

УДК 538.566.2

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ НЕПОДВИЖНЫХ ИСТОЧНИКОВ В ОГРАНИЧЕННЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

В. А. ДАВЫДОВ

Московский государственный университет

Г. В. ДЖАНДИЕРИ

Институт кибернетики АН ГССР

(Поступила в редакцию 12 декабря 1988 г.)

В работе рассматривается задача об излучении неподвижного точечного заряда, находящегося как вблизи плоской границы раздела безграничных стационарных и нестационарных сред, так и вблизи плоскопараллельной пластинки конечной толщины, когда диэлектрическая проницаемость меняется во времени.

Появление работ [1, 2] стимулировало интерес к излучению зарядов в нестационарных средах, параметры которых (например, диэлектрическая проницаемость ϵ) меняются во времени. Существенной особенностью нестационарных сред является то, что система «заряд-электромагнитное поле-нестационарная среда» не является замкнутой и в общем энергетическом балансе важную роль играет энергия внешнего источника, создающего нестационарность в среде. Это может приводить, в частности, к излучению неподвижных зарядов при изменении во времени свойств материальной среды. Однако в однородной и изотропной нестационарной среде при изменении диэлектрической проницаемости заряженный источник излучать не может [3, 4]. Для того, чтобы излучение происходило в однородной среде, необходимо изменение во времени ее анизотропии [3, 5]. Излучение неподвижных источников в изотропных средах возможно при наличии в среде волны диэлектрической проницаемости (т.н. «переходное рассеяние» [6, 7]), а также движущихся границ раздела [8]. Вместе с тем, возможности излучения неподвижных источников в изотропных средах вовсе не ограничиваются случаем сред с бегущим параметром. В настоящей работе мы рассмотрим ряд вопросов, относящихся к широкому классу проблем излучения источников в ограниченных нестационарных средах.

Простейшей задачей такого рода является задача об излучении неподвижного точечного заряда вблизи плоской границы раздела двух сред — стационарной и нестационарной.

Выберем декартову систему координат таким образом, чтобы граница раздела двух сред лежала в плоскости xy . Пусть неподвижный заряд q расположен на оси z на расстоянии a от границы раздела. Пусть также среда ниже границы раздела ($z < 0$) является

стационарной и имеет диэлектрическую проницаемость ε_0 , а среда при $z > 0$ — нестационарна, и ее диэлектрическая проницаемость равна $\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon(t)$, где t — время.

Если $\Delta\varepsilon(t) \ll \varepsilon_0$, то для расчета энергии излучения удобно воспользоваться развитым в [8] аппаратом теории возмущений. Для сред, диэлектрическая проницаемость которых имеет вид

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1(r, t), \quad (|\varepsilon_1| \ll \varepsilon_0), \quad (1)$$

в [8] получено следующее выражение для углового и спектрального распределения энергии излучения:

$$W_{k, \lambda} d^3 k = \frac{(2\pi)^4 \omega^2}{4\varepsilon_0(\omega)} \left| \int d\mathbf{k}_1 d\omega_1 \varepsilon_1(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1, \omega - \omega_1) e^{\lambda} E^q(\mathbf{k}_1, \omega_1) \right|^2 d^3 k, \quad (2)$$

где ω , $\mathbf{k}$ — частота и волновой вектор излученной волны, e^{λ} ($\lambda = 1, 2$) — ее вектор поляризации, $E(\mathbf{k}_1, \omega_1)$ и $\varepsilon_1(\mathbf{k}_1, \omega_1)$ — соответственно фурье-образы электрического поля источника (в “невозмущенной” среде с диэлектрической проницаемостью ε_0) и переменной части диэлектрической проницаемости.

Компонента Фурье электрического поля заряда q , расположенного на расстоянии a от границы раздела двух сред, имеет следующий вид

$$E^q(\mathbf{k}_1, \omega_1) = -i \frac{q e^{-k_{1z}a} \delta(\omega_1)}{2\pi^2 \varepsilon_0(0) k_1^2} \mathbf{k}_1, \quad (3)$$

где k_{1z} — проекция вектора $\mathbf{k}_1$ на ось z , $\varepsilon_0(0)$ — статическое значение диэлектрической проницаемости.

