

УДК 537.582.4:621.375.8

НЕЛИНЕЙНЫЕ КИЛЬВАТЕРНЫЕ ВОЛНЫ В ПЛАЗМЕ
С ПОДВИЖНЫМИ ИОНАМИ

А. Ц. АМАТУНИ, Э. В. СЕХПОСЯН, С. С. ЭЛБАКЯН

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 20 июня 1989 г.)

Решена задача нелинейного взаимодействия электронного сгустка с холодной плазмой с подвижными ионами. Получены выражения для кильватерных полей и максимальных импульсов электронов и ионов плазмы для разных значений γ -фактора сгустка. Выведены условия γ -зависимости указанных величин в условиях подвижности ионов.

1. Постановка задачи и основные уравнения

Нелинейные эффекты при генерации кильватерных волн в плазме релятивистским сгустком электронов (или заряженной плоскостью) рассматривались в ряде работ [1—10] (см. также обзор [11]), в предположении неподвижных ионов плазмы. В них была найдена, в частности, при выполнении условия $n_b/n_{eo} \ll 1/2$ зависимость напряженности кильватерной волны от γ -фактора сгустка или от фактора $(1 - 2n_b/n_{eo})^{-1/2}$ (где n_b , n_{eo} соответственно плотность электронов сгустка и равновесная плотность электронов плазмы), что намного увеличивало напряженность кильватерных полей по сравнению с линейным случаем ($n_b \ll n_{eo}$). Однако учет движения ионов плазмы может ввести определенные уточнения условий, при которых были получены указанные результаты, в связи с чем в настоящей работе мы рассматриваем задачу взаимодействия одномерного (бесконечные поперечные размеры по x и y) релятивистского сгустка электронов с холодной плазмой с подвижными ионами.

Рассмотрим продольные стационарные поля ($E_x(\tilde{z}) = E_y(\tilde{z}) = 0$, $E_z(\tilde{z}) \equiv E(\tilde{z}) \neq 0$, $\tilde{z} = z - v_\phi t$, v_ϕ — фазовая скорость, z — продольная координата), внутри и вне сгустка с заданной плотностью n_b электронов, которые полагаются движущимися с постоянной скоростью $v_0 = v_\phi$ ($\beta = v_\phi/c$, $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$) через квазинейтральную плазму с равновесной плотностью электронов n_{eo} и ионов n_{io} ($n_{eo} = Z n_{io}$, Z — заряд иона).

В такой постановке, в гидродинамическом рассмотрении задача описывается системой уравнений движения для z -компонент безразмерных импульсов $\rho_e = p_{ez}/mc$, $\rho_i = p_{iz}/Mc$ электронов и ионов плазмы (m , M — массы электронов и ионов) с плотностями $\bar{n}_e(\tilde{z})$ и $\bar{n}_i(\tilde{z})$

$$\frac{d}{dz} (\beta \rho_e - \sqrt{1 + \rho_e^2}) = \frac{eE}{mc^2}, \quad (1)$$

$$\frac{d}{dz} (\beta \rho_i - \sqrt{1 + \rho_i^2}) = -\frac{ZeE}{Mc^2},$$

и соответствующими уравнениями непрерывности

$$\frac{d}{dz} n_e (v_e - v_\phi) = 0, \quad \frac{d}{dz} n_i (v_i - v_\phi) = 0, \quad (2)$$

где v_e, v_i — соответственно скорости электронов и ионов плазмы.

Поле внутри сгустка определяется из уравнения Пуассона

$$\frac{dE}{dz} = 4\pi e (Zn_i(z) - n_e(z) - n_b). \quad (3)$$

В области за сгустком кильватерные поля определяются из (3) при $n_b = 0$.

2. Поля и импульсы в области занятой сгустком

Приведем решение выписанных выше уравнений для области внутри сгустка толщиной d ($0 \leq z \leq d$). Мы предполагаем непрерывность поля E , импульсов ρ_e, ρ_i и плотностей электронов и ионов плазмы n_e и n_i на фронте сгустка $z = d$. Поскольку перед сгустком возмущения плазмы отсутствуют, то граничные условия имеют вид $E(d) = 0, \rho_e(d) = 0, \rho_i(d) = 0, n_e(d) = n_{eo}, n_i(d) = n_{io}$.

