Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 24, вып. 1, 3—8 (1989)

УДК 621.373.826

# ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛН С ТРЕХУРОВНЕВОЙ РЕЗОНАНСНОЙ СРЕДОЙ С МОМЕНТАМИ КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ 1/2

К. В. АРУТЮНЯН

НПО «Лазерная техника» ЕГУ

(Поступила в редакцию 20 мая 1988 г.)

Рассматривается взаимодействие двух эллиптически поляризованных волн с резонансной средой, состоящей из идентичных трехуровневых атомов. Моменты количества движения всех уровней атома равны 1/2. Получена точная система уравнений в неприводимых тензорах, которая аналитически решена в случае, когда одна из волн слабая.

Взаимодействие монохроматического излучения со средой с учетом поляризации волны, магнитной структуры подуровней и релаксационных процессов на основе аппарата неприводимых тензорных операторов достаточно подробно изучено в случае однофотонного резонанса (см., напр. [1—4]. Относительно мало изучено взаимодействие двух монохроматических волн в условиях двухфотонного резонанса в таком же представлении. Имеется только работа [5], где для произвольных моментов для трехуровневой системы построена теория взаимодействия в рамках теории возмущений.

Большой интерес представляют точные теории, которые позволяют учитывать эффекты насыщения. В общем случае эффекты насыщения не удается учесть даже в условиях однофотонного резонанса. Поэтому в этой работе мы рассмотрим случай трехуровневой системы, моменты количества движения которой равны 1/2. Простота моментов позволяет в явном виде записать систему уравнений и найти эллиптические решения в случае, когда одна из взаимодействующих волн слабая.

Рассмотрим взаимодействие двух эллиптически поляризованных волн со средой, состоящей из идентичных трехуровневых атомов. Пусть волна $\mathbf{E}_1 e^{-i\omega_1 t}$ резонансна с переходом $1 \to 2$, а волна $\mathbf{E}_2 e^{-i\omega_2 t}$ —с переходом $2 \to 3$, где индексы 1, 2, 3 характеризуют соответственно основное, первое возбужденное и следующее возбужденное состояния атома. Напряженность полного электрического поля представим в виде:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t)\, e^{-i\omega_1 t} + \mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t)\, e^{-i\omega_2 t} + \text{к. с.}$$

Волновую функцию системы ищем в виде:

$$|\psi\rangle = \sum_{m=-1/2}^{1/2} a_m(t)\left|1, \frac{1}{2}, m\right\rangle + \sum_{m=-1/2}^{1/2} b_m(t)\, e^{-i\omega_1 t}\left|2, \frac{1}{2}, m\right\rangle +$$

$$+ \sum_{m=-1/2}^{1/2} c_m(t)\, e^{-i(\omega_1+\omega_2)t}\left|2, \frac{1}{2}, m\right\rangle.$$

Из уравнения Шредингера для амплитуд основного и возбужденных состояний получим следующую систему уравнений:

$$\dot{a}_{-1/2}=i\xi^{*}_{1-}\,b_{1/2}-i\xi^{*}_{1z}\,b_{-1/2},$$

$$\dot{a}_{1/2}=i\xi^{*}_{1+}\,b_{-1/2}+i\xi^{*}_{1z}\,b_{1/2},$$

$$\dot{b}_{-1/2}-i\varepsilon_1 b_{-1/2}=i\xi_{1+}\,a_{1/2}-i\xi_{1z}\,a_{-1/2}+i\xi^{*}_{2-}\,c_{1/2}-i\xi^{*}_{2z}\,c_{-1/2},$$

$$\dot{b}_{1/2}-i\varepsilon_1 b_{1/2}=i\xi_{1-}\,a_{-1/2}+i\xi_{1z}\,a_{1/2}+i\xi^{*}_{2+}\,c_{-1/2}+i\xi^{*}_{2z}\,c_{1/2},$$

$$\dot{c}_{-1/2}-i(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\,c_{-1/2}=i\xi_{2+}\,b_{1/2}-i\xi_{2z}\,b_{-1/2},$$

$$\dot{c}_{1/2}-i(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\,c_{1/2}=i\xi_{2-}\,b_{-1/2}+i\xi_{2z}\,b_{1/2},$$

где $\xi_{1,2}=\dfrac{d_{1,2}E_{1,2}}{\hbar\sqrt{6}}$ — параметр интенсивности.

