Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 23, вып. 5, 283—288 (1988)

УДК 534.222.2;537.2

ВЛИЯНИЕ ДИСЛОКАЦИЙ НА УСТОЙЧИВОСТЬ И ФОКУСИРОВАНИЕ ПУЧКОВ НЕЛИНЕЙНЫХ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН

А. В. ШЕКОЯН

Институт механики АН АрмССР

(Поступила в редакцию 2 февраля 1987 г.)

Исследовано влияние дислокаций на устойчивость и фокусирование пучков ультразвуковых волн. Получены и исследованы условия устойчивости пучков ульразвуковых волн. Выведены выражения для фокусных расстояний и максимально суженных точек пучка. Показана возможность самофокусировки и выявлена роль дислокационной нелинейности. Сделаны оценки, иллюстрирующие влияние количества дислокаций на нелинейные коэффициенты и поглощение и на фокусные расстояния.

Распространение нелинейных упругих пучков в идеальных кристаллах изучено в работах [1—3]. В реальных кристаллах всегда имеются несовершенства, например, дислокации, существенно влияющие на свойства кристаллов и на распространение ультразвуковых (УЗ) волн.

Основная модель, с помощью которой описывают влияние дислокаций на УЗ волну, описана в работе [4], в которой дана линейная теория распространения одномерных плоских волн. В книге [5] теория, описанная в статье [4], развита для продольной одномерной нелинейной волны, где учитываются упругая и связанная с дислокациями нелинейности.

Целью настоящей работы является изучение распространения, фокусирования и устойчивости нелинейных УЗ пучков с учетом их взаимодействия с дислокациями.

Пусть в полубесконечной однородной анизотропной среде, принадлежащей к гексагональной или тетрагональной кристаллическим сингониям, вдоль оси шестого или четвертого порядка распространяется нелинейная упругая волна. В среде имеется дислокационная сеть, удовлетворяющая всем условиям, описанным в работах [4, 5]. Плоскость $x_3 = 0$ совпадает с границей среды, причем на границе $u_1 = u_2 = 0$, а в ее ограниченной области $u_3 \neq 0$, где u_1 и u_2 — поперечные смещения, а u_3 — продольное смещение. При этом всюду имеет место условие $|u_{1,2}| \ll |u_3|$. Тогда малые эффекты диссипации, дисперсии, нелинейность и дислокационное смещение в основных порядках не будут давать вклада в уравнения для поперечных смещений u_1 и u_2, а будут фигурировать только в уравнении для продольного смещения u_3.

Обобщая одномерную модель, описанную в [4, 5], на трехмерную и упрощая уравнения движения среды так, как в работах [1—3], получим следующую систему уравнений:

$$\rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = (c_{13} + c_{44}) \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1 \partial x_3} + c_{44} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2}, \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = (c_{13} + c_{44}) \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2 \partial x_3} + c_{44} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2}, \quad (2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}_3}{\partial t^2} \right) = (c_{13} + c_{44}) \frac{\partial}{\partial x_3} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) + c_{44} \Delta_\perp u_3 +$$

$$+ c_{33} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} + (3c_{33} + C_{333}) \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} \frac{\partial u_3}{\partial x_3}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_3}{\partial x_3} = N\xi, \quad (4)$$

$$A \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + B \frac{\partial \xi}{\partial t} + p\xi + q\xi^3 = dc_{33} \frac{\partial u_3}{\partial x_3}, \quad (5)$$

где

$$p = \pi^2 G b^2 l^{-2}, \quad q = -\frac{3}{8} \pi^4 G b^2 l^{-4}, \quad A = \pi \rho b^2, \quad N = \frac{2}{\pi} \Omega \Lambda b,$$

$$d = \frac{4}{\pi} bR, \quad \Delta_\perp = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2},$$

c_{ij} и C_{ijk} — тензоры модулей линейной и нелинейной упругости, $\tilde{u}_3$ — продольное смещение, обусловленное движением дислокаций, b — величина вектора Бюргерса, ξ — смещение дислокаций с длиной l, Ω и R — безразмерные ориентационные множители, Λ — полная длина подвижной дислокационной линии в единичном кубе, ρ — плотность вещества, x_1, x_2 — поперечные, а x_3 — продольная, направленная вдоль оси симметрии, лагранжевы координаты, B — константа торможения, G — модуль сдвига.

При выводе уравнения (4) использована синусоидальная зависимость дислокационного смещения от координаты вдоль линии дислокации [5] и выполнено интегрирование. Так как коэффициент, связывающий $\tilde{u}_3$ и ξ, мал, в правой части уравнения (5) учтены только наивысшие по порядку члены.

Дислокационные смещения, соответствующие смещениям u_1 и u_2, являются величинами более высокого порядка, чем смещения u_1 и u_2, поэтому в уравнениях (1) и (2) они не учтены.

