

ԲՈՒՖԵՐԱՅԻՆ ԳԱԶԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ԿԱԼԻՈՒՄԻ ԳՈԼՈՐԾԻՆԵՐՈՒՄ
ԵՐԿՅՈՏՈՆ ԳՐԳՈՄԱՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐՈՒՄ ԱՌԱՋԱՑՈՂ ՄԱՆՈՒՇԱԿԱԳՈՒՅՆ
ՃԱՌԱԳԱՑԹՈՒՄՆԵՐԻ ՎՐԱ

Մ. Ե. ՄՈՎՍԵՍՅԱՆ, Ա. Վ. ՊԱՊՈՅԱՆ, Ս. Վ. ՇՄԱՎՈՆՅԱՆ

Հետազոտված է բուֆերային գազի ազդեցությունը կալիումի զուրդիներում երկֆոտոն զրգուման պայմաններում $5P_{3/2, 1/2} \rightarrow 4S_{1/2}$ անցումների ժամանակ ճառագայթմանների վրա: Բերված են այդ ճառագայթումների էներգիաների կախումները կալիումի զուրդիների խտությունից, բուֆերային գազի ճնշումից, զրգող ճառագայթման էներգիայից, ինչպես նաև նրանց ժամանակային բնութագրերը: Բուֆերային գազի ճնշման բարձրացումը, բերում է մանուշակագույն ճառագայթումների էներգիայի և տևողության փոքրացմանը, իսկ էներգիայի կախումը կալիումի զուրդիների խտությունից քառակուսայինից մոտենում է էքսպոնենցիալին: Էքսպերիմենտալ արդյունքները համեմատվում են տեսության հետ:

THE INFLUENCE OF BUFFER GAS ON VIOLET RADIATION IN
POTASSIUM VAPOUR UNDER TWO-PHOTON EXCITATION

M. E. MOVSESSYAN, A. V. PAPOYAN, S. V. SHMAVONYAN

The influence of buffer gas on the radiation in potassium $5P_{3/2, 1/2} \rightarrow 4S_{1/2}$ transitions arising under the two-photon excitation of the vapor is investigated. Dependences of the energies of these radiations on the density of potassium vapor, the buffer gas pressure, the energy of exciting radiation, as well as their temporal characteristics are presented. The energy and duration of violet radiation decrease and the energy dependence of energy on potassium vapor density changes from squary-law to the exponential one with the increase in buffer gas pressure. The experimental results are compared with the theory.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 25, вып. 2, 87—93 (1990)

УДК 539.41

БОЗЕ-КОНДЕНСАЦИЯ В СИСТЕМЕ С ДИСКРЕТНЫМ
ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМ СПЕКТРОМ ЧАСТИЦ

В. А. АРУТЮНЯН

Кировокажанский государственный педагогический институт

(Поступила в редакцию 14 сентября 1989 г.)

Показано, что в системе произвольной размерности возможна бозе-конденсация, если частицы обладают дискретным энергетическим спектром, независимо от того, каков закон дисперсии при переходе к континуальному пределу. Получены простые уравнения, графическое решение которых позволяет определить температуру вырождения для любого конкретного случая. С «поднятием» основного энергетического уровня температура перехода в бозе-конденсированное состояние повышается.

Возможность наступления бозе-конденсации (БК) определяется, как известно, размерностью и законом дисперсии частиц данной системы. На-

