Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 23, вып. 2, 65—70 (1988)

УДК 539.186

# РЕЗОНАНСНОЕ РАССЕЯНИЕ ФОТОНОВ НА РЕЛЯТИВИСТСКИХ ИОНАХ

С. М. ДАРБИНЯН, К. А. ИСПИРЯН, Д. Б. СААКЯН

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 3 ноября 1986 г.)

Получены выражения для дифференциального и интегрального сечений резонансного рассеяния фотонов для общего случая разрешенных переходов между энергетическими уровнями релятивистских ионов, а также подробно исследованы поляризационные характеристики рассеянных фотонов, что важно для получения интенсивных поляризованных квазимонохроматических пучков $\gamma$-квантов.

1. Процесс резонансного рассеяния фотонов на покоящихся атомах достаточно хорошо исследован теоретически и экспериментально [1, 2]. В работе [3] было предложено использовать этот процесс для получения монохроматических пучков $\gamma$-квантов. С учетом ряда преимуществ метода [3], а также того факта, что в ближайшее время на разных ускорителях будут получены пучки релятивистских ионов [4], идеи, выдвинутые в [3], требуют дальнейшего теоретического и экспериментального исследования. Этим же проблемам посвящены теоретические работы [5, 6]. По своим результатам механизм [3] преобразования мягких фотонов в более жесткие фотоны похож на метод обратного комптоновского рассеяния на движущихся электронах [7]. Однако большим преимуществом первого метода является то, что сечение резонансного рассеяния примерно на десять порядков больше комптоновского сечения [3, 5, 6]. В настоящей работе для общего случая разрешенных переходов между энергетическими уровнями ионов получено выражение для дифференциального сечения резонансного рассеяния фотонов на релятивистских ионах и проанализированы поляризационные характеристики образованных пучков $\gamma$-квантов.

2. Аналогично случаю комптоновского рассеяния на движущемся электроне, задача вычисления сечения резонансного рассеяния на движущемся ионе сводится к преобразованию соответствующих величин из системы покоя иона (СП) в лабораторную систему (ЛС). Поэтому вначале приведем формулы преобразования Лоренца необходимых в данной задаче величин.

Пусть в ЛС происходит лобовое столкновение движущихся ионов с массой $M$ и с энергией $E=M\gamma$ с фотонами с энергией $\omega_1$ и с импульсом $\mathbf{k}_1=\omega_1\mathbf{n}_1$ ($\hbar=c=1$). Если в СП энергия падающего фотона близка к энергии $\omega_{if}$ одного из разрешенных переходов иона, то происходит

резонансное рассеяние фотонов. Энергии $\omega'_1$ и $\omega'_2$ падающих и рассеянных фотонов и угол рассеяния $\theta'$—угол между импульсами $\mathbf{k}'_1$ и $\mathbf{k}'_2$ фотонов в СП—связаны с соответствующими величинами $\omega_1$, $\omega_2$ и $\theta$ в ЛС соотношениями [3, 5, 6]

$$\omega'_1 = \gamma\,\omega_1\,(1+\beta),\quad \omega'_2 = \gamma\,\omega_2\,(1+\beta\cos\theta), \tag{1}$$

$$\cos\theta' = (\beta+\cos\theta)/(1+\beta\cos\theta). \tag{2}$$

В дальнейшем будем рассматривать случай $\omega'_1 = \omega'_2 \equiv \omega'$; в ЛС $\omega_1$, $\omega_2$ и $\theta$ будут связаны соотношением

$$\omega_2 = \omega_1\,(1+\beta)/(1+\beta\cos\theta);\ \omega_{2\max} \approx 4\gamma^2\omega_1 \text{ при } \theta=\pi,\ \beta\to 1. \tag{3}$$

