

УДК 538.566.5

К ТЕОРИИ ОТРАЖЕНИЯ И ПРОХОЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ПРИ ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ПЕРИОДИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНОЙ В ВОЛНОВОДЕ

К. А. БАРСУКОВ

Ленинградский электротехнический институт
имени В. И. Ульянова (Ленина)

Э. А. ГЕВОРКЯН

Московский экономико-статистический институт

(Поступила в редакцию 30 августа 1988 г.)

Исследовано взаимодействие электромагнитных ТМ волн с гармонически неоднородной диэлектрической пластиной, помещенной в регулярный волновод. Найдены формулы Френеля и коэффициенты отражения и прохождения для неоднородной пластины в области частот брэгговского отражения первого порядка, когда происходит «сильное» (резонансное) взаимодействие сигнальной волны с модулированной пластиной. Получены результаты в частном случае, когда модулирующая пластина находится в неограниченном пространстве.

В работе [1] рассмотрено взаимодействие электромагнитных ТЕ волн с периодически нестационарной неоднородной диэлектрической пластиной в регулярном волноводе произвольного поперечного сечения. Получены коэффициенты отражения и прохождения электромагнитных волн.

Ниже решается аналогичная граничная задача для электромагнитных ТМ волн в частном случае, когда они взаимодействуют с гармонически неоднородной диэлектрической пластиной в волноводе, причем рассматривается важная область частот сильного взаимодействия сигнальной волны с модулированной пластиной, когда удовлетворяются условия брэгговского отражения первого порядка.

Пусть в регулярном волноводе диэлектрическая немагнитная ($\mu = 1$) пластина толщины d занимает область $|z| < d/2$ и ее диэлектрическая проницаемость ε модулирована в пространстве по гармоническому закону (см. рис.)

$$\varepsilon = \varepsilon_0 (1 + m \cos k_0 z),$$

где m — индекс модуляции, k_0 — волновое число волны модуляции, ε_0 — среднее значение ε и оно совпадает с диэлектрической проницаемостью среды в волноводе вне пластины при $|z| > d/2$.

Рассмотрим падение ТМ волны с единичной амплитудой и частотой ω_0 на пластину со стороны $z < -(d/2)$, предполагая при этом, что индекс модуляции пластины мал ($m \ll 1$) (см. [1—5]).

Известно, что электромагнитное ТМ поле в подобном волноводе можно описывать, выбрав в качестве потенциала поля продольную составляющую электрического вектора $E_{zn}(x, y, z, t)$ (см., например, [2]), которая

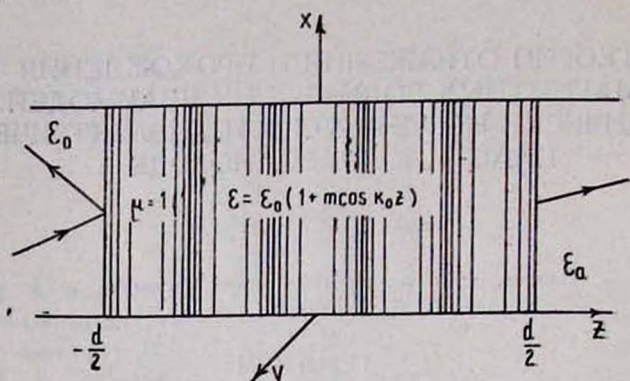


Рис. Геометрия сечения волновода с гармонически неоднородной пластиной.

в различных областях волновода в первом приближении по m включительно представима в виде:

$$|z| > \frac{d}{2}, m = 0$$

$$\begin{aligned} E_{zn}^{\text{In}} &= \Psi_n(x, y) \cdot e^{i(p_{n0}z - \omega_0 t)}, \\ E_{zn}^{\text{R}} &= \Psi_n(x, y) \cdot b_n \cdot e^{-i(p_{n0}z + \omega_0 t)}, \\ E_{zn}^{\text{T}} &= \Psi_n(x, y) \cdot \bar{b}_n \cdot e^{i(p_{n0}z - \omega_0 t)}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$|z| < \frac{d}{2}, m \neq 0,$$

$$\begin{aligned} E_{zn} &= \Psi_n(x, y) \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0}} \cdot \times \\ &\times \sum_{k=-1}^1 (a_n \cdot e^{i(p_{nk}z - \omega_0 t)} + \bar{a}_n \cdot e^{-i(p_{nk}z + \omega_0 t)}) V_{nk}, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$V_{n,\pm 1} = \left(\frac{\Theta_{n1}}{(\mu_n \pm 2)^2 - \Theta_{n0}} - \frac{m}{4} \right) V_{n0},$$

$$\Theta_{n0} = \frac{4 \left(\frac{\omega_0^2}{c^2} \epsilon_0 - \lambda_n^2 \right)}{k_0^2} n$$

$$\Theta_{n1} = \frac{2\omega_0^2 \epsilon_0}{k_0^2 c^2} m - m,$$

$$p_{n0} = \frac{\mu_n k_0}{2}, \quad p_{nk} = p_{n0} + k \cdot k_0,$$

$$\mu_n^2 \simeq \Theta_{n0} + \frac{\Theta_{n1}^2}{(\mu_n - 2)^2 - \Theta_{n0}} + \frac{\Theta_{n1}^2}{(\mu_n + 2)^2 - \Theta_{n0}},$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \Psi_n(x, y) + \lambda_n^2 \Psi_n(x, y) = 0, \quad \Psi_n(x, y)|_{\Sigma} = 0,$$

Σ — контур поперечного сечения волновода, b_n и $\bar{b}_n$ — амплитуды отраженных от пластины и прошедших через нее волн, a_n и $\bar{a}_n$ — амплитуды волн в неоднородной пластине.

Как известно (см., например, [3], [6]), при значении Θ_{n0} , близком к единице, вокруг частоты

$$\omega_0 = \frac{k_0 c}{2 \sqrt{\epsilon_0}} \eta_n, \quad \left(\eta_n = \sqrt{1 + \frac{4\lambda_n^2}{k_0^2}}\right) \quad (3)$$

происходит сильное взаимодействие между сигнальной волной и модулированной пластиной и условия Брэгга первого порядка выполняются между пространственными минус первой и нулевой гармониками. Соответствующие величины в данной области частот имеют вид:

$$\begin{aligned} \Theta_{n0} &\simeq 1 + \delta_n, \quad \delta_n = \frac{\eta_n^2 - 2}{4 \sqrt{2}} m, \\ \Theta_{n1} &\simeq 2 \sqrt{2} \delta_n, \\ \mu_n &= 1 + i \frac{\delta(\eta_n^2 - 2)}{8} m, \quad \delta = \sqrt{3,5}, \\ p_{n0} &= \frac{k_0}{2} \left(1 + i \frac{\delta(\eta_n^2 - 2)}{8} m\right). \end{aligned} \quad (4)$$

При этом величина $V_{n,-1}$ с точностью до малых порядка m и с учетом условия нормировки $V_{n0} = 1$ принимает вид

$$V_{n,-1}^c = -\frac{\sqrt{2}}{4} (1 - i\sqrt{7}), \quad |V_{n,-1}^c| = 1, \quad (5)$$

то есть не зависит от m , а величина $V_{n,+1}$ остается порядка m и имеет вид $V_{n,+1}^c \simeq (\eta_n^2 - 2) m / 16$.

Подставляя (3) и (4) в выражения для полей (1), (2), с учетом того, что $m = 0$ при $|z| > d/2$ и $m \neq 0$ при $|z| < d/2$, получим:

$$\begin{aligned} E_{zn}^{\text{In}} &= \Psi_n(x, y) \cdot e^{i \frac{k_0}{2} z} \cdot e^{-i \frac{c k_0 \eta_n}{2 \sqrt{\epsilon_0}} t}, \\ E_{zn}^{\text{R}} &= \Psi_n(x, y) \cdot b_n \cdot e^{-i \frac{k_0}{2} z} \cdot e^{-i \frac{c k_0 \eta_n}{2 \sqrt{\epsilon_0}} t}, \\ E_{zn}^{\text{T}} &= \Psi_n(x, y) \cdot \bar{b}_n \cdot e^{i \frac{k_0}{2} z} \cdot e^{-i \frac{c k_0 \eta_n}{2 \sqrt{\epsilon_0}} t}, \\ E_{zn} &= \Psi_n(x, y) \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0}} \cdot e^{-i \frac{c k_0 \eta_n}{2 \sqrt{\epsilon_0}} t} \times \\ &\times \left[a_n \cdot e^{-\frac{\delta k_0 (\eta_n^2 - 2)}{16} m z} \cdot \left(e^{i \frac{k_0}{2} z} + V_{n,-1}^c e^{-i \frac{k_0}{2} z} \right) + \right. \end{aligned} \quad (6)$$

$$+ \bar{a}_n \cdot e^{\frac{\delta k_0 (\gamma_n^2 - 2)}{16} m z} \cdot \left(e^{-i \frac{k_0}{2} z} + V_{n,-1}^c e^{i \frac{k_0}{2} z} \right) \Big|, \quad (7)$$

где $V_{n,-1}^c$ имеет вид (5).

