

ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ ПРИ МНОГОКРАТНОМ ПЕРЕСЕЧЕНИИ ЕЮ РЕГУЛЯРНОГО ВОЛНОВОДА

К. А. БАРСУКОВ

Ленинградский электро-технический институт

Э. А. БЕГЛОЯН, Э. М. ЛАЗИЕВ

Ереванский физический институт

Р. И. МАРАБЯН

Ереванский политехнический институт

(Поступила в редакцию 13 июля 1988 г.)

Рассмотрено излучение заряженной частицы движущейся по гармоническому закону и многократно пересекающей стенки волновода. Получены выражения для энергии и полей излучения. Проведен анализ спектра излучения и оптимальных условий излучения.

В работе [1] рассматривалась генерация переходного излучения и излучения Вавилова-Черенкова с помощью заряженных частиц, пересекающих при своем движении стенки волновода, что позволяет достаточно просто разделить излучение и пучок частиц. Для получения заметного выхода энергии при таком методе возбуждения необходимо использовать когерентные сгустки частиц, пересекающих последовательно стенки волновода. Вместе с тем, возможно также использовать многократное пересечение волновода одним сгустком, совершающим периодическое движение [2, 3]. Спектр излучения в этом случае будет представлять собой набор частот, кратных частоте колебаний сгустка. При заметной интенсивности субгармоник, такой источник можно использовать, как генератор в коротковолновой части СВЧ. Ниже исследуются основные особенности излучения, генерируемого движущимся зарядом при многократном пересечении им стенок волновода.

Рассмотрим произвольный цилиндрический волновод, заполненный диэлектриком с проницаемостью ϵ . Ось волновода совпадает с осью OZ декартовой системы координат. Пусть вдоль оси Ox волновод пересекает заряженная частица с зарядом q , движущаяся по закону

$$x(t) = x_0 \sin \Omega t + \frac{a}{2}, \quad (1)$$

$$y(t) = y_0, \quad z(t) = z_0,$$

где Ω — частота колебания заряда, a — размер волновода вдоль оси Ox .

Найдем поля и энергию излучения заряда. Для решения поставленной задачи воспользуемся результатом работы [4], где получены общие соотношения, аналогичные спектральному разложению потенциалов Льебра-Вихерта для произвольного движения заряда в волноводе:

$$E_{\omega n}^{(z)} = - \frac{q \lambda_n^2}{\epsilon \omega \gamma_n} \int v_z(t) \psi_n(x(t), y(t)) e^{-i \gamma_n |z - z(t)| - i \omega t} dt +$$

$$+ \frac{q}{i\omega\epsilon} \int_t (v(t)) \nabla \psi_n(x(t), y(t)) e^{-i\gamma_n|z-z(t)| - i\omega t} \text{sign}|z-z(t)| dt,$$

$$H_{\omega n}^{(z)} = - \frac{iq}{c\hat{\gamma}_n} \int_t [v(t) \nabla \psi_n(x(t), y(t))]_z e^{-i\hat{\gamma}_n|z-z(t)| - i\omega t} dt, \quad (2)$$

где $E_{\omega n}^{(z)}$ и $H_{\omega n}^{(z)}$ — коэффициенты разложения $E_{\omega z}$ и $H_{\omega z}$ составляющих полей по собственным функциям поперечного сечения волновода;

$\psi_n(x, y)$, $\hat{\psi}_n(x, y)$ — собственные функции поперечного сечения волновода в первой и второй краевых задачах для поперечного сечения волновода; λ_n и $\hat{\lambda}_n$ — соответствующие собственные значения;

$\gamma_n = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon - \lambda_n^2}$, $\hat{\gamma}_n = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon - \hat{\lambda}_n^2}$ — постоянные распространения ТМ и ТН-волн соответственно, индекс ω — указывает на Фурье-компоненту соответствующей величины, интегрирование в (2) ведется по всему времени нахождения заряда в волноводе.

Остальные компоненты полей выражаются через E_z и H_z обычным образом.