Переменная часть диэлектрической проницаемости равна $\varepsilon_1(r, t) = \Delta\varepsilon(t)\theta(z)$, где $\theta(z)$ — ступенчатая функция Хевисайда. Найдем фурье-образ $\varepsilon_1(r, t)$:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1(\mathbf{k}_1, \omega_1) &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int \varepsilon_1(r, t) e^{i(\omega_1 t - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r})} d\mathbf{r} dt = \\ &= -i \frac{\Delta\varepsilon(\omega_1) \delta(k_{1x}) \delta(k_{1y})}{2\pi(k_z - i\gamma)}, \quad \gamma \rightarrow +0, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\Delta\varepsilon(\omega_1) = \frac{1}{2\pi} \int \Delta\varepsilon(t) e^{i\omega_1 t} dt$ — временная компонента Фурье функции $\Delta\varepsilon(t)$. Подстановка (3), (4) в общую формулу (2) приводит к следующему выражению для углового и спектрального распределения энергии излучения:

$$W_{k, \lambda} d^3 k = \frac{q^2 \omega^2 |\Delta\varepsilon(\omega)|^2 (e_z^{\lambda})^2 e^{-2\sqrt{k_x^2 + k_y^2}a}}{4\varepsilon_0(\omega) \varepsilon_0^2(0) (k_x^2 + k_y^2)} d^3 k. \quad (5)$$

Из (5) следует, что излучаются только такие волны, вектор поляризации которых лежит в плоскости, образованной осью z (нормально к границе раздела) и волновым вектором $\mathbf{k}$. При этом $e_z^{\lambda} = \sin\theta$, где θ — угол между $\mathbf{k}$ и осью z . С учетом этого получим распределение энергии излучения по частоте и полярному углу θ :

$$W_{\omega, \theta} d\omega d\theta = \frac{\pi q^2 \omega^2 |\Delta \varepsilon(\omega)|^2}{2 c \varepsilon_0^{1/2}(\omega) \varepsilon_0^2(0)} e^{-2 \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0(\omega)} a \sin \theta} \sin \theta d\omega d\theta. \quad (6)$$

Из (6), в частности, следует, что при удалении заряда от границы раздела двух сред ($a \rightarrow \infty$) энергия излучения стремится к нулю, что подтверждает вывод о невозможности излучения неподвижных заряженных источников в однородной изотропной нестационарной среде.

Рассмотрим некоторые частные случаи, описываемые общей формулой (6).

а. Излучение в случае плавного изменения диэлектрической проницаемости. Пусть $\Delta \varepsilon(t)$ имеет вид

$$\Delta \varepsilon(t) = \Delta \varepsilon \exp(t/T) / (1 + e^{t/T}). \quad (7)$$

Выражение (7) описывает изменение диэлектрической проницаемости при $z > 0$ от ε_0 до $\varepsilon_0 + \Delta \varepsilon$, причем это изменение происходит плавно за характерное время T . Сделав замену переменных $u = e^{t/T}$, нетрудно найти фурье-образ $\Delta \varepsilon(\omega)$

$$\Delta \varepsilon(\omega) = \frac{i \Delta \varepsilon T}{2 \operatorname{sh}(\pi \omega T)}. \quad (8)$$

Подставив (8) в (6), получим угловое и спектральное распределение энергии излучения:

$$W_{\omega, \theta} d\omega d\theta = \frac{\pi q^2 \omega^2 (\Delta \varepsilon)^2 T^2 \sin \theta}{8 c \varepsilon_0^{1/2}(\omega) \varepsilon_0^2(0) \operatorname{sh}^2(\pi \omega T)} \times \\ \times \exp\left(-2 \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0(\omega)} a \sin \theta\right) d\omega d\theta. \quad (9)$$

Особенно простой вид это распределение имеет в случае мгновенного изменения диэлектрической проницаемости ($T \rightarrow 0$):

$$W_{\omega, \theta} d\omega d\theta = \frac{q^2 (\Delta \varepsilon)^2}{8 \pi c \varepsilon_0^{1/2}(\omega) \varepsilon_0^2(0)} \exp\left(-2 \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0(\omega)} a \sin \theta\right) \sin \theta d\omega d\theta. \quad (10)$$

Если пренебречь дисперсией, выражение (10) можно проинтегрировать по частоте, получив изотропное распределение энергии по полярному углу θ . Интегрируя последнее по θ , найдем полную излученную энергию

$$W = \frac{q^2 (\Delta \varepsilon)^2}{16 \varepsilon_0^3} \frac{1}{a}. \quad (11)$$

Как следует из (11) полная энергия излучения медленно ($\sim a^{-1}$) убывает с ростом расстояния от заряда до границы раздела.