Приведем также формулу преобразования вектора поляризации фотона при переходе из одной инерциальной системы в другую. Пусть в одной системе (лабораторной) фотон имеет энергию $\omega_1$, импульс $\mathbf{k}_1 = \omega_1\mathbf{n}_1$ и вектор поляризации $\mathbf{e}_1$. В системе (штрихованной), которая движется относительно первой вдоль направления $\mathbf{n}$ со скоростью $\beta$, вектор поляризации фотона $\mathbf{e}'_1$ с учетом калибровочной инвариантности выражается формулой

$$\mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + (\gamma-1)(\mathbf{e}_1\mathbf{n})\,\mathbf{n} + \beta\,\frac{\mathbf{e}_1\mathbf{n}}{1-\beta(\mathbf{n}\mathbf{n}_1)}\,[\gamma\,(\mathbf{n}\mathbf{n}_1-\beta)\,\mathbf{n} + \mathbf{n}_1 - (\mathbf{n}_1\mathbf{n})\,\mathbf{n}]. \tag{4}$$

С помощью (4) легко получить полезную формулу преобразования угла между векторами поляризации двух фотонов. Если $\omega_{1,2}$ и $\mathbf{k}_{1,2} = \omega_{1,2}\,\mathbf{n}_{1,2}$ — энергии и импульсы фотонов в ЛС, то для случая $\mathbf{n}_1 = -\mathbf{n}$ эта связь дается формулой

$$\mathbf{e}'_1\mathbf{e}'_2 = \mathbf{e}_1\mathbf{e}_2 - \beta\,\frac{(\mathbf{n}_1\mathbf{e}_2)(\mathbf{n}_2\mathbf{e}_1)}{1+\beta(\mathbf{n}_1\mathbf{n}_2)}\,. \tag{5}$$

3. Рассмотрим резонансное рассеяние фотонов в СП, когда ион в результате поглощения фотона с энергией $\omega'_1$ из основного энергетического состояния 1 с квантовыми числами $J_1$, $M_1$ переходит в возбужденное состояние $n$ с квантовыми числами $J$, $M$ и далее испускает фотон, переходя в конечное состояние 2 с квантовыми числами $J_2$, $M_2$. Предполагается, что начальное и конечное состояния принадлежат одному и тому же энергетическому уровню (несмещенное рассеяние).

Как известно [1], в дипольном приближении наиболее общее выражение дифференциального сечения такого процесса, после обычной процедуры усреднения по $M_1$ и суммирования по $M_2$, можно представить в виде суммы трех членов, соответствующих скалярному, симметричному и антисимметричному рассеянию:

$$d\sigma' = \left(G^0_{21}\,\varepsilon'_0 + \frac{1}{10}\,G^s_{21}\,\varepsilon'_s + \frac{1}{6}\,G^a_{21}\,\varepsilon'_a\right)\omega'^{-4}\,d\Omega', \tag{6}$$

где величины $G^{0,\,s,\,a}_{21}$ выражаются через матричные элементы тензора рассеяния ($\omega' \sim \omega_{n1}$) [1], а величины $\varepsilon'_{0,\,s,\,a}$ зависят от векторов поляризаций:

$$\varepsilon'_0 = |\mathbf{e}'_1\,\mathbf{e}'^{*}_2|^2,\ \varepsilon'_s = 1 + |\mathbf{e}'_1\,\mathbf{e}'_2|^2 - \frac{2}{3}\,|\mathbf{e}'_1\,\mathbf{e}'^{*}_2|^2,\ \varepsilon'_a = 1 - |\mathbf{e}'_1\mathbf{e}'_2|^2. \tag{7}$$

Переходя от приведенных матричных элементов к парциальным ширинам [1, 2], представим (6) в виде

$$d\sigma' = \frac{9}{16}\frac{\Gamma_{n1}^2}{\omega'^2\,\Delta}\left(g^0\,\varepsilon_0' + \frac{1}{10}\,g^s\,\varepsilon_s' + \frac{1}{6}\,g^a\,\varepsilon_a'\right)d\Omega', \tag{8}$$