Система уравнений (1) — (3) с учетом граничных условий сводится к следующему уравнению для безразмерных импульсов

$$\begin{aligned} & \frac{d^2}{dz^2} (\beta \rho_e - \sqrt{1 + \rho_e^2}) = \\ & = \frac{\omega_p^2}{c^2} \left\{ \frac{\beta \sqrt{1 + \rho_i^2}}{\beta \sqrt{1 + \rho_i^2} - \rho_i} - \frac{\beta \sqrt{1 + \rho_e^2}}{\beta \sqrt{1 + \rho_e^2} - \rho_e} - \frac{n_b}{n_{eo}} \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\omega_p^2 = 4\pi n_{eo} e^2 / m$, $n_{eo} = Zn_{io}$, а ρ_e и ρ_i связаны соотношением

$$\begin{aligned} \rho_i = \frac{1}{1 - \beta^2} \left[\beta \left(1 + \frac{Zm}{M} (1 + \beta \rho_e - \sqrt{1 + \rho_e^2}) \right) - \right. \\ \left. - \sqrt{\left(1 + \frac{Zm}{M} (1 + \beta \rho_e - \sqrt{1 + \rho_e^2}) \right)^2 - (1 - \beta^2)} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

следующим из (1) и граничных условий.

Принимая во внимание (1) и интегрируя уравнение (4) один раз с учетом граничных условий получаем следующее выражение для поля $E_b(z)$ внутри сгустка:

$$E_b = \sqrt{2} \frac{m c \omega_p}{e} \left\{ -\frac{M}{Z m} \beta \rho_i - \beta \rho_e - \frac{n_b}{n_{eo}} (1 + \beta \rho_e \sqrt{1 + \rho_e^2}) \right\}^{1/2} \quad (6)$$

При $M \rightarrow \infty$ из (5) и (6) имеем

$$E_b = \sqrt{2} \frac{m c \omega_p}{e} \left\{ \left(1 - \frac{n_b}{n_{eo}} \right) (1 - \sqrt{1 + \rho_e^2}) - \frac{n_b}{n_{eo}} \beta \rho_e \right\}^{1/2} \quad (7)$$

что совпадает с выражением для поля внутри сгустка при покоящихся ионах [5, 6].

Условие положительности подкоренного выражения в (6) приводит к следующему допустимому интервалу изменения импульсов электронов плазмы в области занятой сгустком:

$$\rho_e^0 \leq \rho_e \leq 0,$$

$$\rho_e^0 \approx -\frac{2}{3} \frac{M}{Z m} \frac{\beta A}{a (1 - \beta^2)^2} \left\{ \sqrt{\frac{9}{2} \frac{Z m a^2 (1 - \beta^2)}{M A^2} \left(1 + \frac{M (1 - a^2 \beta^2)^2}{Z m 8 a^2 A} \right)} - \frac{3 (1 - a^2 \beta^2) (1 - \beta^2)^2}{4 A^2} \right\}, \quad (8)$$

где

$$a = \frac{n_b / n_{eo}}{1 - n_b / n_{eo}}, \quad A = 4 + 2 a^2 \beta^2 + a (1 + \beta^2).$$

Рассмотрим случай

$$\frac{M}{Z m} \frac{(1 - a^2 \beta^2)^2}{8 a^2 A} \gg 1. \quad (I)$$

Из (8) имеем

$$\rho_e^0 \approx -\frac{2 a \beta}{1 - a^2 \beta^2} + \frac{Z m}{M} \frac{4 a^3 \beta A}{(1 - a^2 \beta^2)^3} \approx -\frac{2 a \beta}{1 - a^2 \beta^2}, \quad (9)$$

что совпадает с соответствующим выражением для ρ_e^0 при покоящихся ионах. Условие (I) всегда выполнено при $a \ll 1$ ($\frac{n_b}{n_{eo}} \ll 1$). В случае же $n_b / n_{eo} \rightarrow 1/2$ ($a \approx 1$) условие (I) означает $\gamma < (M/64 Z m)^{1/4}$ при $1 \ll \gamma^2 \ll \frac{n_b^2 / n_{eo}^2}{1 - 2 n_b / n_{eo}}$ или $1 / (1 - 2 n_b / n_{eo})^{1/2} < (M/16 Z m)^{1/4}$ при $1 \ll (n_b / n_{eo})^2 / (1 - 2 n_b / n_{eo}) \ll \gamma^2$.