Первое слагаемое в (2) описывает ТМ-волны, возникающие от продольной составляющей тока заряда, а остальные члены в (2) — ТМ и ТЕ-волны, излучаемые из-за поперечного движения заряда, которые в рассматриваемом случае и дают вклад в поля и энергии излучения.

Подставляя (1) в (2) получаем:

$$E_{\omega n}^{(z)} = \frac{qx_0\Omega}{i\omega\epsilon} e^{-i\gamma_n|z|} \text{sign } z \int \cos \Omega t \frac{\partial \psi_n((x_0 \sin \Omega t + a/2), y_0)}{\partial x} e^{-i\omega t} dt,$$

$$H_{\omega n}^{(z)} = - \frac{iqx_0\Omega}{c\hat{\gamma}_n} e^{-i\hat{\gamma}_n|z|} \int \cos \Omega t \frac{\partial \hat{\psi}_n((x_0 \sin \Omega t + a/2), y_0)}{\partial y} e^{-i\omega t} dt. \quad (3)$$

Выражение (3) определяет поля излучения в произвольном регулярном цилиндрическом волноводе. Для случая прямоугольного волновода, стенки которого есть плоскости $x=0$, $x=a$, $y=0$, $y=b$, с учетом выражений для собственных функций прямоугольного волновода, для которого

$\lambda_{nm} = \hat{\lambda}_{nm}$ и $\gamma_{nm} = \hat{\gamma}_{nm}$, имеем:

$$E_{\omega nm}^{(z)} = \frac{2\pi qx_0\Omega m}{i\omega\epsilon \sqrt{ab}} \sin\left(\frac{\pi n}{b} y_0\right) e^{-i\gamma_{nm}|z|} \text{sign } z \times$$

$$\times \int_t \cos \Omega t \cos\left(\frac{\pi m x_0}{a} \sin \Omega t + \frac{\pi m}{2}\right) e^{-i\omega t} dt,$$

$$H_{\omega nm}^{(z)} = - \frac{iq\pi n x_0 \Omega}{cb\gamma_{nm}} \sqrt{\frac{\epsilon_n \epsilon_m}{ab}} \sin\left(\frac{\pi n}{b} y_0\right) e^{-i\gamma_{nm}|z|} \times$$

$$\times \int_t \cos\left(\frac{\pi m x_0}{a} \sin \Omega t + \frac{\pi m}{2}\right) \cos \Omega t e^{-i\omega t} dt, \quad (4)$$

n, m — индексы моды волны, $\varepsilon_j = 2, j \neq 0, \varepsilon_0 = 1$.

Если разложить подынтегральные выражения в (4) в ряды по функциям Бесселя первого рода, то вычисление полей излучения сводится к вычислению интегралов вида

$$F = \int_t \cos(k\Omega t) \cos(\Omega t) e^{-i\omega t} dt. \quad (5)$$

Предположим, что частица за одно полное колебание находится в волноводе в течение времени $t' = 2\tau_0$. Тогда (5) можно представить в виде суммы

$$F = \sum_{s=0}^{N-1} \int_{t_0+sT/2}^{t_0+sT/2+\tau_0} \cos(k\Omega t) \cos(\Omega t) e^{-i\omega t} dt, \quad (6)$$

где t_0 — момент первого влета заряда в волновод, N — число пересечений зарядом волновода, $T = 2\pi/\Omega$.

Производя в (6) интегрирование по t с последующим суммированием по s с учетом рекуррентных соотношений функций Бесселя первого рода, для полей излучения в волноводе окончательно получаем:

$$E_{\omega nm}^{(z)} = \frac{4q}{i\varepsilon \sqrt{ab}} e^{-i\gamma_n z} \sin\left(\frac{\pi n}{b} y_0\right) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{a_{km} k \Omega}{\omega} J_k\left(\frac{\pi m x_0}{a}\right) \times \\ \times \frac{\sin(\omega - k\Omega) \frac{\tau_0}{2}}{\omega - k\Omega} \cdot \frac{\sin \frac{NT}{4} (\omega - k\Omega)}{\sin \frac{T}{4} (\omega - k\Omega)} e^{-i(\omega - k\Omega)(N-1)T/4 \operatorname{sign} z}, \quad (7)$$

где

$$a_{2k-1,m} = \cos \frac{\pi m}{2}, \quad a_{2k,m} = i \sin \frac{\pi m}{2}.$$

Выражения для $H_{\omega n}(z)$ получается из (7), если последние умножить на

$$B_{n,m} = - \frac{\pi a \omega \varepsilon}{2 c m b \gamma_{nm}} \sqrt{\varepsilon_n \varepsilon_m} \operatorname{sign} z. \quad (8)$$

При $x_0/a \leq 1$, (7) и (8) определяют поля излучения заряда, который за все время своего движения не выходит за пределы волновода.