пример, при строго квадратичном законе дисперсии БК возможна в трехмерном, но исключена в двух- и одномерном случаях, при линейном законе БК наступает в трех- и двумерном, но отсутствует в одномерных системах и т. д. В математическом отношении вопрос о возможности БК частиц в той или иной термодинамической системе сводится к вопросу о сходимости интегралов, определяющих число частиц N в системе (см., напр., [1—2]):

$$N = \int \frac{G(x) dx}{e^x - 1}, \quad (1)$$

где $G(x)$ — энергетическая плотность состояний ($x = \frac{\varepsilon}{T}$, где ε — энергия, T — температура). В самом общем случае, если система имеет размерность m ($m = 1, 2, 3$), а закон дисперсии частиц дается соотношением

$$\varepsilon(p) = Cp^s \quad (s > 0, C = \text{const}), \quad (2)$$

интегралы (1) сводятся к интегралам

$$\int_0^\infty \frac{x^{\frac{m}{s}-1}}{e^x - 1} dx.$$

Отсюда следует, что БК в системе частиц с непрерывным спектром возможна только в том случае, если $\frac{m}{s} > 1$, т. е. когда плотность состояний $G(x)$ является возрастающей функцией.

В настоящей работе рассматривается возможность БК в системе произвольной размерности m ($m = 1, 2, 3$), когда энергетический спектр частиц является дискретным*.

1. Пусть ε_n есть энергия частицы, где n — совокупность всех квантовых чисел, описывающих трансляционное движение частицы. Через ε_0 и ε_1 будем обозначать в дальнейшем соответственно основной и первый возбужденный уровни энергии ε_n . С понижением температуры химический потенциал системы будет стремиться к своему максимальному значению $\mu_{\max}$. Выясним, когда в зависимости от T выполняется соотношение

$$\mu(T) = \mu_{\max} = \varepsilon_0. \quad (3)$$

Для этого запишем выражение для полного числа частиц N , выделив слагаемое, соответствующее числу частиц N_0 на основном энергетическом уровне:

$$N = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_0 - \mu}{T}} - 1} + \sum_{\varepsilon_n > \varepsilon_0} \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_n - \mu}{T}} - 1} \equiv N_0 + N', \quad (4)$$

* Подобные задачи для нескольких частных случаев рассмотрены в ряде работ (см., напр., [3—5]).

где N' — число частиц на возбужденных уровнях. Заменим в сумме для N' химический потенциал своим предельным значением ε_0 . Полученный ряд

$$N^*(T) = \sum_{\varepsilon_n > \varepsilon_0} \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_n - \varepsilon_0}{T}} - 1} \quad (5)$$

сходится и является для ряда N' мажорантой:

$$N' \leq N^*(T).$$

Таким образом, существует конечный интервал температур $0 < T \leq T_c$, в котором $\mu(T) = \mu_{\max} = \varepsilon_0$. Число частиц в возбужденных состояниях при этом ограничено сверху, причем, как нетрудно видеть из (5), этот верхний предел $N^*(T)$ уменьшается до нуля при $T \rightarrow 0$. Число же частиц на основном энергетическом уровне

$$N_0 = N - N^*(T),$$

когда $0 < T \leq T_c$, становится сравнимым с N , т. е. макроскопически большим.

Все сказанное означает, что в термодинамической системе с квантованной энергией поступательного движения частиц, независимо от размерности, всегда возможна бозе-конденсация с отличной от нуля температурой перехода.

2. Обратимся теперь к вычислению температуры вырождения T_c . Она определяется, как известно, из условия равенства полного числа, частиц N числу частиц на возбужденных уровнях N' , когда $\mu(T) = \mu_{\max}$:

$$N = N' \Big|_{\mu = \mu_{\max}} = \sum_{\varepsilon_n > \varepsilon_0} \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_n - \varepsilon_0}{T_c}} - 1}. \quad (6)$$

Это условие одновременно означает, что температура T_c является для данной системы «высокой» (число частиц — на основном уровне — при $T = T_c$ все еще макроскопически мало). «Высокой» в том смысле, что во всяком случае должно выполняться соотношение

$$\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}{T_c} \ll 1, \quad (7)$$

а в выражениях типа (6) можно провести замену $\varepsilon_n \rightarrow \varepsilon(P)$ и перейти от суммирования к интегрированию (см., напр., [6]). Вместо (6) теперь можем записать:

$$N = \frac{l^m 2^{m-1} \pi^a}{(2\pi\hbar)^m} \int_{p_1}^{\infty} \frac{p^{m-1} dp}{e^{\frac{\varepsilon(P) - \varepsilon_0}{T_c}} - 1}, \quad (8)$$

где l — характерный размер системы, p_1 — импульс, соответствующий энергии ε_1 , а $a = 1$ при $m = 2, 3$ и $a = 0$ при $m = 1$.