Таким образом, значения ρ_e^0 в работах [5, 6] при $a \sim 1$ справедливы лишь при приведенных ограничениях.

Интервал изменения импульсов ρ_i ионов плазмы при условии (I) определяется из (5) и (9)

$$0 \leq \rho_i \leq \rho_i^0, \quad \rho_i^0 \approx \frac{Zm}{M} \frac{2\alpha\beta(1+\alpha)}{1-\alpha^2\beta^2} \ll 1, \quad (10)$$

причем $\rho_i = 0$ соответствует $\rho_e = 0$ и $\rho_i = \rho_i^0$ - значению $\rho_e = \rho_e^0$. Импульсы ионов малы при произвольных значениях α , тогда как электроны плазмы приобретают релятивистские импульсы, направленные против импульсов пучка при $\alpha \sim 1$.

Максимальное значение поля внутри сгустка при условии (I) достигается при импульсах электронов $\rho_e^m \approx -\alpha\beta/\sqrt{1-\alpha^2\beta^2}$ и равно [4-6]

$$E_b^{max} \approx \sqrt{2} \frac{mc\omega_p}{e} \left(1 - \frac{n_b}{n_{eo}}\right)^{1/2} \left\{1 - \sqrt{1 - \alpha^2\beta^2}\right\}^{1/2}. \quad (11)$$

В обратном случае

$$\frac{M}{Zm} \frac{(1 - \alpha^2\beta^2)^2}{8\alpha^2 A} \ll 1, \quad (II)$$

которое выполнимо лишь при $\alpha \sim 1$ и означает $\gamma > (M/64 Zm)^{1/4}$, для импульса ρ_e^0 из (8) следует

$$\rho_e^0 = -\beta \sqrt{\frac{2}{A} \frac{M}{Zm}} \left\{1 - \sqrt{\frac{M}{Zm} \frac{(1 - \alpha^2\beta^2)}{2\alpha\sqrt{2}A}}\right\}. \quad (12)$$

Электроны плазмы приобретают в этом случае значительные импульсы назад, т. к. отношение M/Zm принимает значение в интервале $10^3 - 10^5$. Импульсы же ионов плазмы всегда нерелятивистские и меняются в интервале

$$0 \leq \rho_i \leq \rho_i^0, \quad \rho_i^0 \approx (1 + \beta) \sqrt{\frac{2}{A} \frac{Zm}{M}} \ll 1. \quad (13)$$

Плотности электронов и ионов плазмы определяются по формулам

$$n_e = \frac{n_{eo}\beta\sqrt{1+\rho_e^2}}{\beta\sqrt{1+\rho_e^2}-\rho_e}, \quad n_i = \frac{n_{io}\beta\sqrt{1+\rho_i^2}}{\beta\sqrt{1+\rho_i^2}-\rho_i}. \quad (14)$$

В области занятой сгустком при $\rho_e, \rho_i = 0$ $n_e = n_{eo}$, $n_i = n_{io}$, а при

$\rho_e = \rho_e^0$ и $\rho_i = \rho_i^0$ соответственно $n_e = n_{eo}/2$, а $n_i \approx n_{io}/(1 - \frac{\rho_{io}}{\beta})$ и вследствие малости $\rho_i^0 \ll 1$ в обоих случаях (I) и (II) плотность ионов незначительно отличается от n_{io} .

3. Кильватерные поля

Зависимость величины импульсов ρ_e, ρ_i от z или от расстояния от фронта сгустка можно определить (в неявном виде) проинтегрировав уравнение (4). Можно показать, что значения импульсов ρ_e^0 и ρ_i^0 , определяемые выражениями (8), (10), (13) приобретаются электро-

нами и ионами плазмы, находящимися в хвостовой части сгустка длины d_0 , которая в случае покоящихся (или тяжелых) ионов вычислена в работах [5,6] $\left(d_0 \approx 8 \frac{v_0}{\omega_p} \gamma^2 \text{ при } a \approx 1 \text{ и } d_0 \approx \frac{\pi V_0}{\omega_p} \text{ при } a \ll 1\right)$.