В уравнении (3) учтены упругая и геометрическая нелинейности. В нелинейном коэффициенте уравнения (3) член $3c_{33}$ обусловлен геометрической нелинейностью, а C_{333} — упругой. В уравнении (5) последний член в левой части обусловлен дислокационной нелинейностью. Как видим, нелинейность в уравнении (3) — второго порядка, а в уравнении (5) — третьего. В [5] указано, что в определенных условиях дислокационная нелинейность проявляется при меньших напряжениях, чем упругая и геометрическая нелинейности, поэтому дислокационная нелинейность в уравнении (5) сохранена.

Наличие дисперсии и диссипации дает возможность искать решение системы уравнений (1)—(5) в виде квазимонохроматической волны

$$(u_i,\ \tilde{u}_3,\ \xi) = \frac{1}{2}\{(u_{0i},\ \tilde{u}_{03},\ \xi_0)\exp[i(kx_3-\omega t)] + (u_{0i}^{*},\ \bar{u}_{03}^{*},\ \xi_0^{*}) \times$$

$$\times \exp[2i(kx_3-\omega t)] + (u_{0i}^{**},\ \bar{u}_{03}^{**},\ \xi_0^{**}) + k.\ c.\}, \qquad (6)$$

где $\omega = \omega_1 + i\alpha$ — комплексная частота, α — коэффициент поглощения, k — волновое число, u_{0i}, u_{03}, ξ_0 — медленно меняющиеся амплитуды первой гармоники, штрихованные величины — второй гармоники, а дважды штрихованные — свободные члены.

Подставляя решение (6) в систему уравнений (1)—(5), аналогично тому, как это сделано в работах [1—3], получим систему уравнений для амплитуд. В уравнении для ξ_0 опущен нелинейный член, так как при исключении величины ξ_0^{*} он дает член высокого порядка малости. По той же причине опущен нелинейный член в уравнении для ξ_0'. В распространение пучка УЗ волны вклад свободных членов, характеризующих течения, мал. Последовательно исключая все функции в системе уравнений для амплитуд, получим уравнение модуляции для величины u_{03}, а также дисперсионное соотношение и коэффициент поглощения. Они имеют следующий вид:

$$(A_1 + iA_2)\Delta_\perp u_{03} + 2ik\frac{\partial u_{03}}{\partial x_3} = (C_1 + iC_2)|u_{03}|^2 u_{03}, \qquad (7)$$

$$\omega_1 = kv = kv_0\left\{1 - \frac{1}{2}Ndc_{33}(p-\omega_0^2 A)[(p-\omega_0^2 A)^2 + \omega_0^2 B]^{-1}\right\}, \qquad (8)$$

$$\alpha = -\frac{1}{2}\omega_0^2 Ndc_{33}B[(p-\omega_0^2 A)^2 + \omega_0^2 B^2]^{-1},\ \omega_0^2 = k^2 c_{33}\rho^{-1} = k^2 v_0^2. \qquad (9)$$

Выражения (8) и (9) совпадают с аналогичными соотношениями, полученными в работах [4, 5].

Условие устойчивости модулированной УЗ волны имеет вид [1—3] $\operatorname{Im} k_3^1 \geqslant 0$ $(x_3 > 0)$, где k_3^1 — волновое число модулирующей УЗ волны Из анализа выражения для k_3^1 следует, что если

$$2A_2 k_\perp^2 + 3a_1^2 C_2 \geqslant 0,$$

то при $k_\perp^2(A_1^2 + A_2^2) + a_1^2(3A_2C_2 + 2A_1C_1) > 0$ имеет место устойчивость, а при обратном знаке последнего неравенства — неустойчивость. Если же $2A_2k_\perp^2 + 3a_1^2C_2 > 0$, то имеет место неустойчивость.

Выражения для коэффициентов уравнения (7), в которых содержатся все физические параметры, имеют следующий вид:

$$A_1 = c_{33}^{-1}[c_{44} - (c_{13}+c_{44})^2(c_{44} - v^2\rho)^{-1}], \qquad (10)$$

$$A_2 = 2\alpha\omega_1\rho(c_{13}+c_{44})^2 c_{33}^{-1}(k^2c_{44} - \omega_1^2\rho)^{-2}, \qquad (11)$$

$$C_1 = -\frac{1}{16}k^6 T_1^2 c_{33}^{-2}\omega_1^{-4}\rho^{-1}N^{-1}d^{-1}[(T_2^2 - 2\omega_1^2B^2)(\omega_1^2A - 3\alpha B) -$$

$$- 3\omega_1^2B^2T_2]^{-1}(\omega_1^4A^2 + B^2)^{-1}\exp(2\alpha t) - \frac{3}{8}\rho Nqd^3c_{33}^2 \times$$