По аналогии с работой [3] для учета релаксационных явлений перейдем от амплитуд к элементам матрицы плотности в представлении неприводимых тензорных операторов.

Переход производим вводя новые физические величины. Это скаляры заселенностей $S_{ll}$ и скалярные токи $S_{ik}$. Они вводятся по аналогии с работой [3]. Для указанных величин система уравнений имеет вид:

$$
\begin{aligned}
&\dot{S}_{11}+\gamma'_{11}(S_{11}-1)=i(\xi^{*}_{1}\eta^{*}_{12})-i(\xi_1\eta_{12}),\\
&\dot{S}_{22}+\gamma'_{22}S_{22}=i(\xi_1\eta_{12})-i(\xi^{*}_{1}\eta^{*}_{12})+i(\xi^{*}_{2}\eta^{*}_{23})-i(\xi_2\eta_{23}),\\
&\dot{S}_{33}+\gamma'_{33}S_{33}=i(\xi_2\eta_{23})-i(\xi^{*}_{2}\eta^{*}_{23}),\\
&\dot{S}_{12}+i\varepsilon_1 S_{12}+\gamma'_{12}S_{12}=i(\xi^{*}_{1}\eta_{22})-i(\xi^{*}_{1}\eta_{11})-i(\xi_2\eta_{13}),\\
&\dot{S}_{23}+i\varepsilon_2 S_{23}+\gamma'_{23}S_{23}=i(\xi_1\eta_{13})+i(\xi^{*}_{2}\eta_{33})-i(\xi^{*}_{2}\eta_{22}),\\
&\dot{S}_{13}+i(\varepsilon_1+\varepsilon_2)S_{13}+\gamma'_{13}S_{13}=i(\xi^{*}_{1}\eta_{23})-i(\xi^{*}_{2}\eta_{12}).
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Здесь $\gamma'_{11}$, $\gamma'_{22}$, $\gamma'_{33}$ — константы релаксаций заселенностей, $\gamma'_{12}$, $\gamma'_{13}$, $\gamma'_{23}$ — константы релаксаций скалярных токов.

В уравнения (4) входят векторные величины $\eta_{ii}$ и $\eta_{ik}$, которые также вводятся при переходе к неприводимым тензорным операторам $\eta_{ll}$ — векторы ориентации, а $\eta_{ik}$ — токи переходов [3], которые определяют поляризованность системы. Для $\eta_{ll}$ и $\eta_{ik}$ имеем следующую систему уравнений:

$$
\begin{aligned}
&\dot{\eta}_{11}+\Gamma_{11}\eta_{11}=i\xi^{*}_{1}S^{*}_{12}-i\xi_1 S_{12}-[\xi^{*}_{1}\eta^{*}_{12}]-[\xi_1\eta_{12}],\\
&\dot{\eta}_{22}+\Gamma_{22}\eta_{22}=i\xi_1 S_{12}-i\xi^{*}_{1}S^{*}_{12}-[\xi_1\eta_{12}]-[\xi^{*}_{1}\eta^{*}_{12}]-\\
&\qquad -i\xi_2 S_{23}+i\xi^{*}_{2}S^{*}_{23}-[\xi_2\eta_{23}]-[\xi^{*}_{2}\eta^{*}_{23}],\\
&\dot{\eta}_{33}+\Gamma_{33}\eta_{33}=i\xi_2 S_{23}-i\xi^{*}_{2}S^{*}_{23}-[\xi_2\eta_{23}]-[\xi^{*}_{2}\eta^{*}_{23}],\\
&\dot{\eta}_{12}+i\varepsilon_1\eta_{12}+\gamma_{12}\eta_{12}=i\xi^{*}_{1}S_{22}-i\xi^{*}_{1}S_{11}-i\xi_2 S_{13}-
\end{aligned}
\tag{2}
$$

$$-[\xi_1^*\eta_{22}]-[\xi_1^*\eta_{11}]-[\xi_2\eta_{13}],$$

$$\dot{\eta}_{23}+i\varepsilon_2\eta_{23}+\gamma_{23}\eta_{23}=i\xi_2^*S_{33}-i\xi_2^*S_{22}-i\xi_1 S_{13}-$$
$$-[\xi_2^*\eta_{22}]-[\xi_2^*\eta_{33}]-[\xi_1\eta_{13}],$$

$$\dot{\eta}_{13}+i(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\eta_{13}+\gamma_{13}\eta_{13}=i\xi_1^*S_{23}-i\xi_2^*S_{12}-[\xi_1^*\eta_{23}]-[\xi_2^*\eta_{12}].$$

Здесь $\Gamma_{11}$, $\Gamma_{22}$, $\Gamma_{33}$ — константы релаксаций ориентаций, а $\gamma_{12}$, $\gamma_{13}$, $\gamma_{23}$ — константы релаксаций токов.

Проведем анализ системы (2) в случаях, когда волна $\mathbf{E}_1$ слабая, а $\mathbf{E}_2$ произвольная и наоборот. В первом случае линеаризуя систему по полю $\mathbf{E}_1$ для тока перехода $\eta_{12}$ в стационарном режиме получим следующее выражение:

$$\eta_{12}=-\frac{\Omega_2}{\Omega_1\Omega_2-(\xi_2\xi_2^*)}\xi_1^*+\frac{\Omega_2}{F}\{[(\xi_1^*\xi_2)(\xi_2^*\xi_2^*)-\Omega_1\Omega_2(\xi_1^*\xi_2^*)]\xi_2+$$
$$+[\Omega_1\Omega_2(\xi_1^*\xi_2)-2(\xi_2^*\xi_2)(\xi_1^*\xi_2)+(\xi_2\xi_2)(\xi_1^*\xi_2^*)]\xi_2^*-$$
$$-(\xi_1^*[\xi_2\xi_2^*])[\xi_2\xi_2^*]\},$$

где $\Omega_1=\varepsilon_1-i\gamma_{12}$, $\Omega_2=\varepsilon_1+\varepsilon_2-i\gamma_{13}$, а фактор насыщения $F$ имеет вид:

$$F=[\Omega_1\Omega_2-(\xi_2\xi_2^*)][\Omega_1^2\Omega_2^2-2\Omega_1\Omega_2(\xi_2^*\xi_2)+(\xi_2\xi_2)(\xi_2^*\xi_2^*)].$$

Подставляя выражение для тока перехода $\eta_{12}$ в укороченное уравнение Максвелла получим формулу изменения амплитуды слабой волны $\xi_1=e_1(z)e^{i\omega_1 c/z}$ в случае, когда обе волны направлены по оси $z$.

$$\frac{de_1}{dz}=i\frac{\pi N|d_1|^2\omega_1}{3c}\eta_{12}^*e^{-i\omega_1 c/z}. \tag{3}$$

Из формулы (3) получим коэффициент поглощения и показатели преломления слабой волны. В общем случае, когда обе волны эллиптически поляризованы для сферических компонент слабой волны имеем:

$$n_\pm(\omega_1)=1+\frac{c}{\omega_1}\operatorname{Im}\left[-i\frac{\alpha_0\gamma_{12}}{2}\frac{\sigma_2}{\sigma_1\sigma_2-|\xi_\mp|^2}\right],$$

$$\alpha_\pm=2\operatorname{Re}\left[i\frac{\alpha_0\gamma_{12}}{2}\frac{\sigma_2}{\sigma_1\sigma_2-|\xi_\mp|^2}\right],$$

где $\sigma_1=\varepsilon_1+i\gamma_{12}$, $\sigma_2=\varepsilon_1+\varepsilon_2+i\gamma_{13}$, а $d_0=\dfrac{2\pi N|d_1|^2\omega_1}{3c\gamma_{12}}$ — коэффициент поглощения в точном резонансе.

Полученные формулы позволяют вычислить сдвиги однофотонного и двухфотонного резонансов, изменение их ширин за счет интенсивности сильной волны, а также значение коэффициентов поглощений однофотонного и двухфотонного резонансов. В линейном по $|\xi_\pm|^2$ приближении имеем:

$$\Delta\omega_{1\pm}=\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_2^2+\gamma^2}|\xi_\mp|^2,$$

(4)

$$\gamma_{12\pm}=\gamma_{12}+\frac{\gamma}{\varepsilon_2^2+\gamma^2}|\xi_\mp|^2,$$

где $\gamma = \gamma_{13} - \gamma_{12}$, $\Delta\omega_{\pm}$, $\gamma_{12\pm}$ — сдвиги и ширины однофотонного резонансов для волн $\mathbf{E}_{1\pm}$.

Выражение для сдвига при двухфотонном резонансе совпадает с аналогичным для однофотонного, а ширина $\gamma_{13\pm} = \gamma_{13} - \gamma |\xi_{\mp}|^2/(\gamma^2 + \varepsilon_2^2)$. Коэффициенты поглощений имеют значения для однофотонного резонанса $\alpha_1 = \alpha_0$, а для двухфотонного — $\alpha_2 = \alpha_0 \gamma_{12} |\xi|^2/\gamma$. Отметим интересную особенность Штарковского сдвига уровней. Формула (4) имеет резонансный вид и для перехода $2 \rightarrow 3$ Штарковский сдвиг определяется не шириной $\gamma_{23}$, а величиной $\gamma$. Только в случае полного отсутствия столкновений $\gamma = \gamma_{23}$ [6]. Если волна $\mathbf{E}_2$ линейно поляризована, то для декартовых компонент слабой волны показатель преломления и коэффициент поглощения равны:

$$n_{x,y}(\omega_1) = 1 + \frac{c}{\omega_1} \operatorname{Im}\left[ -i \frac{\alpha_0 \gamma_{12}}{2} \frac{\sigma_2}{\sigma_1 \sigma_2 - |\xi|^2} \right],$$

$$\alpha_{x,y} = 2 \operatorname{Re}\left[ i \frac{\alpha_0 \gamma_{12}}{2} \frac{\sigma_2}{\sigma_1 \sigma_2 - |\xi|^2} \right].$$

Отметим, что этот результат не зависит от направления линейной поляризации волны $\mathbf{E}_2$. Если сильная волна поляризована линейной, то система для слабой волны изотропна. Если же волна циркулярно поляризована, то для круговых поляризаций слабой волны получим:

$$\begin{aligned} n_+(\omega_1) &= 1 + \frac{c}{\omega_1} \operatorname{Im}\left[ -\frac{i\alpha_0 \gamma_{12}}{2} \frac{\sigma_2}{\sigma_1 \sigma_2 - 4|\xi|^2} \right], \\ n_-(\omega_1) &= 1 + \frac{c}{\omega_1} \operatorname{Im}\left[ -i \frac{\alpha_0 \gamma_{12}}{2} \frac{1}{\sigma_1} \right] = 1 - \frac{c\varepsilon_1}{\omega_1 (\varepsilon_1^2 + \gamma_{12}^2)}, \end{aligned} \qquad (5)$$

$$\begin{aligned} \alpha_+ &= 2 \operatorname{Re}\left[ i \frac{\alpha_0 \gamma_{12}}{2} \frac{\sigma_2}{\sigma_1 \sigma_2 - 4|\xi|^2} \right], \\ \alpha_- &= 2 \operatorname{Re}\left[ i \frac{\alpha_0 \gamma_{12}}{2} \frac{1}{\sigma_1} \right] = 2 \frac{\gamma_{12}}{\varepsilon_1^2 + \gamma_{12}^2}. \end{aligned} \qquad (6)$$

