

# К ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ РЕШЕТОЧНЫХ КВАЗИЧАСТИЦ

М. Э. АРУТЮНЯН, Г. А. ВАРДАНЯН, А. С. СААКЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 21 марта 1990 г.)

Построена теория взаимного рассеяния двух паулиевских квазичастиц на кинематическом потенциале. Амплитуда рассеяния совпадает с амплитудой рассеяния двух бозевских квазичастиц на потенциале непроницаемости.

1. Часто при описании систем квазичастиц в кристалле (экситоны, магноны и др.) пользуются представлением операторов Паули [1]. Согласно определению, Паули-квазичастицы в одном узле решетки являются фермионами, а в разных узлах — бозонами. Таким образом, соответствующие операторы в узельном представлении удовлетворяют следующим коммутационным соотношениям:

$$[b_n, b_n^+] = 1, \quad b_n^2 = (b_n^+)^2 = 0, \\ [b_n, b_{n'}]_- = [b_n^+, b_{n'}^+]_- = [b_n, b_{n'}]_- = 0, \quad n \neq n'. \quad (1)$$

Итак, между паули-квазичастицами существует некоторое специфическое взаимодействие, обусловленное статистикой и называемое обычно кинематическим. Учет кинематического взаимодействия является очень громоздкой задачей. Именно с этим связаны трудности, возникающие, в частности, в квантовой теории магнетизма [2]. Расчет конкретных физических величин так или иначе сводится к расчету амплитуды рассеяния на кинематическом потенциале.

В настоящем сообщении построена точная теория рассеяния паули-квазичастиц на кинематическом потенциале. Амплитуда рассеяния совпадает с амплитудой рассеяния бозевских квазичастиц на потенциале «непроницаемости» [3]

$$V(n-m) = V_0 \delta_{n,m}, \quad V_0 \rightarrow \infty. \quad (2)$$

В соотношениях (1) и (2),  $n, n', m$  — номер-векторы квазичастиц, находящихся в узлах решетки.

2. Гамильтониан системы выберем в виде

$$\hat{H} = \epsilon_0 \sum_n b_n^+ b_n + \sum_{n+m} J(n-m) b_n^+ b_m, \quad (3)$$

где операторы  $b_n, b_n^+$  подчиняются соотношениям (1),  $\epsilon_0$  — энергия локализации квазичастицы в узле решетки. Его учет приводит лишь к сдвигу энергии, поэтому в дальнейшем его можно опустить.  $J(n-m)$

$\bar{m}$ ) — описываем частоту скачков квазичастицы с узла  $n$  на узел  $m$   
 $J(n-m) = J(m-n)$ .

Волновую функцию двух квазичастиц на решетке представим в виде [1]

$$\Psi(1,2) = \sum_{n,m} \psi(n,m) b_n^+ b_m^+ |0\rangle, \quad (4)$$

где  $|0\rangle$  — кет-вектор квазичастичного вакуума,  $\psi(n,m)$  — «первичноквантованная» двухквазичастичная волновая функция. Из (1) следует, что  $\Psi(1,1) = 0$ . Это условие необходимо усилить следующим:  $\psi(n,n) = 0$  — это следует непосредственно из определения паули-квазичастиц. Кроме того,

$$\psi(n,m) = \psi(m,n), \quad n \neq m.$$

Уравнение Шредингера для  $\psi(n,m)$  получим, если подействуем оператором (3) слева на волновую функцию (4) и результат приравняем  $E\Psi(1,2)$

$$\begin{aligned} \sum_k J(1-k) \psi(k,n) + \sum_k J(n-k) \psi(k,1) - \\ - 2 \sum_k J(n-1) \psi(1,1) = E \psi(1,n). \end{aligned} \quad (5)$$

Решение уравнения (5) ищем в виде

$$\psi(n,m) = e^{i \frac{q}{2}(n+m)} \sum_{k,q} e^{ik(n-m)} \psi(k,q), \quad (6)$$

где  $\psi(k,q)$  — волновая функция в импульсном представлении. Подстановка (6) в уравнение (5) дает

$$[L(k,q) - E] \psi(k,q) = \tau L(k,q), \quad (7)$$

где  $L(k,q) = \varepsilon(k+q/2) + \varepsilon(k-q/2)$ ,  $k$  — квазиимпульс относительного движения,  $q$  — квазиимпульс центра масс,  $\varepsilon(k)$  — закон дисперсии квазичастицы

$$\varepsilon(k) = \sum_n J(n) e^{ikn},$$

$$\tau = \psi(n=m).$$

Из уравнения (7) следует, что

$$\psi_1(k,q) = \tau - \tau E G_0(k,q),$$

$$G_0(k,q) = [L(k,q) - E - i0]^{-1}. \quad (8)$$

Полная волновая функция получится добавлением к (8) волновой функции свободной квазичастицы с квазиимпульсом  $k_0$

$$\psi(k,q) = \delta(k-k_0) + \tau - \tau E G_0(k,q),$$

или в координатном представлении

$$\psi(n,m) = e^{ik_0(n-m)} + \tau \delta_{n,m} - \tau E \sum_k G_0(k,q) e^{i(n-m)k}. \quad (9)$$

Из условия самосогласованности находим  $\tau$

$$\tau = \frac{1}{E \sum_k G^{(0)}(k, q)}.$$

Волновую функцию (9) необходимо привести к соответствию с граничным условием  $\Psi(0) = 0$ . Для этого достаточно вычесть из  $\Psi(n, m)$  постоянную  $\tau$

$$\psi_d(n, m, q) = e^{ik_0 R} + \tau(\delta_{n,m} - 1) - \tau E \sum_k e^{ik(n-m)} G^{(0)}(k, q). \quad (1)$$

Амплитуда взаимного рассеяния квазичастиц находится непосредственно из (10) и (1):

$$f_v(q, E) = - \frac{1}{\sum_k G^{(0)}(k, q)} \cdot \frac{1}{|\sqrt{k_0}| \sqrt{L(k, q)}},$$

где  $k_0$  — гауссова кривизна изоэнергетической поверхности  $L(k, q) = E$  в точках касания с опорными плоскостями [4].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Агранович В. М. Теория экситонов. Изд. Наука, М., 1968.
2. Тябликов Ю. В. Методы квантовой теории магнетизма. Изд. Наука, М., 1975.
3. Лифшиц И. М., Варданян Г. А. ДАН АрмССР, 1 VIII, 80 (1973).
4. Лифшиц И. М. Избранные труды. Изд. Наука, М., 1987.

#### ՑԱՆՑԱՅԻՆ ՔՎԱԶԻՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ՅՐՄԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Մ. Զ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Գ. Ա. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ, Ա. Ա. ՍԱՀԱԿՅԱՆ

Կառուցված է երկու Պաուլիի քվազիմասնիկների փոխադարձ ցրման տեսությունը կինեմատիկ պոտենցիալի վրա՝ ծրման ամպլիտուդը համընկնում է անթափանց պոտենցիալի վրա երկու Բոզե քվազիմասնիկների ցրման ամպլիտուդի հետ:

#### TO THE THEORY OF LATTICE SCATTERING OF QUASI-PARTICLES

M. Z. HARUTYUNYAN, G. A. VARDANYAN, A. S. SAHAKYAN

The theory of mutual scattering of two Pauli quasi-particles on the kinematic potential is constructed. The scattering amplitude is the same as that for the scattering of two Bose particles on the potential of impenetrability.