б. Излучение при периодическом изменении диэлектрической проницаемости. Пусть теперь диэлектрическая проницаемость при $z > 0$ периодически меняется со временем

$$\Delta \varepsilon(t) = \Delta \varepsilon \cos \omega_0 t. \quad (12)$$

Фурье - образ $\Delta \varepsilon(\omega)$ имеет вид

$$\Delta \varepsilon(\omega) = \frac{\Delta \varepsilon}{2} \delta(\omega - \omega_0). \quad (13)$$

В (13) отброшено слагаемое с $\delta(\omega + \omega_0)$, поскольку $\omega + \omega_0 > 0$. Подстановка (13) в (6) приводит к выражению для энергии излучения. Это выражение содержит квадрат δ -функции, поэтому речь должна идти об энергии излучения в единицу времени. Угловое распределение мощности излучения (которое монохроматично и происходит на частоте ω_0) описывается следующим выражением

$$P_{\theta} d\theta = \frac{q^2 (\Delta \varepsilon)^2 \omega_0^2}{16 c \varepsilon_0^{1/2}(\omega_0) \varepsilon_0^2(0)} e^{-2 \frac{\omega_0}{c} a \sqrt{\varepsilon_0(\omega_0)} \sin \theta} \sin \theta d\theta. \quad (14)$$

Рассмотрим теперь более реалистичный случай излучения неподвижного заряда, расположенного вблизи плоскопараллельной пластинки, диэлектрическая проницаемость которой меняется во времени.

Пусть переменная часть диэлектрической проницаемости $\varepsilon_1(r, t)$ в (1) имеет вид

$$\varepsilon_1 = \Delta \varepsilon(t) (\theta(z) - \theta(z - b)). \quad (15)$$

Выражение (15) описывает пластину толщины b , внутри которой (т. е. при $0 < z \leq b$) диэлектрическая проницаемость меняется по закону $\Delta \varepsilon(t)$. Найдем фурье-образ переменной части диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon_1(k_1, \omega_1) = -i \frac{\Delta \varepsilon(\omega_1) \delta(k_{1x}) \delta(k_{1y})}{2\pi(k_{1z} - i\gamma)} (1 - e^{-i k_{1z} b}). \quad (16)$$

Угловое и спектральное распределение энергии излучения заряда q , расположенного вблизи $z=a$ найдем, подставив (3) и (16) в (2). При интегрировании по $d k_{1z}$ в (2) весьма существенным оказывается знак разности $a - b$ (именно $\text{sign}(a - b)$ определяет выбор контура интегрирования). Распределение энергии зависит от того, находится ли заряд q вне пластинки ($a > b$) или внутри ее ($a < b$). Имеем:

$$\begin{aligned} W_{\omega, \theta} d\omega d\theta = & \frac{\pi q^2 \omega^2 |\Delta \varepsilon(\omega)|^2}{2 c \varepsilon_0^{1/2}(\omega) \varepsilon_0^2(0)} \exp\left(-2 \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0(\omega)} a \sin \theta\right) \times \\ & \times \left[1 + \exp\left(2 \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0(\omega)} b \sin \theta\right) - 2 \exp\left(\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0(\omega)} b \sin \theta\right) \times \right. \\ & \left. \times \cos\left(\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0(\omega)} b \cos \theta\right) \right] \sin \theta d\omega d\theta \end{aligned} \quad (17)$$

при $a > b$ и

$$W_{\omega, \theta} d\omega d\theta = \frac{\pi q^2 \omega^2 |\Delta \varepsilon(\omega)|^2}{2 c \varepsilon_0^{1/2}(\omega) \varepsilon_0^2(0)} \left[\exp\left(-2 \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0(\omega)} a \sin \theta\right) + \right.$$

$$+ \exp\left(-2 \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0(\omega)} (b-a) \sin \theta\right) - 2 \exp\left(-\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0(\omega)} b \sin \theta\right) \times \\ \times \cos\left(\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0(\omega)} b \cos \theta\right) \Big| \sin \theta d\omega d\theta \quad (18)$$

при $a < b$.

Характерный интерференционный член в (17), (18) описывает осцилляции энергии излучения в зависимости от толщины пластинки b ; однако, энергия излучения ни при каком значении b не обращается в нуль. Подставив в (17), (18) выражения (8) (или (13)), нетрудно рассчитать энергию излучения в случаях, когда диэлектрическая проницаемость в пластинке плавно (или периодически) меняется во времени.

К кругу проблем, затронутых в данной работе, тесно примыкает задача об излучении неподвижных источников на стоячей волне диэлектрической проницаемости. Авторы [6] впервые показали, что при падении бегущей волны диэлектрической проницаемости на неподвижный заряд, последний излучает электромагнитные волны. Ниже мы покажем, что наличие бегущей волны диэлектрической проницаемости не является необходимым условием, и излучение неподвижного заряда возможно и в случае стоячей волны.