Если теперь потребовать, чтобы (6) и (7) удовлетворяли известным граничным условиям при $z = \pm (d/2)$:

$$z = -\frac{d}{2},$$

$$\varepsilon_0 (E_{zn}^{\text{In}} + E_{zn}^{\text{R}}) = \varepsilon E_{zn}, \quad \frac{\partial (E_{zn}^{\text{In}} + E_{zn}^{\text{R}})}{\partial z} = \frac{\partial E_{zn}}{\partial z};$$

$$z = +\frac{d}{2},$$

$$\varepsilon E_{zn} = \varepsilon_0 E_{zn}^{\text{T}}, \quad \frac{\partial E_{zn}}{\partial z} = \frac{\partial E_{zn}^{\text{T}}}{\partial z}$$

и пренебречь членами порядка m в амплитудах (см., например, [6]), то приходим к следующей системе алгебраических уравнений для определения неизвестных коэффициентов $b_n, \bar{b}_n, a_n, \bar{a}_n$:

$$\begin{aligned} \alpha_n Y_{n1}^+ + \bar{\alpha}_n Y_{n2}^+ &= q^- + b_n q^+, \\ \alpha_n Y_{n1}^- - \bar{\alpha}_n Y_{n2}^- &= q^- - b_n q^+, \\ \alpha_n Y_{n3}^+ + \bar{\alpha}_n Y_{n4}^+ &= \bar{b}_n \cdot q^+, \\ \alpha_n Y_{n3}^- - \bar{\alpha}_n Y_{n4}^- &= \bar{b}_n \cdot q^+, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} Y_{n1}^{\pm} &= e^{\frac{x_n m}{2}} \cdot \left(e^{-i \frac{k_0 d}{4}} \pm V_{n,-1}^c \cdot e^{i \frac{k_0 d}{4}} \right), \\ Y_{n2}^{\pm} &= e^{-\frac{x_n m}{2}} \cdot \left(e^{i \frac{k_0 d}{4}} \pm V_{n,-1}^c \cdot e^{-i \frac{k_0 d}{4}} \right), \\ Y_{n3}^{\pm} &= e^{-\frac{x_n m}{2}} \cdot \left(e^{i \frac{k_0 d}{4}} \pm V_{n,-1}^c \cdot e^{-i \frac{k_0 d}{4}} \right), \\ Y_{n4}^{\pm} &= e^{\frac{x_n m}{2}} \cdot \left(e^{-i \frac{k_0 d}{4}} \pm V_{n,-1}^c \cdot e^{i \frac{k_0 d}{4}} \right), \\ q^{\pm} &= e^{\pm i \frac{k_0 d}{4}}, \quad x_n = \frac{\delta k_0 (\gamma_n^2 - 2) d}{16}. \end{aligned}$$

Решая систему (8), получим формулы Френеля для гармонически неоднородной пластины в волноводе в области сильного взаимодействия сигнальной волны ТМ с модулированной пластиной. Они имеют вид:

$$a_n = \sqrt{\varepsilon_0} \cdot \frac{e^{\frac{x_n}{2}m}}{1 - (V_{n,-1}^c)^2} \bar{b}_n,$$

$$\bar{a}_n = \sqrt{\varepsilon_0} \cdot \frac{e^{-\frac{x_n}{2}m}}{1 - (V_{n,-1}^c)^2} \bar{b}_n,$$

$$b_n = \frac{e^{x_n m} - e^{-x_n m}}{e^{x_n m} - (V_{n,-1}^c)^2 \cdot e^{-x_n m}} \cdot V_{n,-1}^c, \quad (9)$$

$$\bar{b}_n = \frac{1 - (V_{n,-1}^c)^2}{e^{x_n m} - (V_{n,-1}^c)^2 \cdot e^{-x_n m}}. \quad (10)$$

Полученные выражения (9) и (10) дают возможность найти коэффициенты отражения и прохождения для неоднородной пластины в волноводе в области сильного взаимодействия. Вычисляя $|b_n|^2$ и $|\bar{b}_n|^2$ с учетом (5), получим

$$|b_n|^2 = \frac{8 \operatorname{sh}^2(x_n m)}{8 \operatorname{ch}^2(x_n m) - 1}, \quad (11)$$

$$|\bar{b}_n|^2 = \frac{7}{8 \operatorname{ch}^2(x_n m) - 1}.$$

Как видно из (11), удовлетворяется условие $|b_n|^2 + |\bar{b}_n|^2 = 1$. Это означает отсутствие рассеивающей мощности в рассматриваемой периодической среде.