Из формул (5) и (6) видно, что показатель преломления и коэффициент поглощения для волны $E_{1-}$ определяются формулами линейной теории. Теперь проведем анализ системы, когда волна $\mathbf{E}_1$ сильная, а $\mathbf{E}_2$ слабая. Решим системы (1) и (2) в стационарном случае. Для тока перехода $\eta_{23}$ имеем следующее выражение:

$$\eta_{23} = \frac{\mathbf{B}}{P + [\xi_1^* \xi_1]^2}, \qquad (7)$$

где $P = (\varepsilon_2 - i\gamma_{23})(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - i\gamma_{13}) - (\xi_1^* \xi_1)$,

$$\mathbf{B} = \frac{1}{\Phi} \left\{ \varepsilon_1 + i\gamma_{12} + \frac{2i(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - i\gamma_{13})\gamma_{12}}{\Gamma_{22}} \right\} [\xi_1 (\xi_1^* \xi_2^*) - \xi_1^* (\xi_1 \xi_2^*)] +$$

$$+ \frac{1}{\Phi} \left\{ \varepsilon_1 + i\gamma_{12} + \frac{2i\gamma_{12}}{\gamma'_{11}} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - i\gamma_{13}) \right\} \left[ \xi_2^* (\xi_1 \xi_1^*) + \frac{2\gamma_{12}}{\Gamma(\varepsilon_1^2 + \gamma_{12}^2)} \times \right.$$

$$\left. \times \xi_2^* (\xi_1 \xi_1)(\xi_1^* \xi_1^*) \right] + \frac{1}{P\Phi} \left\{ \varepsilon_1 + i\gamma_{12} + \frac{2i\gamma_{12}}{\Gamma'_{22}} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - i\gamma_{13}) \right\} (\xi_1 [\xi_2^* \xi_1^*]) [\xi_1 \xi_1^*],$$

$$\Phi = \varepsilon_1^2 + \gamma_{12}^2 + 2\left(\frac{2\gamma_{12}}{\gamma_{11}'} + \frac{\gamma_{12}}{\Gamma}\right)(\xi_1\xi_1^*) + \frac{8\gamma_{12}^2}{\gamma_{11}'\Gamma(\varepsilon_1^2 + \gamma_{12}^2)}(\xi_1\xi_1)(\xi_1^*\xi_1^*),$$

$$\frac{1}{\Gamma} = \frac{1}{\Gamma_{11}} + \frac{1}{\Gamma_{22}}.$$

Эта формула заметно упрощается в случае, когда сильная волна линейно поляризована. Тогда получаем:

$$\eta_{23x,y} = \frac{1}{P}\left\{\frac{\varepsilon_1 + i\gamma_{12} + 2i\frac{\gamma_{12}}{\gamma_{11}'}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - i\gamma_{13})}{\varepsilon_1^2 + \gamma_{12}^2 + 4\frac{\gamma_{12}}{\gamma_{11}}|\xi|^2}|\xi|^2 e_x\right\}.$$

Если же сильная волна циркулярно поляризована, то формула (7) принимает следующий вид

$$\eta_{23\pm} = \frac{B_\pm}{P},$$

где

$$B_+ = \frac{4}{\Phi}\left\{\varepsilon_1 + i\gamma_{12} - \gamma_{12}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - i\gamma_{13})\left(\frac{1}{\Gamma_{22}} + \frac{1}{\gamma_{11}'}\right)\right\}|\xi|^2 e_+,$$

$$B_- = -\frac{4}{\Phi}i\gamma_{12}\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - i\gamma_{13}\right)\left(\frac{1}{\Gamma_{22}} - \frac{1}{\gamma_{11}'}\right)|\xi|^2 e_-, \tag{8}$$

$$\Phi = \varepsilon_1^2 + \gamma_{12}^2 + 4\left(\frac{2\gamma_{12}}{\gamma_{11}'} + \frac{\gamma_{12}}{\Gamma}\right)|\xi|^2.$$

