	2.10	2.26	2.34	2.39

Таким образом, предлагаются простые выражения (10) и (11), связывающие дрейфовые скорости электронов в многокомпонентных смесях с дрейфовыми скоростями в чистых газах, образующих данную смесь. Связующим звеном является условие, что средняя энергия электронов является единственным параметром, определяющим дрейфовые скорости электронов. Существенной особенностью формул (10) и (11) является отсутствие

необходимости в знании ФРЭЭ для расчета $W_{др}$, хотя сам вид ФРЭЭ может резко изменяться от газа к газу. Проведенные сравнения с экспериментами и численными расчетами однозначно указывают на то, что ограничения, установленные на характер поведения сечений ни в коей мере не влияют на общность полученных формул. Область практического применения этих формул практически охватывает диапазон энергий электронов от 1 эВ вплоть до 5-6 эВ.

Автор благодарит А. В. Елецкого за обсуждение ряда вопросов.

ЛИТЕРАТУРА

1. S. R. Hunter, L. G. Christophorou, J. Chem. Phys., **80**, 6150 (1984).
2. Л. Хаксли, Р. Кромптон Диффузия и дрейф электронов в газах. М., 1977, с. 672.
3. L. S. Frost, A. V. Phelps. Phys., Rev., **127**, 1621 (1962).
4. Z. L. Petrovic, Austr. J. Phys., **39**, 249 (1986).
5. А. Б. Елецкий. Физика плазмы. **3**, 657 (1977).
6. K. Masek, V. Kralikova, J. Skala, Cz. J. Phys., **30**, 885 (1980).
7. P. Michael, S. Pfau, R. Winkler, Beitr. Plasm., **18**, 131 (1978).
8. А. Б. Демьянов, Н.А. Дятко, И.Б. Кочетов и др. ЖТФ, **58**, 6150 (1988).
9. A. J. Davies, J. Dutton, G.J. Evans, J. Phys. D., **17**, 287 (1984).
10. Н. Л. Александров, А.М. Кончаков, А.П. Напартович и др.. В кн.: "Химия плазмы", вып 11, М., 1984., с. 3-45.
11. H. Brunet, P. Vincent, J.R. Serra, Appl. Phys., **54**, 4951 (1983).
12. А. П. Напартович, А.Н. Старостин. В кн.: "Химия плазмы", вып. 6, М., 1979, с. 153-208.

COMPOSITIONAL FORMULAE FOR CALCULATION OF THE DRIFT VELOCITIES OF ELECTRONS IN GAS MIXTURES IN WEAK-IONIZED LOW-TEMPERATURE PLASMA

R. V. CHIFLIKIAN

Universal formulae, which connect together the drift velocities of electrons in arbitrary mixtures with those in pure gases, composing those mixtures, are obtained. The mean energy of electrons is considered as the only parameter determining the transport characteristics of electrons. The errors of the offered formulae do not exceed 5%.

ԿՈՍՊՈԶԻՑԻՈՆ ԲԱՆԱԶԵՎԵՐ ԹՈՒՅԼ ԻՈՆԻԶԱՑՎԱԾ ՑԱԾՐԱՍՏԻՃԱՆԱՅԻՆ
ՊԼԱՋԱՍԱՅՈՒՄ ԳԱԶԵՐԻ ԽԱՌՆՈՒՐՂՆԵՐՈՒՄ ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐԻ ԴՐԵՅՖԱՅԻՆ
ԱՐԱԳՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՀԱՇՎԱՐԿՄԱՆ ՀԱՄԱՐ

Ո.Վ. ՉԻՖԼԻԿՅԱՆ

Ստացված են ունիվերսալ բանաձևեր, որոնք իրար են կապում էլեկտրոնների դրեյֆային արագությունները ցանկացած բազմակոմպոնենտ խառնուրդներում և այդ խառնուրդները կազմող միակոմպոնենտ գազերում: Էլեկտրոնների միջին էներգիան դիտարկվում է որպես նրանց տրանսպորտային բնութագրերը նկարագրող միանշանակ պարամետր: Ստացված բանաձևերի սխալը չի գերազանցում 5%: