

СВОЙСТВА СИММЕТРИИ ДВУХФОТОННОГО СОСТОЯНИЯ

В. Е. МКРТЧЯН, В. О. ЧАЛТЫКЯН

Институт физических исследований НАН Армении

(Поступило в редакцию 30 августа 1993 г.)

Анализируются свойства симметрии системы двух фотонов, находящихся в смешанном поляризационном состоянии, по отношению к пространственным вращениям и инверсии.

Вопросы симметрии «чистого» двухфотонного состояния относительно пространственных вращений и инверсии были рассмотрены Янгом в связи с проблемой двухфотонной аннигиляции позитрония и мезонов [1].

Как следует из общих принципов квантовой механики (см., напр., [2]) фотоны, рожденные в процессе аннигиляции, находятся в «чистом» квантовом состоянии, т. е. им можно приписать одну определенную волновую функцию. Однако в общем случае излучатель после акта испускания не исчезает и, следовательно, волновой функцией обладает система «излучатель+фотоны», а обе подсистемы («излучатель» и «фотоны») находятся, вообще говоря, в «смешанном» квантовом состоянии, которое описывается матрицей плотности.

В работе авторов [3] была введена поляризованная матрица системы двух фотонов и были проанализированы всевозможные поляризационные состояния этой системы.

В связи с развитием атомной двухфотонной поляризационной спектроскопии возникает естественная необходимость обобщения задачи, поставленной Янгом в [1], на случай смешанных квантовых состояний поляризации. Этому посвящена настоящая работа.

Согласно работе [3], наиболее общий вид поляризационной матрицы плотности системы двух фотонов с импульсами $\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b$ есть

$$\hat{\rho}^{(a,b)} = \frac{1}{4} \left\{ \hat{I}^{(a)} \otimes \hat{I}^{(b)} + \xi^{(a)} \hat{\sigma}^{(a)} \otimes \hat{I}^{(b)} + \xi^{(b)} \hat{I}^{(a)} \otimes \hat{\sigma}^{(b)} + \sum_{i,j} \zeta_{ij} \hat{\sigma}_i^{(a)} \otimes \hat{\sigma}_j^{(b)} \right\}, \quad (1)$$

где $\hat{I}^{(a),(b)}$, $\hat{\sigma}_i^{(a),(b)}$ — единичные матрицы и матрицы Паули, действующие в пространстве поляризации фотонов a и b соответственно, векторы $\xi^{(a),(b)}$ являются векторами Стокса соответствующих фотонов. Матрица ζ_{ij} описывает корреляцию поляризаций фотонов a и b .

Следуя работе [1], будем рассматривать свойства симметрии (1) в системе центра инерции фотонов ($\mathbf{k}_a = -\mathbf{k}_b = \mathbf{k}$).

Симметричность состояния, описываемого матрицей $\hat{\rho}$, относительно преобразования $\hat{U}$ выражается условием

$$[\hat{\rho}, \hat{u}] = 0. \quad (2)$$

В выбранной системе отсчета, где импульсы фотонов равны по величине и противоположны по направлению, существуют три преобразования, оставляющих неизменным расположение импульсов: вращение вокруг вектора $\mathbf{k}$ на угол φ , вращение на угол π вокруг произвольной оси, перпендикулярной $\mathbf{k}$ и преобразование инверсии (операторы $\hat{R}_\varphi$, $\hat{R}_\pi$, $\hat{P}$ соответственно). Как показано в работе [1], эти преобразования действуют на однофотонное состояние $|k, \lambda\rangle$ (с определенной спиральностью $\lambda = \pm 1$) следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{R}_\varphi |k, \lambda\rangle &= e^{-i\lambda\varphi} |k, \lambda\rangle, \\ \hat{R}_\pi |k, \lambda\rangle &= e^{i\lambda\varphi} |-k, \lambda\rangle, \\ \hat{R}_\pi |k, \lambda\rangle &= |-k, \lambda\rangle, \\ \hat{P} |k, \lambda\rangle &= |-k, -\lambda\rangle, \\ (\lambda &= \pm 1). \end{aligned}$$

Отсюда легко найти вид операторов $\hat{R}_\varphi$, $\hat{R}_\pi$, $\hat{P}$, действующих в поляризационном пространстве системы двух фотонов:

$$\begin{aligned} \hat{R}_\varphi &= \cos^2 \varphi \hat{I}^{(a)} \otimes \hat{I}^{(b)} + \sin^2 \varphi \hat{\sigma}_2^{(a)} \otimes \hat{\sigma}_2^{(b)} + \sin \varphi \cos \varphi [\hat{I}^{(a)} \otimes \hat{\sigma}_2^{(b)} - \hat{\sigma}_2^{(a)} \otimes \hat{I}^{(b)}], \\ \hat{R}_\pi &= \frac{1}{2} \{ \hat{I}^{(a)} \otimes \hat{I}^{(b)} + \hat{\sigma}^{(a)} \otimes \hat{\sigma}^{(b)} \}, \\ \hat{P} &= \frac{1}{2} \{ \hat{I}^{(a)} \otimes \hat{I}^{(b)} + \hat{\sigma}_3^{(a)} \otimes \hat{\sigma}_3^{(b)} - \hat{\sigma}_1^{(a)} \otimes \hat{\sigma}_1^{(b)} - \hat{\sigma}_2^{(a)} \otimes \hat{\sigma}_2^{(b)} \}. \end{aligned} \quad (3)$$

Преобразования (3) будут преобразованием симметрии в поляризационном пространстве, если выполняются условия (2), где $\hat{u}$ — операторы (3). Они налагают на поляризационные параметры $\xi_j^{(a),(b)}$, ζ_{ij} дополнительные условия. Так, вычисления показывают, что система двух фотонов обладает симметрией относительно $\hat{R}_\varphi$, если отличны от нуля лишь следующие параметры; $\xi_2^{(a)}$, $\xi_2^{(b)}$, ζ_{22} . Причем собственные значения оператора $\hat{R}_\varphi(1, e^{\pm i2\varphi})$ достигаются при $\zeta_{22} = 1$, $\xi_2^{(a)} = \xi_2^{(b)}$ и $\xi_2^{(b)} = -\xi_2^{(a)} = \pm 1$, $\zeta_{22} = -1$ соответственно.

Условие (2) для оператора $\hat{R}_\pi$ требует симметричности матрицы ζ ($\zeta_{ij} = \zeta_{ji}$) и равенства соответственных параметров Стокса фотонов a и b : $\xi^{(a)} = \xi^{(b)}$. А при $Sp \zeta = 1$ и $Sp \zeta = -2$ достигаются собственные значения оператора $\hat{R}_\pi$, равные $+1$, -1 соответственно.

Требование инвариантности состояния $\hat{\rho}^{(a,b)}$ (1) относительно преобразования инверсии сводится к условиям:

$$\begin{aligned} \xi_{1,2}^{(a)}(k) &= -\xi_{1,2}^{(b)}(-k), \quad \xi_3^{(a)}(k) = \xi_3^{(b)}(-k), \\ \zeta_{12}(k) &= \zeta_{21}(-k), \quad \zeta_{13}(k) = -\zeta_{31}(-k), \end{aligned} \quad (4)$$

однако, поскольку матрица (1) симметрична относительно перестановки фотонов (см. [3]), то из (4) следует, что в состоянии с определенной четностью отличны от нуля следующие параметры: ξ_3 , ζ_{12} , ζ_{21} , ζ_{11} , ζ_{22} , ζ_{33} . Как показывают вычисления, при $\zeta_{33} - \zeta_{11} - \zeta_{22} = 1$ будем иметь положительную, а при $\zeta_{33} - \zeta_{11} - \zeta_{22} = -2$ — отрицательную четность состояния (1).

ЛИТЕРАТУРА

1. С. N. Yang. Phys. Rev., 77, 242 (1950).
2. К. Блум. Теория матрицы плотности и ее приложения. М., Мир, 1983.
3. V. E. Mkrtchian, V. O. Chaltykian. Opt. Comm., 63, 239 (1987).

ԵՐԿՖՈՏՈՆԱՅԻՆ ՎԻՃԱԿՆԵՐԻ ՀԱՄԱԶԱՓՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Վ. Ե. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, Վ. Ն. ՉԱԼԹԻԿՅԱՆ

Աշխատանքում վերլուծվում են երկֆոտոնային համակարգի համաչափության հատկությունները տարածական պտույտների և ինվերսիայի նկատմամբ:

ON THE SYMMETRY OF A TWO-PHOTON STATE

V. E. MKRTCHIAN, V. O. CHALTYKIAN

Symmetry properties of a two-photon system are analyzed with respect to space rotations and inversion.