

УДК 535.375.5

## ВКР УЛЬТРАКОРОТКОЙ НАКАЧКИ С ЧИРПОМ В ДИСПЕРГИРУЮЩЕЙ СРЕДЕ

Б. В. КРЫЖАНОВСКИЙ

Институт физических исследований АН АрмССР

(Поступила в редакцию 15 июня 1985 г.)

Определены длина области когерентного усиления  $z_k$  и критическая интенсивность  $I_{кр}$ , обусловленные чирпом накачки и групповым запаздыванием взаимодействующих волн. Показано, что при длине взаимодействия  $z > z_k$  происходит компрессия стокового импульса и его усиление практически прекращается. При повышении интенсивности накачки выше значения  $I_{кр}$  эффективность ВКР резко возрастает, а длительность стокового импульса становится порядка длительности накачки.

### 1. Введение

К настоящему времени теория нестационарного ВКР ультракороткого импульса накачки, длительность  $\tau_n$  которого много меньше времени релаксации, наиболее полно развита для линейного случая [1—4], когда можно пренебречь изменением населенностей уровней среды и считать поле накачки заданным (для нелинейного случая см. работы [5—7] и ссылки в них). Основное внимание авторов изначально было направлено на исследование влияния монохроматичности накачки на эффективность ВКР. Причиной тому стал обнаруженный в [8] факт, что даже в том случае, когда спектральная полоса накачки значительно превышает ширину линии спонтанного рассеяния ( $\delta\omega_n \gg \gamma$ ) эффективность ВКР почти не снижается и определяется интегральной интенсивностью накачки. Этот факт объяснен в [1, 2], а с учетом разности групповых скоростей накачки ( $v_n$ ) и стоковой волны ( $v_c$ ) в [9, 10], где было введено понятие критической интенсивности  $I_{кр} \sim \delta\omega_n$ . Детально этот вопрос исследовался в [11, 12]. Как предсказывает развитая теория, при интенсивности накачки  $I_n > I_{кр}$  (т. е. при сравнительно малой ширине  $\delta\omega_n$ ), процесс ВКР развивается в режиме „когерентного“ усиления, т. е. в усилении стоковой компоненты участвуют все компоненты спектра накачки. Нарастание интенсивности стоковой волны с ростом координаты  $z$  в этом случае носит „летаргический“ характер:  $I_c \sim \exp(4\sqrt{\beta z})$ , где инкремент  $\beta$  определяется интегральной интенсивностью накачки. Если увеличить ширину спектра накачки так, что станет  $I_{кр} > I_n$ , то характер эволюции процесса рассеяния качественно изменится и ВКР будет развиваться в квазистатическом режиме усиления:  $I_c \sim e^{\Gamma z}$ , где инкремент  $\Gamma$  определяется мгновенным значением интенсивности накачки.

Как показано в настоящей работе, к аналогичной смене режимов усиления приводит и чирп накачки, в частности линейная зависимость частоты

ты накачки от времени — довольно распространенное явление в твердотельных импульсных ОКГ. Аналогия однако не полная, поскольку, в отличие от исследовавшейся в [1—7] ситуации, модуляция фазы накачки в рассматриваемом нами случае носит регулярный (а не стохастический) характер. Это отличие приводит к тому, что смена режимов усиления происходит только при длинах взаимодействия больших некоторой длины  $Z_k$  и  $k$  зависимости величины  $I_{kr}$  от координаты.

## 2. Уравнения ВКР. Основные выражения

Рассмотрим взаимодействие квазимонохроматических волн интенсивной накачки  $E_n$  и слабой стоксовой компоненты  $E_c$ , распространяющихся в среде трехуровневых атомов (рис. 1) в положительном направлении оси  $Z$ :

$$E_n = A_n(t - z/v_n) \exp[i(k_n z - \omega_n t)] + \text{к. с.} \quad (1)$$

$$E_c = A_c(z, t) \exp[i(k_c z - \omega_c t)] + \text{к. с.}$$

Средние частоты накачки ( $\omega_n$ ) и стоксовой волны ( $\omega_c$ ) связаны с частотами  $\omega_{ij}$  атомных переходов соотношениями:

$$\omega_c = \omega_n - \omega_{31}; \quad \Delta = \omega_{21} - \omega_n; \quad |\Delta| \ll \omega_{21}. \quad (2)$$

Расстройку резонанса  $\Delta$  будем полагать значительно большей всех ширин, в том числе и ширин спектров накачки ( $\delta\omega_n$ ) и стоксовой компоненты ( $\delta\omega_c$ ). В этом случае взаимодействие накачки с резонансной средой можно считать адиабатическим и, полагая  $\gamma\tau \ll 1$ , пренебрегать движением населенностей квазиэнергетических уровней системы «атом в поле накачки» [13]. В приближении заданного поля накачки процесс ВКР описывается двумя уравнениями для недиагонального элемента матрицы плотности  $Q$  и медленной амплитуды  $A_c$ . С учетом эффектов насыщения по накачке эти уравнения принимают вид [14]:

$$\frac{\partial A_c}{\partial z} + v \frac{\partial A_c}{\partial \tau} = g \tilde{A}_n Q^*, \quad \frac{\partial Q}{\partial \tau} = \tilde{A}_n A_c^*, \quad (3)$$

где

$$v = \frac{1}{v_c} - \frac{1}{v_n}, \quad g = \frac{2\pi\omega_c N d_{21}^2 d_{23}^2}{c\hbar^3 \Delta^2}. \quad (4)$$

Здесь  $\tau = t - z/v_n$  — время, связанное с накачкой,  $d_{ij}$  — дипольный матричный элемент атомного перехода  $i \rightarrow j$ ,  $N$  — плотность атомов,  $\tilde{A}_n$  — эффективная амплитуда, связанная с реальной амплитудой поля накачки соотношением:

$$\tilde{A}_n = A_n(\tau) \left( \frac{2}{1 + \xi + \sqrt{1 + \xi}} \right)^{1/2} \exp\left(-i \int s d\tau'\right), \quad (5)$$

$$s = \frac{\Delta}{2} (1 - \sqrt{1 + \xi}), \quad \xi = 4|A_n d_{21}|^2 / \hbar \Delta^2,$$

где  $s = s(\tau)$  — штарковский сдвиг основного уровня,  $\xi = \xi(\tau)$  — параметр насыщения. При слабой накачке, когда  $\xi \ll 1$  и  $s \rightarrow 0$ , имеем  $\tilde{A}_n \simeq A_n$  и уравнения (3) принимают вид, исследованный в [1—12].

В дальнейшем нас будет интересовать только случай сильной фазовой модуляции, когда период модуляции совокупной фазы  $\varphi$  комплексной амплитуды  $\tilde{A}_n$  значительно меньше длительности накачки и стока им-пульса:

$$|\dot{\varphi}| \tau_n \gg 1, \quad |\dot{\varphi} A_c| \gg |\partial |A_c| / \partial \tau|, \quad \varphi = \varphi_n - \int^{\tau} s d\tau', \quad (6)$$

где  $\varphi_n$  — фаза волны накачки. С учетом второго из условий (6) при решении системы уравнений (3) можно пренебречь производной  $\partial |A_c| / \partial \tau$ . Тогда из (3) получим

$$A_c = A_0(\tau - \nu z) + g \tilde{A}_n(\tau) \int_{-\infty}^{\tau} d\tau_1 \int_0^z dx \tilde{A}_n^*(\tau_1) A_0(\tau_1 - \nu x) F \exp \{i\nu x [\varphi(\tau) - \varphi(\tau_1)]\}, \quad (7)$$

где  $A_0$  — начальная амплитуда стока, корреляционную функцию которой примем, для определенности, такой же, как и в случае возникновения затравки из спонтанного шума

$$\frac{c}{2\pi} \langle A_0(\tau) A_0^*(\tau') \rangle = J_0 \delta(\tau - \tau'). \quad (8)$$

Фигурирующая в (7) функция  $F = F(x; \tau, \tau_1)$  в общем случае имеет слишком громоздкий вид, поэтому мы приведем только наиболее простые ее асимптотические выражения для рассматриваемых ниже предельных случаев. В частности, при малых длинах ( $\nu z \delta \omega_n \ll 1$ ), когда справедливо приближение группового синхронизма, полагая  $\nu = 0$  из (3) получим

$$F = I_0 (2 \sqrt{x [\beta(\tau) - \beta(\tau_1)]}), \quad \beta = g \int_{-\infty}^{\tau} |\tilde{A}_n|^2 d\tau', \quad (9)$$

где  $I_0(x)$  — модифицированная функция Бесселя. Выражениями (7) и (9) в этом случае описывается так называемый «когерентный» режим нестационарного ВКР, который характеризуется тем, что фаза стока легко следует за фазой волны накачки, повторяя ее любые быстрые изменения во времени. Инкремент пространственного усиления в когерентном режиме не зависит от ширины спектра накачки и определяется ее интегральной интенсивностью. Модуляция фазы  $\varphi$ , обусловленная модуляцией фазы накачки и штарковскими осцилляциями, в этом случае проявляется только в уширении спектра стока. В пределе больших усиления ( $\beta z \gg 1$ ) из (7)—(9) для интенсивности стока получим

$$I_c = \frac{J_0 g |\bar{A}_n|^2}{8\pi\beta} \exp(4\sqrt{\beta}z). \quad (10)$$

Как следует из (10), в когерентном режиме ВКР усиление стоксовой волны наиболее эффективно протекает на хвосте импульса накачки, так что пик стоксова импульса отстает от пика накачки на время  $\delta\tau \sim \tau_n \ln [4\sqrt{\beta}(\infty)z]$ ; при этом длительность  $\tau_c$  стоксова импульса мало отличается от длительности накачки [2, 14].

### 3. Замедление скорости роста усиления

Проследим за тем, как наличие у накачки chirpa  $\varphi_n = \Omega^2\tau^2$  приводит к нарушению когерентности процесса усиления и изменению характера ВКР в различных сечениях среды. Это легко сделать на примере накачки импульсом прямоугольной формы:  $A_n(\tau) = A_n$  при  $0 \leq \tau \leq \tau_n$ . В этом случае амплитуда  $A_c$  опишется выражением (7), в которое следует подставить:

$$F = I_0 (G \sin 2\psi) \exp \left[ G \left( \psi - \frac{1}{2} \sin 2\psi \right) \right], \quad (11)$$

$$G = \frac{2g |\bar{A}_n|^2}{v\Omega^2}, \quad \psi = \arcsin \left( \frac{v\Omega^2}{2|\bar{A}_n|} \sqrt{\frac{x(\tau - \tau_1)}{g}} \right)$$

для области интегрирования, где  $\psi \leq \pi/2$  и  $F = 0$  вне этой области. Введем здесь понятие длины области когерентного усиления

$$z_k = \frac{4\beta(\infty)}{(v\delta\omega_n)^2} \approx \frac{4g |\bar{A}_n|^2}{v^2\Omega^4\tau_n}. \quad (12)$$

При малых длинах ( $z < z_k$ ) из (7) и (11) получим

$$I_c = \frac{J_0}{\tau(8\pi \cos^2 \psi_0 + G^{-1})} \exp[G(2\psi_0 + \sin 2\psi_0)], \quad (13)$$

где

$$\psi_0 = \arcsin \sqrt{\frac{z\tau}{z_k\tau_n}}. \quad (14)$$

Отметим, что условие  $z < z_k$  соответствует  $z\tau < z_k\tau_n$ , т. е.  $\psi_0 < \pi/2$ . В пределе  $z \ll z_k$  выражение (13) совпадает с (10). При длинах  $z \lesssim z_k$  рост интенсивности стоксовой волны замедляется и коэффициент усиления (показатель экспоненты в (13)) принимает значение в  $\pi/2$  раза меньше величины  $2\sqrt{\beta}z$ , которая могла бы быть достигнута на этих длинах в режиме когерентного усиления (10). В этом нетрудно убедиться заметив, что  $G = \sqrt{\beta(\infty)z_k}$ .

При  $z > z_k$  усиление, описываемое (13), остается справедливым только для участков стоксова импульса, достаточно близких к переднему фронту накачки, для которых выполняется соотношение  $z\tau \leq z_k\tau_n$ .