Если в (11) совершить соответствующий предельный переход к случаю гармонически неоднородной пластины в неограниченном пространстве, когда сигнальная волна падает нормально на пластину (см. [3]), то получим

$$|b|^2 = \frac{8 \operatorname{sh}^2\left(\frac{\delta k_0 d}{16} m\right)}{8 \operatorname{ch}^2\left(\frac{\delta k_0 d}{16} m\right) - 1}, \quad (12)$$

$$|\bar{b}|^2 = \frac{7}{8 \operatorname{ch}^2\left(\frac{\delta k_0 d}{16} m\right) - 1}.$$

Заметим, что формулы (11) и (12) выражают теоретические зависимости коэффициентов отражения и прохождения от толщины пластины в области сильного взаимодействия сигнальной волны с модулированной пластиной. Практически подобное взаимодействие может осуществляться только для достаточно толстой пластины (см. [1]).

В заключение отметим, что представляет также интерес решить аналогичную задачу для периодически нестационарной — неоднородной пластины в волноводе, основываясь на результатах работ [1], [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Барсуков К. А., Геворкян Э. А. Радиотехника и электроника, 31, 1733 (1986).
2. Барсуков К. А., Геворкян Э. А., Звонников Н. А. Радиотехника и электроника, 20, 908 (1975).
3. Барсуков К. А., Геворкян Э. А. Радиотехника и электроника, 28, 237 (1983).
4. Барсуков К. А., Геворкян Э. А. Труды международного симпозиума по переходному излучению частиц высоких энергий. ЕРФИ, май, с. 534, 1977.
5. Геворкян Э. А. Вычислительная математика и математическая физика. Межвузовский сборник научных трудов, МГПИ, М., с. 114, 1987.
6. Сешадри С. Р. ТИИЭР. 66, 86 (1978).

**ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԵՏԻՍԱԿԱՆ ԱՆԻՔՆԵՐԻ ԱՆԴՐԱԴԱՐՁՄԱՆ ԵՎ ԱՆՑՄԱՆ
ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ ԱՆԻՔԱՏԱՐՈՒՄ ՏԵՂԱՎՈՐՎԱՄ ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆ
ՕՐԵՆՔՈՎ ԱՆՀԱՄԱՍՅՈՒ ԴԻԷԼԵԿՏՐԻԿ ԹԱՂԱՆԹԻ ՀԵՏ ՆՐԱՆՑ
ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ**

Կ. Ա. ԲԱՐՍՈՒԿՈՎ, Է. Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

Ուսումնասիրված է էլեկտրամագնիսական TM ալիքների փոխազդեցությունը ուղղված ալիքատարում տեղավորված հարմոնիկ օրենքով անհամասեռ դիէլեկտրիկ թաղանթի հետ մոդուլացիայի գործակցի փոքրության ենթադրությամբ: Գտնված են Ֆրենելի բանաձևերը և անդրադարձման ու անցման գործակիցները Բրեգգի առաջին կարգի անդրադարձման հաճախությունների տիրույթում, որտեղ տեղի է ունենում ուժեղ փոխազդեցություն (ռեզոնանսային) քնկնող ալիքի և մոդուլացված թաղանթի միջև: Ստացված են արդյունքներ նաև մասնավոր դեպքում, երբ մոդուլացված թաղանթը դրսևում է անվերջ միջավայրում:

ON THE THEORY OF REFLECTION AND TRANSMISSION OF ELECTROMAGNETIC WAVES AT THE INTERACTION WITH SPACE PERIODIC DIELECTRIC SLAB IN A WAVEGUIDE

K. A. BARSUKOV, E. A. GEVORGYAN

The interaction of electromagnetic TM waves with harmonically nonuniform dielectric slab in a regular waveguide is considered under the assumption of small modulation index. On the basis of Fresnel formulas the reflection and transmission coefficients for the nonuniform slab are found in the frequency region of first-order Bragg reflection, when the "strong" (resonance) interaction between the signal wave and the modulated Slab takes place. The results for a particular case of the presence of modulated slab in an unbounded space are obtained.