

ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛН  
В ОДНООСНОМ ДИЭЛЕКТРИКЕ

Г.Г.КАРАПЕТЯН

(Поступила в редакцию 20 октября 1993г.)

Рассмотрено излучение электростатических волн точечным зарядом, движущимся с постоянной скоростью по оси одноосного диэлектрика. Исследованы характеристики излучения на основе решения неоднородных уравнений электростатики.

В анизотропных диэлектриках могут существовать электромагнитные волны, описываемые уравнениями электростатики

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi\rho, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = 0. \quad (1)$$

В настоящей работе исследуются такие волны, возникающие при движении точечного заряда  $e$  с постоянной скоростью  $v \ll c$  по оси  $z$  одноосного диэлектрика. При этом запаздывающие члены в уравнениях Максвелла малы и применение (1) оправдано. В дальнейшем эти волны условно называются электростатическими (ЭСВ).

Для решения (1) воспользуемся разложением Фурье по плоским волнам. После соответствующих преобразований получаем

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad} \phi, \quad (2)$$

$$\phi = -\frac{e}{v} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[ i\omega \left( \frac{z}{v} - t \right) \right] \left[ \int_0^{\infty} \frac{J_0(\chi r) \chi d\chi}{\chi^2 + \frac{\epsilon_z(\omega)\omega^2}{\epsilon_r(\omega)v^2}} \right] \frac{d\omega}{\epsilon_r(\omega)}. \quad (3)$$

Здесь  $\epsilon_r(\omega)$  и  $\epsilon_z(\omega)$  - поперечная и продольная компоненты тензора диэлектрической проницаемости,  $J_0$  - функция Бесселя.

Из (3) следует, что излучение ЭСВ происходит на частотах, где одна из компонент тензора диэлектрической проницаемости  $\epsilon_r(\omega)$  или  $\epsilon_z(\omega)$  отрицательна. Ниже полагаем это условие выполняющимся. При вычислении внутреннего интеграла в (3) учтем местоположение полюса относительно действительной оси. Задавая малое поглощение в диэлектрике, можно показать, что малая мнимая часть полюса положительна при  $\epsilon_z(\omega) > 0$ ,  $\omega > 0$  или при  $\epsilon_z(\omega) < 0$ ,  $\omega < 0$  и отрицательна при  $\epsilon_z(\omega) > 0$ ,  $\omega < 0$  или  $\epsilon_z(\omega) < 0$ ,  $\omega > 0$ . С учетом этого найдем для потенциала ЭСВ:

$$\varphi = \frac{e}{v_0} \left[ \cos \omega \left( \frac{z}{v} - t \right) N_0 \left( \frac{\alpha \omega r}{v} \right) \pm \sin \omega \left( \frac{z}{v} - t \right) I_0 \left( \frac{\alpha \omega r}{v} \right) \right] \frac{d\omega}{\epsilon_r(\omega)}, \quad (4)$$

где  $\alpha = \sqrt{-\epsilon_z(\omega)/\epsilon_r(\omega)}$ ,  $N_0$  - функция Неймана, верхний и нижний знаки здесь и везде ниже соответствуют случаям  $\epsilon_z(\omega) > 0$  и  $\epsilon_z(\omega) < 0$ .

Если пренебречь дисперсией диэлектрика, полагая  $\epsilon = \text{const}$ , то можно проинтегрировать (4) и получить следующее наглядное выражение пространственно-временного распределения потенциала ЭСВ:

$$\varphi = -\frac{e}{2\epsilon_r} \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{(z-vt)^2 - \alpha^2 r^2}}, & \text{при } z < vt - \alpha r, \epsilon_z > 0, \\ \text{при } z > vt + \alpha r, \epsilon_z < 0, \\ 0 & \text{при } z > vt - \alpha r, \epsilon_z > 0, \\ \text{при } z < vt + \alpha r, \epsilon_z < 0. \end{cases} \quad (5)$$

Полученная формула описывает коническую ЭСВ, распространяющуюся при  $\epsilon_z > 0$  позади, а при  $\epsilon_z < 0$  впереди заряда в конусе с вершиной в точке нахождения заряда (конус излучения). На самом конусе  $\varphi$  обращается в бесконечность. Это обусловлено предположением о постоянстве  $\epsilon$ , ввиду чего интегрирование в (4) мы провели в бесконечном интервале частот. В действительности условие излучения  $\alpha^2 > 0$  выполняется в конечном интервале частот, интегрирование по которому даст вместо (5) более сложное, но конечное выражение  $\varphi$ . Из эквипотенциальности конуса излучения следует, что электрическое поле ЭСВ перпендикулярно конусу (магнитное поле, очевидно, пренебрежимо мало).