$$\times k^2\omega_1^2(T_2^4 + 6\omega_1^2B^2T_2^2 + \omega_1^4B^4)^{-1} = C_1' + C_2'', \qquad (12)$$

$$C_2 = \frac{1}{16} k^6 T_1^2 B\rho^{-1} N^{-1} d^{-1} c_{33}^{-2} \omega_1^3 (\omega_1^4 A^2 + B^2)^{-1} [T_2^2 - 2\omega_1^2 B^2) +$$

$$+ 3T_2 (\omega_1^2 A + 3\alpha B)] \exp(2\alpha t) - \frac{3}{4} q k^2 d^{-1} c_{33}^2 \rho N \omega_1^2 T_2 B (T_2^2 + \omega_1^2 B^2)^{-1} \times$$

$$\times (T_2^2 + 6\omega_1^2 B^2 T_2^2 + \omega_1^4 B^4)^{-1} = C_2' + C_2'', \qquad (13)$$

где $T_1 = 3c_{33} + C_{333}$, $T_2 = p - \omega_1^2 A$. Штрихованные величины для нелинейных коэффициентов C_1 и C_2 обусловлены упругой и геометрической нелинейностями, а дважды штрихованные — дислокационной нелинейностью.

Из анализа выражений (10) — (13) следует, что $A_2 > 0$, так как $C_{33} > C_{44}$, а дисперсия мала. Если выполняются неравенства $p \gg \omega_1^2 A$ и $p \gg \omega_1 B$, то $C_2 > 0$ и тогда волна неустойчива. При выполнении неравенств $p \ll \omega_1^2 A$ и $B \ll \omega_1 A$ имеем $C_2 < 0$. В последнем случае только конкретный расчет может дать ответ, когда волна устойчива и когда нет.

Оценки коэффициентов C_1 и C_2 для кристалла рутила (TiO_2) при различных количествах дислокаций и для частот $\omega \approx 10^7 c^{-1}$, $10^8 c^{-1}$ и $10^9 c^{-1}$ показывают, что, в основном, $C_1' \gg C_1''$, хотя в случае $l = 5 \times \times 10^{-5}$м при большом количестве дислокаций $|C_2''| > |C_1'|$. Для коэффициента нелинейного поглощения в рассмотренном случае выполняется неравенство $|C_2'| > |C_2''|$. Таким образом, в большинстве случаев роль дислокационной нелинейности мала.

В некоторых случаях, например, при $\omega = 10^8$ с$^{-1}$, имеем $|C_2| \gg |C_1|$, т. е. нелинейное поглощение существенно. Все необходимые данные брались из книг [5, 6].

В рамках теории, описанной в [1—3], для безразмерной ширины аксиально-симметричного пучка с гауссовым профилем и квазисферическим фронтом получено уравнение в виде

$$\frac{d^2 f}{d x_3^2} = M f^{-3}, \qquad (14)$$

где

$$M = 4A_1^2 R_g^{-2} - R_{\text{н}}^{-2}, \; R_g = \frac{1}{2} r_0^2 k, \; R_{\text{н}}^{-2} = -C_1 A_1 a_0^2 k^{-2} r_0^{-2} + \frac{1}{4} C_2^2 a_0^4 k^{-2}. \qquad (15)$$

Уравнение (14) интегрируется при граничных условиях

$$f(0) = 1, \; f'(0) = A_1 R^{-1} - \frac{1}{2} C_2 a_0^2 k^{-1},$$

где R — исходный радиус фронта волны.

Так как нужно найти условия фокусирования, то должно быть $f' \leqslant 0$. Когда $M < 0$, $f' \neq 0$ [1], существует фокальная точка, в которой $f = 0$.

$$x_{\text{ф}} = |(-M)^{1/2} - f'(0)|^{-1}, \qquad (16)$$

Когда $M > 0$ и может выполняться уравнение $f' = 0$, функция $f(x_3)$ имеет минимум, который называется фокальным пятном. Оно образуется на расстоянии

$$x_{фп} = -f'(0)[M + f'^2(0)]^{-1}$$

и имеет размер

$$f^2_{фп} = M[M + f'^2(0)]^{-1}.$$

Когда $R \to \infty$, т. е. исходный фронт волны плоский, то $f'(0) < 0$, и если $C_2 > 0$, то можно наблюдать самофокусирование. Когда $M = 0$. уравнение (14) легко интегрируется и для f получается выражение

$$f = f'(0)\, x_3 + 1.$$

Если $f'(0) > 0$, то пучок рефокусируется, а при $f'(0) < 0$ пучок фокусируется.

Из сделанных выше оценок следует, что для частоты 10^7 с$^{-1}$ $C_2 > 0$, а это означает, что можно наблюдать самофокусирование.