На удаленных от переднего фронта накачки участках стока импульса, для которых  $z \gg z_k \tau_n$ , экспоненциальный по  $z^{1/2}$  рост интенсивности прекращается и сменяется линейным по  $z$  ростом:

$$I_c = \frac{J_0 G e^{\pi \sigma}}{\tau} \left( \frac{2z\tau}{z_k \tau_n} - 1 \right). \quad (15)$$

Как видим, когерентность процесса усиления нарушается в первую очередь на хвосте импульса накачки. С ростом координаты  $z$  область некогерентности, для которой справедлив режим усиления (15), быстро расширяется в сторону переднего фронта накачки. Одновременно и стоковый импульс, развивавшийся при  $z < z_k$  вблизи заднего фронта накачки, при  $z > z_k$  начинает расширяться в сторону ее переднего фронта (см. рис. 2)

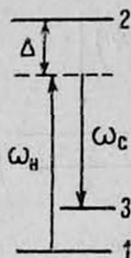


Рис. 1.

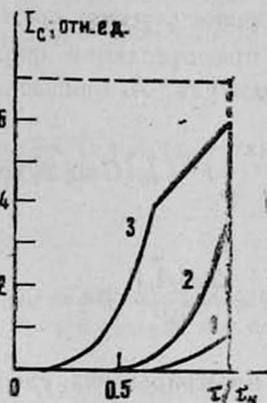


Рис. 2.

Рис. 1. Схема уровней.

Рис. 2. Форма стокового импульса ВКР, возбуждаемого прямоугольным импульсом накачки (пунктир) при  $G = 10$  в различных сечениях среды: 1 —  $z = 0,5 z_k$ , 2 —  $z = z_k$ , 3 —  $z = 1,5 z_k$ .

Закономерность перехода от когерентного режима усиления к некогерентному режиму (15), в котором усиление практически прекращается, не трудно понять. Действительно, при  $v_{II} = v_c$  стоковый импульс при любых  $z$  находился бы в фазе с импульсом накачки и развивался в режиме когерентного усиления (10). Разница в групповых скоростях приводит к сдвигу взаимодействующих импульсов друг относительно друга, а значит и к сбою их относительной фазы. Нарастающий с ростом  $z$  сбой относительной фазы приводит, в свою очередь, к изменениям знака производной  $\partial A_c / \partial z$  при изменениях  $z$ , что влечет за собой замедление скорости роста амплитуды стоковой волны. Очевидно, что сбоем относительной фазы можно пренебречь, если на характерной длине когерентного усиления  $\delta z = \sqrt{z/\beta}$  производная  $\partial A_c / \partial z$  знака не меняет (или меняет не более одного раза). Это условие можно выразить в виде  $v \delta z \omega_n < 1$ , что соответствует  $z < z_k$ .

Величина  $z_k$  прямо пропорциональна эффективной интенсивности накачки, т. е. величине  $\tilde{I}_n = c |\tilde{A}_n|^2 / 2\pi$ . При фиксированной длине  $l$  кю-

веты (вернее при фиксированной толщине оптического слоя  $Nl$ ) удобнее оперировать понятием критической интенсивности

$$I_{кр} = \frac{\hbar\omega_c Q^2 \tau_n Nl}{4\Delta^2}. \quad (16)$$

При большой интенсивности накачки, когда  $\bar{I}_n > I_{кр}$ , стоксов импульс развивается в режиме когерентного усиления (13) на всем протяжении длины кюветы. При малой интенсивности накачки, когда  $\bar{I}_n < I_{кр}$ , т. е.  $z_k < l$ , когерентный режим по ходу распространения сменится (при  $z > z_k$ ) некогерентным режимом усиления и форма стоксова импульса на выходе из кюветы будет задаваться выражением (15).