Из (4) запишем компоненты волнового вектора отдельной парциальной волны частоты  $\omega$ :

$$k_z = \frac{\omega}{v}, \quad k_r = \pm \frac{\alpha \omega}{v}, \quad k_z^2 + k_r^2 = \frac{\omega^2}{v^2} (1 + \alpha^2), \quad (6)$$

откуда для компонент фазовой  $v^\Phi$  и групповой  $v^{гп}$  скорости получим

$$v_z^\Phi = v, \quad v_r^\Phi = \pm \frac{v}{\alpha}, \quad v_z^{гп} = \frac{v}{\omega \alpha \alpha'}, \quad v_r^{гп} = \pm \frac{v}{\omega \alpha'}, \quad \alpha' \equiv \frac{\partial \alpha}{\partial \omega}. \quad (7)$$

Анализ (7) показывает, что всегда  $v_r^{гп} > 0$ . Это указывает на поток энергии ЭСВ, направленный от заряда, подтверждая наличие излучения. Причем, при  $\epsilon_z > 0$  направление потока энергии составляет острый угол  $\theta_1 = \text{arctg} \alpha$  с осью  $z$ , а при  $\epsilon_z < 0$  - тупой ( $\theta_2 = \pi - \theta_1$ ). Волновой вектор и фазовая скорость также

направлены при  $\epsilon_z > 0$  под острым углом  $\vartheta_1 = \text{arccotg} \alpha = \frac{\pi}{2} - \theta_1$  к оси  $z$ , а при  $\epsilon_z < 0$  - под тупым ( $\vartheta_2 = \pi - \vartheta_1 = \frac{\pi}{2} + \theta_1$ ). Таким образом, ЭСВ в отличие от обычных электромагнитных волн могут распространяться лишь под определенным углом к оси диэлектрика, зависящим от величины  $\alpha$ . При этом фазовая и групповая скорости прямо пропорциональны скорости источника. Это позволяет получить малые по сравнению со скоростью света в диэлектрике величины групповой скорости ЭСВ, определенным образом создавая возбуждающие структуры. Таким образом, возможны применения медленных ЭСВ для обработки высокочастотных сигналов по примеру устройств на акустических волнах в пьезоэлектриках.

Используя (4), вычислим энергию излучения  $W$  как работу силы, действующей на заряд со стороны ЭСВ:

$$\frac{dW}{dt} = -eE_z v = \frac{e^2}{v} \int_{\Delta} \frac{\omega d\omega}{|\epsilon_r(\omega)|} \quad (8)$$

Здесь  $\Delta$  - область частот, где выполняется условие излучения  $\alpha^2 > 0$ . Это же выражение получается при интегрировании вектора Пойнтинга по поверхности цилиндра, окружающего траекторию заряда.

С уменьшением  $v$ , согласно (7), уменьшается и длина волны излучения, которая однако не может стать меньше, чем размер характерной неоднородности среды  $a$ . Поэтому скорость заряда в (8) ограничена снизу величиной  $v_{\min} \sim a\omega_{\min}$ .

Отметим, что по своей природе ЭСВ аналогичны магнитостатическим волнам в ферритах. Последние, как известно [1], являются волнами намагниченности и существуют на частотах, где поперечные диагональные компоненты тензора магнитной проницаемости феррита отрицательны. Аналогично, ЭСВ являются специфическими волнами поляризации, существующими на частотах, где  $\alpha^2 > 0$ . Следуя этой аналогии, можно предположить, что ЭСВ возможны в полярных диэлектриках, наэлектризованных внешним электрическим полем.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. Г. Гуревич. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. М. Наука, 1973.

#### RADIATION OF ELECTROSTATIC WAVES IN AN UNIAXIAL DIELECTRIC

G.G.KARAPETYAN

Radiation of electrostatic waves in an uniaxial dielectric is considered. On the basis of solutions of inhomogeneous equations of electrostatics the characteristics of radiation were studied.