$\hbar$ — постоянная Планка = $\frac{h}{2\pi}$

Пусть в континуальном пределе энергия ε (p) опять дается общим выражением (2). Тогда вместо (8) будем иметь:

$$N = A \int_{\varepsilon_1}^{\infty} \frac{\varepsilon^{\frac{m}{s}-1} d\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{T_c}} - 1} \quad \left(A = \frac{1}{s} \frac{l^m \cdot 2^{m-1} \pi^2}{(2\pi\hbar)^m c^{\frac{m}{s}}} \right). \quad (9)$$

Так как для потенциальных ям основной и первый возбужденный уровни, равно как и разность между ними, — суть величины одного порядка, то в дальнейшем будет принято во внимание, что наряду с (7) справедливо также и

$$\frac{\varepsilon_1}{T_c} \ll 1, \quad \frac{\varepsilon_0}{T_c} \ll 1. \quad (10)$$

Заменив в (9) $e^{-\frac{\varepsilon_0}{T_c}}$ единицей и проводя элементарные вычисления, получаем:

$$N = A T_c^{\frac{m}{s}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma\left(\frac{m}{s}, (k+1) \frac{\varepsilon_1}{T_c}\right)}{(k+1)^{\frac{m}{s}}} \quad (11)$$

где $\Gamma(\beta, x)$ — неполная Γ -функция Эйлера.

Воспользовавшись теперь условием (10) и формулой суммирования Эйлера-Маклорена, для определения T_c получаем следующее уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{N}{A} \cong & \left(\frac{1}{2} + \frac{s}{m-s} + \frac{m}{12s} \right) \Gamma\left(\frac{m}{s}\right) \cdot T_c^{\frac{m}{s}} + \frac{s}{m-s} \varepsilon_1^{\frac{m}{s}-1} \cdot T_c - \\ & - \frac{s}{2m} \left(1 + \frac{2s}{m-s} \right) \varepsilon_1^{\frac{m}{s}}. \end{aligned} \quad (12)$$

Это уравнение легко решается графически. Запишем соответствующую систему

$$\begin{cases} y = \gamma T_c^{\frac{m}{s}} \\ y = a - b T_c, \end{cases} \quad (13)$$

где обозначено:

$$\begin{aligned} \gamma &= \left(\frac{1}{2} + \frac{s}{m-s} + \frac{m}{12s} \right) \Gamma\left(\frac{m}{s}\right), & b &= \frac{s}{m-s} \varepsilon_1^{\frac{m}{s}-1}, \\ a &= \frac{N}{A} + \frac{s}{2m} \left(1 + \frac{2s}{m-s} \right) \varepsilon_1^{\frac{m}{s}}. \end{aligned}$$

Рассмотрим случай $m > s$ и $m < s$ (случай $m = s$ будет обсуждаться отдельно).

а) $m > s$. При этом $\gamma > 0$, $a > 0$, $b > 0$ и система всегда имеет решение.

На рис. 1а приведены качественные графики кривой $y = \gamma T_c^{\frac{m}{s}}$ и семейства прямых $y = a - b T_c$ с учетом зависимости a и b от ε_1 .

б) $m < s$. При этом $\gamma < 0$, $b < 0$, а из того, что $\frac{N}{A}$ в (12) должна быть определено положительной величиной, следует, что и $a < 0$. Соответствующие графики приведены на рис. 1б.