Энергию излучения заряда вычислим, как удвоенный поток вектора Пойтинга через любое поперечное сечение волновода вне области нахождения заряда.

$$S = \sum_{n,m} S_{nm} = 2 \sum_{n,m} S_{nm}^{(TM)} + 2 \sum_{n,m} S_{nm}^{(TE)}, \quad (9)$$

где

$$S_{nm}^{(TM)} = \lambda_{nm}^{-2} \operatorname{Re} \int_0^\infty \varepsilon \gamma_{nm} |E_{\omega n}^{(z)}|^2 \omega d\omega, \\ S_{nm}^{(TE)} = \lambda_{nm}^{-2} \operatorname{Re} \int_0^\infty \gamma_{nm} |H_{\omega n}^{(z)}|^2 \omega d\omega. \quad (10)$$

Подставляя (7) и (8) в (10), для потока энергии излучения заряда получаем:

$$S_{nm}^{(TM)} = \frac{16q^2\Omega^2}{ab\lambda_{nm}^2} \sin^2\left(\frac{\pi n}{b} y_0\right) \int_{\omega_{nm}^{(kp)}}^{\infty} \frac{\gamma_{nm}}{\omega} \left| \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_{km} k \frac{\sin(\omega - k\Omega)\tau_0/2}{\omega - k\Omega} \right| \times \\ \times \frac{\sin \frac{NT}{4}(\omega - k\Omega)}{\sin \frac{T}{4}(\omega - k\Omega)} J_k\left(\frac{\pi m x_0}{a}\right) e^{-l(\omega - k\Omega)(N-1)T/4} \Big|^2 \frac{d\omega}{\omega}, \quad (11)$$

$$S_{nm}^{(TE)} = \frac{4q^2 n^2 a \Omega^2 \varepsilon_n \varepsilon_m}{c^2 b^3 m^2 \lambda_{nm}^2} \sin^2\left(\frac{\pi n}{b} y_0\right) \int_{\omega_{nm}^{(kp)}}^{\infty} \frac{\gamma_{nm}^{-1}}{\omega} \left| \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_{km} k \frac{\sin(\omega - k\Omega)\tau_0/2}{\omega - k\Omega} \right| \times \\ \times \frac{\sin \frac{TN}{4}(\omega - k\Omega)}{\sin \frac{T}{4}(\omega - k\Omega)} J_k\left(\frac{\pi m x_0}{a}\right) e^{-l(\omega - k\Omega)(N-1)T/4} \Big|^2 \omega d\omega,$$

где $\omega_{nm}^{(kp)}$ — критические частоты волновода для TM и TE -волн соответственно, для которых $\gamma_{nm} = 0$.

Спектр излучения заряда непрерывный, но в нем отсутствуют частоты, удовлетворяющие условию

$$(\omega_s - k\Omega) \frac{\tau_0}{2} = \pi s, \quad s = 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

Эффект многократного пересечения приводит к появлению характер-

ного множителя $\frac{\sin \frac{NT}{4}(\omega - k\Omega)}{\sin \frac{T}{4}(\omega - k\Omega)}$, возникающего и в спектре ди-

фракционного излучения. При условии $(\omega_s - k\Omega) \frac{NT}{4} = \pi s$, $s = 1, 2, \dots$, $(N-1)$, $(N+1)$, $(N+2) \dots$ частоты ω_s в спектре излучения отсутствуют, а при $\frac{T}{4}(\omega_{sk} - k\Omega) = \pi s$; $k, s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ излучение максимально. Интерес представляет случай $N \gg 1$, когда эти максимумы превращаются в резкие пики. Приведем выражения для высот этих пиков из произвольной p -ой ($p = |k + 2s|$) гармоники колебательного движения заряда:

$$\frac{\partial S_{nm}^{(TM)}}{\partial \omega} = \frac{4q^2 N^2}{ab\lambda_{nm}^2 \varepsilon_n \Omega} \sin^2\left(\frac{\pi n}{b} y_0\right) \frac{\sqrt{\frac{p^2 \Omega^2}{c^2} \varepsilon - \lambda_{nm}^2}}{p} \times \\ \times \left| \sum_{s=-\infty}^{+\infty} (p - 2s) a_{p-2s,m} \cos((N-1)\pi s) \frac{\sin(s\Omega\tau_0)}{s} J_{p-2s}\left(\frac{\pi m x_0}{a}\right) \right|^2, \quad (13)$$

$$\frac{\partial S_{nm}^{(TE)}}{\partial \omega} = \frac{q^2 n^2 a \Omega \varepsilon_n \varepsilon_m N^2}{c^2 b^3 m^2 k_{nm}^2} \sin^2 \left(\frac{\pi n}{b} y_0 \right) \frac{p}{\sqrt{\frac{p^2 \Omega^2}{c^2} \varepsilon - \lambda_{nm}^2}} \times \\ \times \left| \sum_{s=-\infty}^{+\infty} (p-2s) a_{p-2s,m} \cos((N-1)\pi s) \frac{\sin(s\Omega\tau_0)}{s} J_{p-2s} \left(\frac{\pi m x_0}{a} \right) \right|^2.$$

Эффективная ширина оказывается обратно пропорциональной числу пересечений N и равна

$$\Delta\omega = \frac{2\Omega}{N}. \quad (14)$$

Если условие разрешимости этих пиков записать в виде $\Omega > \Delta\omega$, то оно с помощью (14) сводится к простому неравенству

$$N > 2. \quad (15)$$

Отметим, что высоты пиков пропорциональны квадрату числа пересечений частицей волновода.

Энергию излучения заряда в пике можно вычислить, как произведение высоты пика на его эффективную ширину.

На рисунке приведены графики зависимости высот пиков излучения заряда на модах TE_{10} и TE_{11} от номера p гармоники колебательного движения для следующих значений параметров задачи: $b=2a$,

$$\Omega = 80 \text{ ГГц}, \varepsilon = 1, a = 0,01 \text{ м}, \frac{\pi x_0}{a} = 0,2; 0,4; 0,8.$$

Спектр излучения дискретный, причем величина интенсивности излучения на разных гармониках частоты колебательного движения заряда сильно зависит от выбора индексов n и m моды волны и отношения $\frac{x_0}{a}$. Так, при $\frac{\pi x_0}{a} = 2$, максимальное излучение на волне TE_{10} приходится на основную гармонику ($p=1$), а волна TE_{11} — на четвертую гармонику ($p=4$). Увеличение отношения $\frac{x_0}{a}$ приводит к уменьшению времени пролета зарядом волновода и, соответственно, центральной частота спектра излучения смещается в сторону высоких частот. Так, на моде TE_{11} при $\frac{\pi x_0}{a} = 4$, центральная частота спектра приходится на гармонику $\omega_c = 6\Omega$, при $\frac{\pi x_0}{a} = 6$, $\omega_c = 8\Omega$, а при $\frac{\pi x_0}{a} = 8$, $\omega_c = 10\Omega$.

Если аргумент функции Бесселя мал, т. е.

$$\frac{\pi m x_0}{a} \ll 1, \quad (16)$$

то в (13) можно произвести замену

$$J_k\left(\frac{\pi m x_0}{a}\right) \approx \frac{1}{\Gamma(k+1)} \left(\frac{\pi m x_0}{a}\right)^k. \quad (17)$$

Как следует из (17) и (13), при выполнении условия (16) большая часть энергии излучения приходится на нечетные гармоники частоты Ω колебательного движения заряда, причем энергия излучения на TM модах на порядок величины $\alpha = \pi m x_0/a$ меньше, чем на TE моде.