Оценки показывают, что для экспериментально достижимых значений амплитуд и плотностей дислокаций можно наблюдать фокусирование. Например, при $r_0 = 10^{-2}$ м, $N = 2 \cdot 10^2$м$^{-1}$, $a = 8 \cdot 10^{-6}$м, $\omega = 10^9 c^{-1}$ имеем: $x_{фп} \approx 5 \cdot 10^{-2}$м, $f^2_{фп} \approx 0{,}2$, а при $\omega = 10^8 c^{-1}$, $N = 2 \cdot 10^{-2}$ м$^{-1}$, $a = 6 \times \times 10^{-8}$м $- x_ф \approx 4 \cdot 10^{-2}$м.

Автор выражает благодарность А. Г. Багдоеву и А. А. Дургаряну за неоднократные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Bagdoev A. G., Shekoyan A. V.* Phys. Stat. Sol. (a), 89, 499 (1985).
2. *Багдоев А. Г., Шекоян А. В.* Изв. АН АрмССР, Механика, 34, 3 (1981).
3. *Шекоян А. В.* Изв. АН АрмССР, Механика, 35, 27 (1982).
4. *Granato A., Lücke K.* J. Appl. Phys., 27, 583 (1956).
5. *Труэлл Р., Эльбаум Ч., Чик Б.* Ультразвуковые методы в физике твердого тела. Изд. Мир, М., 1972.
6. Акустические кристаллы. Под ред. М. П. Шаскольской. Изд. Наука, М., 1982.

ԴԻՍԼՈԿԱՑԻԱՆԵՐԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՈՒԼՏՐԱՁԱՅՆԱՅԻՆ ՓՆՋԵՐԻ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ՖՈԿՈՒՍԱՑՄԱՆ ՎՐԱ

Ա. Վ. ՇԵԿՈՅԱՆ

Ստացված և հետազոտված են ոչ գծային ալիքի կայունության պայմանները։ Ստացված են առաձգական ալիքի ֆոկուսացման պայմանը, ֆոկուսային հեռավորությունը և ալիքային փնջի ամենաշատ նեղացման հեռավորությունը, դրանց վրա դիսլոկացիաների քանակության ազդեցությունը։ Նշված է ինքնաֆոկուսացման հնարավորությունը։

THE INFLUENCE OF DISLOCATIONS ON THE STABILITY AND FOCUSING OF NONLINEAR ULTRASONIC WAVE BEAMS

A. V. SHEKOYAN

Conditions of the stability of ultrasonic wave beams have been obtained and investigated. Expressions for focal distances and maximum reduced points of the beam

were derived. The possibility of self-focusing was discussed and the role of dislocational nonlinearity was shown. Some estimates illustrating the influence of dislocation quantity on nonlinear coefficiens, absorption and focal distances are given.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 23, вып. 5, 288—292 (1988)

PERSONALIA

ВЫДАЮЩИЙСЯ ФИЗИК И ОРГАНИЗАТОР НАУКИ

(К 80-летию со дня рождения А. И. Алиханяна)

А. Ц. АМАТУНИ, Э. М. ЛАЗИЕВ, С. Г. МАТИНЯН

24 июня исполнилось восемьдесят лет со дня рождения выдающегося советского физика, талантливого исследователя атомного ядра и элементарных частиц, большого организатора науки, члена-корреспондента АН СССР, действительного члена АН Арм.ССР, заслуженного деятеля науки республики, лауреата Ленинской и Государственных премий СССР Артема Исаковича Алиханяна.

Воспитанник физического факультета Ленинградского университета и легендарных «физтеховских» семинаров А. Ф. Иоффе, А. И. Алиханян до конца жизни сохранил юношескую влюбленность в физику, ставшую делом всей его жизни.

Блестящая когорта советских физиков на рубеже двадцатых-тридцатых годов заложила основы ядерной физики, которая спустя два десятилетия стала одним из важнейших факторов в истории человечества. К этой когорте, наряду с И. В. Курчатовым, А. И. Алихановым, А. П. Александровым, Л. А. Арцимовичем, мы с полным правом причисляем и А. И. Алиханяна.

В эти годы на штурм загадочного атомного ядра устремились физики во всем мире. Это было время великих проблем, великих открытий и заблуждений. Гениальный Нильс Бор высказывал сомнения относительно справедливости закона сохранения энергии и импульса в процессах с участием элементарных частиц. А. И. Алиханову, А. И. Алиханяну и Л. А. Арцимовичу удалось доказать справедливость этого закона, выполнив классический эксперимент по аннигиляции электронов и позитронов.

Следующим большим успехом стал полученный А. И. Алиханяном с сотрудниками искусственный радиоактивный элемент (кремний). Этот эксперимент был выполнен сразу после открытия супругами Жолио-Кю-