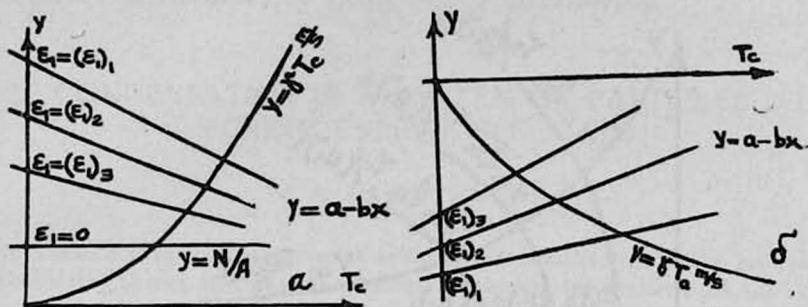


Рис. 1а, б Решение системы (13) при $m > s$ (график качественный, без соблюдения масштаба). $(\varepsilon_1)_1 > (\varepsilon_1)_2 > (\varepsilon_1)_3$

Решение системы (13) при $m < s$ (график качественный, без соблюдения масштаба). $(\varepsilon_1)_1 > (\varepsilon_1)_2 > (\varepsilon_1)_3$.

Обратимся теперь к случаю $m = s$. Вместо (9) и (11) соответственно будем иметь:

$$N = B \int_{\varepsilon_1}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon - \varepsilon_0} \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon}{T_c}} - 1}, \quad \left(B = \frac{l^m 2^{m-1} \pi^m}{m (2 \pi h) c} \right), \quad (9a)$$

$$N = B T_c \sum_{k=0}^{\infty} \frac{e^{-\frac{\varepsilon_1}{T_c} (k+1)}}{k+1}. \quad (11a)$$

Воспользовавшись вновь формулой Эйлера-Маклорена и условием (10), для определения T_c приходим к выражению

$$\frac{N}{B} \cdot \frac{1}{T_c} \cong \ln \frac{T_c}{\varepsilon_1}. \quad (14)$$

Это уравнение также легко решается графическим путем. Качественные графики приведены на рис. 2.

Решение систем (13)–(14) показывает, что с понижением уровня ε_1 температура вырождения T_c понижается.

В предельном случае $\varepsilon_1 \rightarrow 0$ ($\varepsilon_0 \rightarrow 0$) при $m > s$ система (13) переходит в уравнение.

$$\frac{N}{A} = \gamma T_c^{\frac{m}{s}}.$$

Определенная отсюда T_c является наименьшей возможной температурой перехода при $m > s$ и соответствует газу с непрерывным спектром частиц. Например, при $m = 3$, $s = 2$ это выражение переходит в известную из литературы формулу (см., напр., [1]). Незначительное отличие (число 2,61 вместо дзета-функции Римана $\zeta(3/2)$) обусловлено, очевидно, приближениями, сделанными при расчетах.

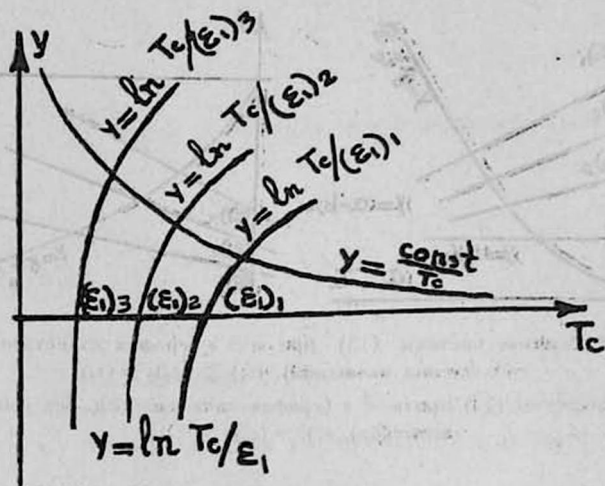


Рис. 2. Графическое решение уравнения (14). $(\varepsilon_1)_1 > (\varepsilon_1)_2 > (\varepsilon_1)_3$.