Там же получено общее выражение зависимости ρ_e от z в неявном виде для случая покоящихся ионов.

Вычислим поле кильватерной волны за сгустком длины d_0 имея в виду, что на задней ее границе $\tilde{z}=0$ $E_b(\rho_e^0)=0$ ($\rho_e(o)=\rho_e^0$, $\rho_i(o)=0$). Предполагая непрерывность поля E и импульсов ρ_e , ρ_i на задней границе сгустка и положив $n_b=0$ в уравнении (4) получим после однократного интегрирования

$$E(\tilde{z} \leq 0) = \sqrt{2} \frac{m c \omega_p}{e} \left\{ \frac{M}{Z m} \beta (\rho_i^0 - \rho_i) + \beta (\rho_e^0 - \rho_e) \right\}^{1/2} \quad (15)$$

где ρ_e^0 дается выражением (8), а ρ_i^0 определяется из соотношения (5) при $\rho_e = \rho_e^0$.

При выполнении условия (I) ρ_e^0 и ρ_i^0 даются выражениями (9) и (10) и кильватерное поле имеет вид

$$E \approx \sqrt{2} \frac{m c \omega_p}{e} \left\{ \frac{2 a^2 \beta^2}{1 - a^2 \beta^2} - \beta \left[\frac{M}{Z m} \rho_i + \rho_e \right] \right\}^{1/2} \quad (16)$$

Максимальное ее значение при $a \approx 1$

$$E^{max} \approx 2 \frac{m c \omega_p}{e} \beta \gamma \quad (17)$$

совпадает с результатом вычислений для покоящихся ионов при условии (I). Соответственно из (11) и (17) следует, что при том же условии коэффициент трансформации $R = E^{max}/E_b^{max} \approx 2 \beta \gamma$ при $n_b/n_{eo} \approx 1/2$ ($a \approx 1$).

В случае условия (II) ρ_e^0 и ρ_i^0 определяются формулами (12), (13), а кильватерное поле дается выражением

$$E \approx \sqrt{2} \frac{m c \omega_p}{e} \left[\beta \sqrt{\frac{2 M}{A Z m}} - \beta \left(\frac{M}{Z m} \rho_i + \rho_e \right) \right]^{1/2} \quad (18)$$

$$E^{max} \approx \sqrt{2} \frac{m c \omega_p}{e} \left(\frac{2 \beta^2 M}{A Z m} \right)^{1/4} \quad (19)$$

Таким образом напряженность кильватерного поля за сгустком длины d_0 при $n_b/n_{eo} \sim 1/2$ ($a \approx 1$) при больших энергиях $\gamma > \left(\frac{M}{64 Z m} \right)^{1/4}$ (условие (II)) значительно превышает напряженность поля при $n_b/n_{eo} \ll 1$ равную по порядку величины $E^{max} \approx \frac{m c \omega_p}{e} \frac{n_b}{n_{eo}}$ (линейное рассмотрение). При значениях же $\gamma < (M/64 Z m)^{1/4}$ ($a \approx 1$) (условие (I)) максимальное значение напряженности кильватерного поля (17) также

больше напряженности поля при линейном рассмотрении, т. к. отношение M/Zm для тяжелых ионов при $Z=1$ может достигать значений $\sim 10^5$.

Заметим, что в случае более коротких $d < d_0$ сгустков зависимость кильватерного поля от γ слабее и ее максимальное значение несколько меньше приведенных выше.

Так, например, при выборе длины сгустка таким образом, когда на задней ее границе ρ_e принимает значение $\rho_e^m = -\alpha\beta / (1 - \alpha^2\beta^2)$ (сшивку на максимуме поля E_b на задней границе сгустка) максимальное значение напряженности кильватерного поля равно при больших значениях M ,

$$E^{max} \simeq \sqrt{2} \frac{m c \omega_p}{e} \gamma^{1/2} \quad (20)$$

при условии на γ аналогичному условию (I) при $n_b/n_{eo} \approx 1/2$: $\gamma < (M/16Zm)^{1/3}$. Выяснение значений максимальной напряженности кильватерного поля при разных длинах сгустка требует численных расчетов, аналитические же вычисления зависимости кильватерного поля E и максимального импульса ρ_e^m от d (или z) при $M \rightarrow \infty$ проведены в работах [5,6].