Укороченное уравнение Максвелла для изменения амплитуды слабой волны имеет вид

$$\frac{de_2}{dz} = i\frac{\pi N|d_2|^2\omega_2}{3c}\eta_{23}^* e^{-i\frac{\omega_2}{z}c},$$

Решить это уравнение аналитически не удается.
Численные решения будут приведены в последующих работах.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Дьяконов М. И., Перель В. И.* ЖЭТФ, 47, 1483 (1964).
2. *Omont M.* Progress Quantum Electronics, 5, 70 (1977).
3. *Арутюнян В. М. Акопян Д. Г.* Опт. и спектр., 58, 9 (1985).
4. *Арутюнян В. М., Адонц Г. Г., Акопян Д. Г., Арутюнян К. В.* В сб. «Резонансное взаимодействие электромагнитного излучения с веществом». Изд. ЕГУ, Ереван, с. 23, 1985.
5. *Раутиан С. Г., Смирнов Г. И., Шалагин А. М.* Нелинейные резонансы в спектрах атомов и молекул. Изд. Наука, Новосибирск, 1979.
6. *Bloembergen N.* Laser Spectroscopy IV, Springer Series in Optical Sciences, 21, 340 (1979).

## ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ 1/2 ՇԱՐԺՄԱՆ ՔԱՆԱԿԻ ՄՈՄԵՆՏ ՈՒՆԵՑՈՂ ԽՌԱՄԱԿԱՐԴԱԿ ԱՏՈՄՆԵՐԻՑ ԿԱԶՄՎԱԾ ՌԵԶՈՆԱՆՍԱՅԻՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐԻ ՀԵՏ

Կ. Վ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

*Դիտարկված է երկու էլիպտիկորեն բևեռացված ալիքների փոխազդեցությունը ռեզոնանսային միջավայրի հետ, որը բաղկացած է միանման եռամակարդակ ատոմներից։ Ատոմի բոլոր մակարդակների շարժման քանակի մոմենտները հավասար են 1/2։ Ստացված է հավասարումների ճշգրիտ համակարգը չբերվող թենզորներով և լուծված է այն դեպքում, երբ ալիքներից մեկը թույլ է։*

## INTERACTION OF WAVES WITH A RESONANT MEDIUM CONSISTING OF 3—LEVEL ATOMS WITH 1/2 ANGULAR MOMENTA

K. V. HARUTYUNYAN

**Interaction of two elliptically polarized waves with a resonant medium, consisting of identical 3—level atoms is considered. The angular momenta of all the atomic levels are 1/2. An exact system of equations in the irreducible tensorial formalism is obtained and analytically solved for the case, when one of the waves is weak.**

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 24, вып. 1, 8—13 (1989)

УДК 621.378.34

## УЗКОПОЛОСНЫЙ ЛАЗЕР НА КРАСИТЕЛЕ: ЭФФЕКТИВНАЯ СИСТЕМА ГЕНЕРАТОР—УСИЛИТЕЛЬ

Г. С. МАНАСЯН, С. М. САРКИСЯН

НПО «Лазерная техника» ЕГУ

(Поступила 10 января 1988 г.)

Сообщается о создании и исследовании генерационных характеристик лазера на красителе по схеме генератор—усилитель, накачиваемого второй гармоникой неодимового лазера. Экспериментально определены оптимальные режимы работы такой системы, при которых большие эффективности преобразования накачки в перестраиваемое излучение сочетаются с высокой монохроматичностью и малой расходимостью излучения. Лазер содержит генератор со скользящим падением излучения на решетку и двухкаскадный усилитель, накачиваемые по схеме накачки близкой к продольной. После оптимизации лазер на красителе генерировал излучение со спектральной шириной 0,006 *нм*, перестраиваемое в диапазоне 550—600 *нм*. Эффективность преобразования достигала 32% при энергии накачки 10 мДж.

В видимой области спектра лазеры на красителях, несомненно, являются наиболее широко используемым типом перестраиваемых лазеров. Более того, лазеры на красителях успешно используются также для получения перестраиваемого излучения в УФ и ИК областях спектра за счет