Пусть диэлектрическая проницаемость среды описывается выражением (1), где

$$\varepsilon_1(\mathbf{r}, t) = \Delta \varepsilon \cos(\mathbf{k}_0 \mathbf{r}) \cos(\omega_0 t). \quad (19)$$

Фурье-образ переменной части диэлектрической проницаемости (19) имеет вид:

$$\varepsilon_1(\mathbf{k}_1, \omega_1) = \frac{\Delta \varepsilon}{4} \left\{ \left[\delta(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_1) + \delta(\mathbf{k}_0 + \mathbf{k}_1) \right] \delta(\omega_0 - \omega_1) + \right. \\ \left. + \left[\delta(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_1) + \delta(\mathbf{k}_0 + \mathbf{k}_1) \right] \delta(\omega_0 + \omega_1) \right\}. \quad (20)$$

Выберем систему координат, ось z которой совпадает с $\mathbf{k}_0$. Тогда подставляя (20) и (3) в (2), получим выражение для углового распределения мощности излучения (излучение происходит на частоте ω_0):

$$P_\theta d\theta = \frac{1}{4} P_0^{ts} \left[1 + 2 \frac{(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k})^2}{(\mathbf{k}_0 + \mathbf{k})^2} \cos(2k_0 a) + \frac{(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k})^4}{(\mathbf{k}_0 + \mathbf{k})^4} \right] d\theta, \quad (21)$$

где $P_0^{ts} = \frac{q^2 (\Delta \varepsilon)^2 \omega_0^2 k_0^2 \sin^3 \theta}{14 c \sqrt{\varepsilon_0(\omega)} \varepsilon_0^2(0) (\mathbf{k}_0 - \mathbf{k})^4}$ — мощность переходного рассеяния

бегущей волны диэлектрической проницаемости вида $\varepsilon_1(\mathbf{r}, t) = \Delta \varepsilon \cos(\mathbf{k}_0 \mathbf{r} - \omega_0 t)$ на неподвижном заряде, θ — угол между $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}_0$ так, что $(\mathbf{k}_0 \pm \mathbf{k})^2 = k_0^2 \pm 2 k_0 k \cos \theta + k^2$; $|\mathbf{k}| = \frac{\omega_0}{c} \sqrt{\varepsilon_0(\omega_0)}$. Рассмотрение (20) показывает, что излучаемая мощность P_θ является периодической функцией a . Напомним, что a , в данном случае, расстояние от точки

$z = 0$ (где находится пучность стоячей волны) до заряда. Интересно отметить, что даже если заряд находится в узле стоячей волны ($k_0 a = \frac{\pi}{2}$), все равно полная мощность излучения не обращается в нуль.

Авторы благодарят Б. М. Болотовского за внимание и интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В. Л. Изв. вузов, Радиофизика, 16, 4 (1973).
2. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. ЖЭТФ, 65, 132 (1973).
3. Давыдов В. А. ЖТФ, 52, 2340 (1982).
4. Бетиашвили Г. А., Гавриленко В. Г., Джандиери Г. В. Изв. АН АрмССР, Физика, 12, 334 (1977).
5. Манева Г. М. Кр. сообщ. физ. ФИАН, № 2, 21 (1977).
6. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. ЖЭТФ, 65, 1818 (1973).
7. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. Изд. Наука, М., 1984.
8. Давыдов В. А. ЖЭТФ, 80, 859 (1981).

ՍԱՀՄԱՆԱՓԱԿ ՈՉՍՏԱՅԻՈՆԱՐ ԻԶՈՏՐՈՊ ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐՈՒՄ ԱՆՇԱՐԺ ԱՂԱՅՈՒՐՆԵՐԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Վ. Ա. ԴԱՎԻԴՈՎ, Գ. Վ. ԶԱՆԴԻԵՐԻ

Հաճված է ստացիոնար և ոչ ստացիոնար միջավայրերի բաժանման հարթ սահմանի մոտ գրտնրվող անշարժ կետային լիցքի ճառագայթման խնդիրը: Ստացված է ընդհանուր բանաձև էներգիայի ըստ հաճախության և պոլյար անկյան բաշխման համար: Դիտարկված են դիէլեկտրիկ թափանցելիության ըստ ժամանակի սահուն և պերիոդիկ փոփոխման դեպքերը:

ON THE RADIATION FROM IMMOBILE SOURCES IN CONFINED NONSTATIONARY ISOTROPIC MEDIA

V. A. DAVYDOV, G. V. DZHANDIERI

The problem of radiation from immobile point charge near the plane interface of two infinite media, stationary and nonstationary, is solved. The general expression for the frequency and polar angle distribution of the radiation energy is obtained: Two particular cases of smooth and periodical variation of permittivity in time are considered.