#### 4. Компрессия стоксова импульса

Рассмотренный выше пример накачки импульсом прямоугольной формы явился удобной моделью для введения понятий  $z_k$  и  $I_{кр}$ . Теперь рассмотрим, как в процессе распространения в резонансной среде изменяется форма и местоположение стоксова импульса в случае, когда накачка имеет более реалистическую, нежели прямоугольник, огибающую. Для простоты будем полагать, что импульс накачки гладкой формы имеет единственный максимум при  $\tau = 0$ . Тогда, при малых длинах ( $z < z_k$ ) амплитуда стоксовой волны будет описываться выражением (7), куда следует подставить

$$F = I_0 (2 \sqrt{Rx}), \quad R = g \int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{|\bar{A}_n(\tau_2)|^2}{1 - i\nu(\varphi - \varphi_2) V_{x/(\beta - \beta_1)}} d\tau_2, \quad (17)$$

где  $\varphi = \varphi(\tau)$ ,  $\varphi_2 = \varphi(\tau_2)$ ,  $\beta = \beta(\tau)$ ,  $\beta_1 = \beta(\tau_1)$ . Из анализа (7) и (17) следует, что усиление стоксовой волны определяется в основном значением аргумента бесселевой функции (17) при  $x \simeq z$ . Как видно из (17), с ростом длины прохождения скорость роста величины  $\sqrt{Rx}$  падает, при-

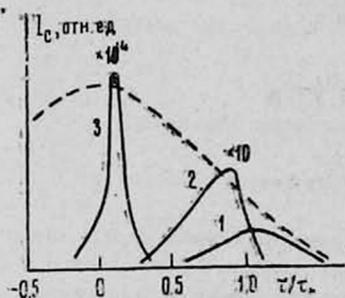


Рис. 3. Компрессия стоксова импульса (сплошные линии) при накачке гауссовым импульсом (пунктир),  $G=20$  и длинах прохождения: 1 —  $z = z_k$ , 2 —  $z = 2z_k$ , 3 —  $z = 10z_k$ .

чем в первую очередь падает на хвосте накачки. Этому анализу соответствует следующая картина развития ВКР. При малых длинах, когда  $z \ll z_k$  имеем  $R \simeq \beta - \beta_1$ , т. е. стоксов импульс развивается на хвосте накачки в режиме когерентного усиления (10). При длинах  $z \gtrsim z_k$  пик стоксова импульса, в процессе его распространения в среде, начинает перемещаться с хвоста накачки к ее центру, одновременно сжимаясь на полувысоте (см. рис. 3). В пределе больших длин прохождения ( $z \gg z_k$ ) пик сток-

сова импульса догоняет пик накачки и движется вместе с ним. Его интенсивность в этом пределе имеет вид

$$I_c = J_0 v_z \Omega^2 \exp\left(\frac{2\pi\omega_c}{\omega_H} \left| \frac{\tilde{A}_H d_{23}}{h\Omega} \right|^2\right), \quad (18)$$

а его длительность можно оценить из (18), как

$$\tau_c \simeq \tau_H \left| \frac{h\Omega}{\tilde{A}_H(0)d_{23}} \right| \sqrt{\frac{\omega_H}{\pi\omega_c}}. \quad (19)$$

Как видим, на длинах  $z \gg z_R$  усиление стоксовой волны практически прекращается и стоксов импульс, предельно сжавшись, следует вместе с импульсом накачки. При длинах  $z > \tau_H \sqrt{G} v$  становится существенным групповое запаздывание и стоксов импульс начинает расплываться.

В заключение отметим одно интересное обстоятельство. Как следует из (7) и (17), при большой интенсивности накачки такой, что пиковый штарковский сдвиг значительно больше ширины спектра накачки ( $|s(0)| \gg \delta\omega_H \simeq \Omega^2 \tau_H$ ), на длинах  $z_k > z > z_k \delta\omega_H / |s(0)|$  реализуется своеобразный переходный режим усиления

$$I_c = \frac{9J_0 g^2 z^2 v s}{4\pi\Gamma V \tilde{\Gamma}_z} \exp(\pi |\Gamma_0 z|^{1/3}), \quad (20)$$

$$\Gamma_0 = \frac{g|\Delta|\omega_c}{\omega_H} \left| \frac{\tau_H \tilde{A}_H d_{23}}{d_{21}} \right|^2,$$

обусловленный сбоем относительной фазы взаимодействующих импульсов из-за быстрых штарковских осцилляций. При больших длинах ( $z > z_R$ ) чирп накачки разрушает этот квазистатический режим и усиление прекращается на уровне, задаваемом выражением (18).