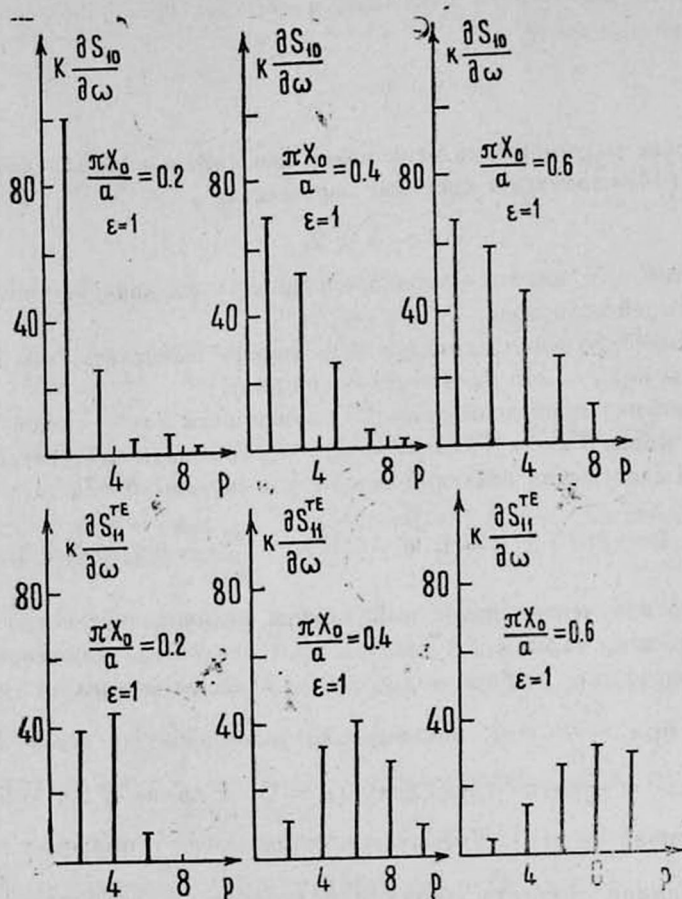


Рис. 1. Зависимость высот пиков излучения от номера гармоники колебательного движения заряда, на модах TE_{10} и TE_{11} . $b = 2a = 0,02$ м, $\Omega = 80$ ГГц, $\pi x_0/a = 0,2, 0,4, 0,8$, $\epsilon = 1$.

Подобный метод генерации может использоваться как мультипликатор колебаний частоты Ω в кратные частоты. В самом деле, можно выбрать такие параметры задачи, что низкие гармоники окажутся за пределами для волновода, или же будут удовлетворять условиям интерференционных минимумов. Вместе с тем, при больших p спектр излучения обрывается при значениях параметров задачи, когда аргумент бесселевских функций в (13) становится больше его порядка. Таким образом, эффективно излучаются гармоники, определяемые соотношением

$$\frac{c \lambda_{nm}}{2} < k \leq \frac{\pi m x_0}{a}. \quad (18)$$

В случае, когда амплитуда колебаний заряда много больше размеров волновода

$$\frac{x_0}{a} \gg 1, \quad (19)$$

выражение $\omega_p = p\Omega$, для определения частоты пиков в спектре излучения, можно переписать в виде

$$\frac{p}{x_0} - \frac{\omega_p}{v} = 0, \quad (20)$$

где $\bar{v}$ — в первом приближении совпадает со средней скоростью движения заряда в волноводе. Для гармоник, индексы которых удовлетворяют условиям

$$p = \frac{\pi m x_0}{a}, \quad \frac{\pi x_0}{a} = z, \quad z = 1, 2, 3, \dots, \quad (21)$$

условие распространения волн в волноводе записывается в виде

$$\frac{p^2}{x_0^2} (\bar{\beta}^2 - 1) - \frac{\pi^2 n^2}{b^2} \geq 0,$$

откуда

$$\bar{\beta} > \sqrt{\varepsilon^{-1} \left(1 + \frac{\pi^2 n^2 x_0^2}{b^2 p^2} \right)}. \quad (22)$$

Для выполнения (22) необходимо выполнение условия $\bar{\beta}^2 \geq 1$.