ЛИТЕРАТУРА

1. Amatuni A. Ts. et al. Preprint EPL-243 (36)-77, Yerevan, 1977.
2. Амагуни А. Ц., и др. Физика плазмы, 5, 85 (1979).
3. Ruth R. D., Chao A. W., Morton P. L., Wilson P. Particle Accelerators, vol 17, p. 171, 1985.
4. Амагуни А. Ц., Сехпосян Э. В., Элбакян С. С. Физика плазмы, 12, 1145 (1986).
5. Amatuni A. Ts., Elbakjan S. S., Sekhposyan E. V. Preprint EPI-935 (86)-86, Yerevan, 1986.
6. Амагуни А. Ц., Сехпосян Э. В., Элбакян С. С. Труды XIII Международной конференции по ускорителям частиц высоких энергий, Новосибирск, Изд. Наука, 1987, т. 1, с. 175.
7. Rosenzweig J. B. Phys. Rev. Lett., vol. 88, 555 (1987).
8. Rosenzweig J. B. Phys. Rev., A. 38, 3534 (1988).
9. Katsuleas T., Mori W. Phys. Rev. Lett., 61, 86 (1988).
10. А. Ц. Амагуни, Э. В. Сехпосян, С. С. Элбакян. Препринт ЕФИ-1004 (54)-87. Ереван, 1987.
11. А. Ц. Амагуни и др. Развитие новых методов ускорения заряженных частиц в ЕРФИ, ЭЧАЯ, 1980, т. 20, вып. 5, стр. 1246. ОИЯИ, Дубна, 1989.

Ա. Յ. ԱՄԱՏՈՒՆԻ, Ս. Ս. ԷԼԲԱԿՅԱՆ, Է. Վ. ՍԵՂՐՈՍՅԱՆ

Լուծված է շարժվող իոններով սառը պլազմայի և ռելյատիվիստիկ էլեկտրոնային փնջի փոխազդեցության ոչ գծային խնդիրը: Ստացված են արտահայտություններ կիվատերային դաշտերի և պլազմայի էլեկտրոնների և իոնների իմպուլսների մեծությունների համար փնջի γ -ֆակտորի տարբեր արժեքների դեպքում: Դրան են բերված այդ մեծությունների γ -կախվածությունը պայմանները իոնների շարժման դեպքում:

NONLINEAR WAKEFIELD WAVES IN PLASMA WITH MOBILE IONS

A. TS. AMATUNI, E. V. SEKHOSYAN, S. S. ELBAKYAN

The problem of nonlinear interaction of an electron bunch with cold plasma with mobile ions has been solved. Expressions for wake fields and maximum momenta of plasma electrons and ions were obtained for different values of the γ -factor of the bunch. The conditions for the γ -dependence of the variables in question are derived..., and the possibility of self-acceleration of some part of bunch electrons under the assumption of ions mobility is pointed out.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 25, вып. 1, 24—28 (1990)

УДК 537.534

УСКОРЕНИЕ ДВИЖУЩИХСЯ АТОМОВ В ПОТОКЕ РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

С. М. ДАРБИНЯН, К. А. ИСПИРЯН

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 11 ноября 1988 г.)

Рассмотрено влияние начальной скорости атома на приобретенное им ускорение в процессе фотоэффекта. Показано, что учет начальной скорости приводит к ограничению энергии, до которой можно ускорять атомы в последующих друг за другом актах фотоэффекта, при их движении в потоке рентгеновского излучения. Оценены величины темпов ускорения, приобретенные предельные энергии и необходимые плотности потока излучения для различных энергий фотонов в случае ускорения атомов аргона.

В последнее время рассматривается возможность ускорения частиц (атомов) с помощью потока рентгеновского излучения [1, 2]. В отличие от метода [1], требующего еще не достигнутые высокой степени монохроматические пучки, в работе [2] была рассмотрена возможность ускорения атомов в потоке рентгеновского излучения с относительно широким спектром за счет импульса, передаваемого атому при фотоэффекте с внутренней оболочки. Ускорение атомов обусловлено тем, что в случае фотоэффекта рентгеновскими лучами учет релятивизма фотоэлектронов приводит к направленному распределению фотоэлектронов и, следовательно, атомы в среднем получают импульс по направлению падения рентгеновского излу-