Автор выражает благодарность М. Л. Тер-Микаеляну за плодотворную дискуссию и обсуждение результатов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ахманов С. А. и др. ЖЭТФ, 59, 485 (1970).
2. Carman R. L. et al. Phys. Rev., A2, 60 (1970).
3. Wang C. H. Phys. Rev., 182, 482 (1969).
4. Rauber M. G. et al. Phys. Rev., A19, 2304 (1979).
5. Полуэктов И. А. и др. Письма ЖЭТФ, 20, 243 (1971).
6. Махвиладзе Т. М., Сарычев М. Е. ЖЭТФ, 71, 896 (1976).
7. Горбунов В. А. Квантовая электроника, 9, 152 (1982).
8. Бочаров В. В. и др. ЖЭТФ, 56, 430 (1969).
9. Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Павлов Л. И. ЖЭТФ, 66, 520 (1974).
10. Ахманов С. А. и др. Письма ЖЭТФ, 13, 724 (1971).
11. Джотян Г. П. и др. ЖЭТФ, 73, 822 (1977).
12. Джотян Г. П., Дьяков Ю. Е. Вестник МГУ, сер. физ., 22, 3 (1981).
13. Тер-Микаелян М. Л., Меликян А. О. ЖЭТФ, 58, 281 (1970).
14. Крыжановский Б. В., Меликян А. О. Квант. электрон., 13, 734 (1986).

ԳԵՐԿԱՐՃ ՄՂՄԱՆ ՉԻՐՊՈՎ ՍՏԻՊՈՂԱԿԱՆ ԿՈՄԲԻՆԱՑԻՈՆ ՑՐՈՒՄԸ  
ԳԻՍՊՈՆԵՐՍԻՈՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ

Բ. Վ. ԿՐԻՃԱՆՈՎՍԿԻ

Աշխատանքում տրված են կոհերենտության տիրույթի  $Z_k$  և կրիտիկական ինտենսիվության  $I_{kp}$  սահմանումները, որոնք պայմանավորված են մղման դաշտի շիրպով և փոխազդեցող ալիքների խմբային ուշացումներով: Ցույց է տրված, որ  $Z > Z_k$  փոխազդեցության երկարությունների դեպքում տեղի է ունենում ստորսի իմպուլսի սեղմում և զործնականում վերանում է նրա ուժեղացումը: Մղման  $I_{kp}$ -ից մեծ արժեքների դեպքում ստիպողական կոմբինացիոն ջրման էֆեկտիվությունը կտրուկ աճում է, իսկ ստորսի իմպուլսի տեղումնում է մղման տեղումնային կարգի:

SRS OF A CHIRPED PUMP IN A DISPERSIVE MEDIUM

B. V. KRIZHANOVSKY

The coherent amplification length  $z_k$  and the critical intensity  $I_{kp}$  caused by pump chirp and by group—delay effect are defined and determined. It is shown that at the distance  $z > z_k$  the compression of Stokes pulse occurs and its gain is saturated. With the increase in pump intensity above  $I_{kp}$ , the SRS efficiency sharply increases and the Stokes pulse duration becomes of the order of pump duration.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 24, вып. 2, 93—98 (1989)

УДК 548.0:532.783

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ УПРУГИХ ПОСТОЯННЫХ  
И ШАГА ХОЛЕСТЕРИЧЕСКОЙ СПИРАЛИ С УЧЕТОМ  
КОРРЕЛЯЦИИ МОЛЕКУЛ. I. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Դ. Ա. ԲԱԴԱԼՅԱՆ

Երևանский государственный университет

Լ. Գ. ԿԱՐԱՄՅԱՆ

Երևանский политехнический институт

(Поступила в редакцию 30 июня 1988 г.)

Построена микроскопическая теория упругих постоянных (модулей Франка) и шага холестерической спирали с учетом эффектов ближнего порядка. Рассмотрен потенциал взаимодействия аксиально-симметричных кривых молекул общего вида, который представляется в виде разложения по вращательным инвариантам. В континуальном пределе, с учетом 1-ой корреляционной поправки к приближению самосогласованного поля в методе термодинамической теории возмущений, получены явные формулы для упругих постоянных и шага спирали, справедливые при произвольной форме короткодействующего потенциала молекул.

Феноменологическая теория упругости нематических и холестерических жидких кристаллов (НЖК и ХЖК) в настоящее время считается