Таким образом, ситуация аналогична той, которая рассмотрена в [1], а (20) и (21) определяют спектр излучения Вавилова-Черенкова в волноводе. Из (22) можно определить ту минимальную среднюю скорость заряда, при которой возможно возникновение излучения Вавилова-Черенкова в волноводе на гармонике с индексом p .

ЛИТЕРАТУРА

1. Барсуков К. А., Газазян Э. Д., Лазиев Э. М. Изв. вузов, Радиофизика, 15, 191 (1972).
2. Барсуков К. А., Каликинская М. П. ЖТФ, 87, 602 (1967).
3. Каликинская М. П. Ученые записки МГПИ им. В. И. Ленина, М., № 312, 70 (1969).
4. Барсуков К. А. и др. Изв. вузов, Радиофизика, 30, 1337 (1987).

ԿԱՆՈՆԱՎՈՐ ԱԼԻՔԱՏԱՐԸ ՀԱՏՈՂ ԼԻՑԺԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԵԿԻ ՀԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ

Կ. Ա. ԲԱՐՍՈՒԿՈՎ, Է. Ա. ԲԵՂԼՈՑԱՆ, Է. Մ. ԼԱԶԻԵՎ, Ռ. Ի. ՄԱՐԱԲՅԱՆ

Դիտարկված է ներդաշնակ օրենքով շարժվող և ալիքատարը հատող լիցքավորված մասնիկի ճառագայթումը ալիքատարում: Ստացված են արտահայտություններ ճառագայթման դաշտերի և էներգիայի համար: Ծառագայթման սպեկտրի վերլուծության հիման վրա որոշված են օպտիմալ ճառագայթման պայմանները:

RADIATION FROM A CHARGED PARTICLE AT MULTIPLE INTERSECTIONS OF A REGULAR WAVEGUIDE

K. A. BARSUKOV, E. A. BEGLOYAN, E. M. LAZIEV,
R. I. MARABYAN

The radiation from harmonically moving charged particle at its multiple intersections of waveguide walls is considered. Expressions for the radiation energy and fields are obtained. The analysis of the radiation spectrum and the conditions for maximum radiation is carried out.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 24, вып. 2, 62—66 (1989)

УДК 537.531.3;534.29

ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯДА, ПРОЛЕТАЮЩЕГО НАД УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ВОЛНОЙ

А. Р. МКРТЧЯН, Л. Ш. ГРИГОРЯН, А. А. СААРЯН, А. Г. МКРТЧЯН
Институт прикладных проблем физики АН АрмССР

А. Н. ДИДЕНКО
Президиум АН СССР

(Поступила в редакцию 31 мая 1988 г.)

Рассчитана спектральная интенсивность излучения электрона с энергией $\sim 0,5$ МэВ, пролетающего над ультразвуковой волной возбужденной на поверхности раздела сред.

1. Излучение заряда, движущегося в неограниченной среде с диэлектрической проницаемостью ϵ , изменяющейся по гармоническому закону, исследовано в [1, 3, 4]. Случай пластины с возбужденными в ней ультра-

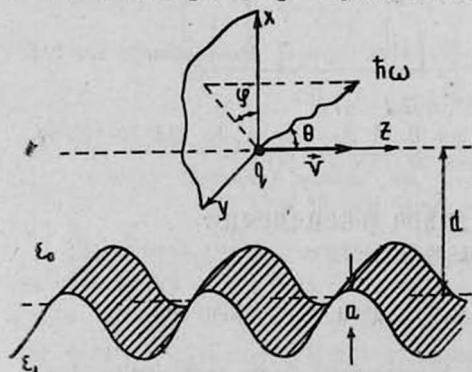


Рис. 1. Заряд, движущийся параллельно ультразвуковой волне, возбужденной на границе раздела сред.

звуковыми колебаниями ϵ изучен в [5]. Исследовано также излучение электрона, пролетающего над дифракционной решеткой (см., например, [6, 7]).

В данной работе рассмотрена задача о заряде q , движущемся параллельно ультразвуковой волне, возбужденной на границе раздела однород-