В случае же $m < s$ в пределе $\varepsilon_1 \rightarrow 0$ ($\varepsilon_0 \rightarrow 0$) соответствующие выражения теряют смысл (например, получаем $N < 0$) и система (13) решений не имеет. Т. е., как было сказано вначале, при $m < s$ БК в случае непрерывного спектра невозможна.

Отметим в заключение, что при изложении предполагалось, что система не обладает сильной анизотропией относительно размеров, т. е. квантование движения по всем направлениям примерно одинаково.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 5. Статистическая физика. М.: Наука, 1964. 567 с.
2. Кубо Р. Статистическая механика. М.: Мир, 1967. 452 с.
3. Mills D. L. Ground state occupancy of an ideal Bose-Einstein gas, confined to a finite volume. Phys. Rev., 1964, v. 134, № 2 A, p. 306—308.
4. Patria R. K. Finite size effects in Bose-Einstein assemblies. Phys. Lett., 1971, v. 35 A, № 5, p. 351—352.
5. Haroutunian V. A., Kazarian E. M. Feasibility of the Bose Condensation of Excitons in a Quantizing Semiconductor Sphere. Phys. stat. Sol. (b) 136, K 115, 1986, P. K 105—K 108.

ԲՈՋԵ-ԿՈՆԴԵՆՍԱՑԻԱ ԸՆԴՀԱՆ ԷՆԵՐԳԵՏԻԿ ՍՊԵԿՏՐՈՎ ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳՈՒՄ

Վ. Ա. ՀԱՐՈՒԹՅԱՆԻԱՆ

Ցույց է տրված, որ կամայական չափաչափի համակարգում հնարավոր է բոջե-կոնդենսացիա, եթե մասնիկները ունեն ընդհանուր էներգետիկ սպեկտր, անկախ այն բանից, թե ինչպիսին է դիսպերսիայի օրենքը կոնտինուալ սահմանին անցնելիս: Ստացված են պարզ հավասարումներ, որոնց զրաֆիկական լուծումը թույլ է տալիս որոշել այլաանորման չեղման տեմպերատուրը կոնկրետ դեպքում: Հիմնական էներգետիկ մակարդակի «բարձրացման» հետ մեծանում է բոջե-կոնդենսացված միճակի անցման չեղման տեմպերատուրը:

BOSE CONDENSATION IN A SYSTEM OF PARTICLES WITH DISCRETE ENERGY SPECTRUM

V. A. HARUTYUNYAN

It is shown that in the system of arbitrary dimensions the Bose condensation is possible if the energy spectrum of particles is discrete irrespective of the dispersion law of particles in the continual limit. Simple equations are obtained, graphical solution of which gives the transition temperature for each specific case. With the increase in the ground state energy the transition temperature of Bose condensation increases.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 25, вып. 2, 93—98 (1990)

УДК 535.345

РАСПРОСТРАНЕНИЕ МОЩНОГО ИНФРАКРАСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В n -Ge ПРИ ГЕЛИЕВЫХ ТЕМПЕРАТУРАХ

С. К. АВЕТИСЯН, С. С. ДАНАГУЛЯН, Г. Р. МИНАСЯН

Ереванский политехнический институт

(Поступила в редакцию 10 августа 1989 г.)

Теоретически исследована временная эволюция лазерного импульса при распространении через n -Ge при низких температурах. При нахождении временного профиля импульса учтено нелинейное поглощение света, обусловленное как фотоионизацией примесей и дальнейшими однофотонными внутризонными переходами, так и двухфотонными непрямыми переходами $L \rightarrow \Gamma$. Показано, что на выходе из кристалла имеет место сужение лазерного импульса, которым можно управлять, меняя пиковую мощность входящего излучения.

В последние годы ведутся интенсивные теоретические и экспериментальные исследования, посвященные нелинейным оптическим свойствам