где $\omega_{n1}$ и $\Gamma_{n1}$ — частота перехода и полная ширина возбужденного уровня, $\Delta = (\omega_{n1}^2 - \omega')^2 + \Gamma_n^2/4$ — резонансный знаменатель, а величины $g$ зависят только от квантовых чисел $J_1$, $J_2$, $J$ и выражаются через $6j$-символы:

$$g^0 = \frac{1}{3}\,g_{JJ_1}\begin{Bmatrix} J & J_2 & 1 \\ 0 & 1 & J_1 \end{Bmatrix}^2,\quad g^s = 5\,g_{JJ_1}\begin{Bmatrix} J & J_2 & 1 \\ 2 & 1 & J_1 \end{Bmatrix}^2,$$

$$g^a = 3\,g_{JJ_1}\begin{Bmatrix} J & J_2 & 1 \\ 1 & 1 & J_1 \end{Bmatrix}^2;\quad g_{JJ_1} = (2J+1)^2/(2J_1+1). \tag{9}$$

Следует отметить, что в реальной физической ситуации, когда энергетический разброс сталкивающихся пучков ионов и фотонов гораздо больше спин-орбитального расщепления, в дальнейшем нам понадобится лишь случай $J_1 = J_2$.

На основе (8) с помощью кинематических формул (1)—(5) запишем выражение для сечения в ЛС в виде

$$d\sigma = \frac{9}{16}\,\frac{\Gamma_{n1}^2}{4\gamma_1^4\,\omega_1^2\,\Delta}\,\frac{D^2}{\beta^2}\left(g^0\,\varepsilon_0 + \frac{1}{10}\,g^s\,\varepsilon_s + \frac{1}{6}\,g^a\,\varepsilon_a\right)d\Omega, \tag{10}$$

где преобразованные величины $\varepsilon_{0,\,s,\,a}$ выражаются через векторы поляризации $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$ в ЛС следующим образом:

$$\varepsilon_0 = |\mathbf{e}_1\,\mathbf{e}_2^* + D\,(\mathbf{n}_1\,\mathbf{e}_2^*)(\mathbf{n}_2\,\mathbf{e}_1)|^2,$$

$$\varepsilon_s = 1 + |\mathbf{e}_1\,\mathbf{e}_2 + D\,(\mathbf{n}_1\,\mathbf{e}_2)(\mathbf{n}_2\,\mathbf{e}_1)|^2 - \frac{2}{3}\,\varepsilon_0, \tag{11}$$

$$\varepsilon_a = 1 - |\mathbf{e}_1\,\mathbf{e}_2 + D\,(\mathbf{n}_1\,\mathbf{e}_2)(\mathbf{n}_2\,\mathbf{e}_1)|^2;\quad D = -\beta/(1+\beta\cos\theta).$$

В случае перехода $1s^2\,{}^1S_0 \to 1s2p\,{}^1P_1$ имеем $g^0 = 1$, $g^s = g^a = 0$, и (10) переходит в соответствующую формулу работы [6].

Для рассмотрения зависимости сечения (10) от поляризаций фотонов выразим величины $\varepsilon_{0,\,s,\,a}$ через параметры Стокса $\xi_{1,\,2,\,3}^{(1)}$ и $\xi_{1,\,2,\,3}^{(2)}$ фотонов. Основные орты $\boldsymbol{\tau}_1$, $\boldsymbol{\tau}_2$, $\mathbf{n}_1$ для начального и $\boldsymbol{\varkappa}_1$, $\boldsymbol{\varkappa}_2$, $\mathbf{n}_2$ для конечного фотонов выберем так, чтобы $\boldsymbol{\varkappa}_1 = [\mathbf{n}_2\boldsymbol{\tau}_1]/|[\mathbf{n}_2\boldsymbol{\tau}_1]|$, $\boldsymbol{\varkappa}_2 = [\mathbf{n}_2\boldsymbol{\varkappa}_1]$; угол между плоскостью $(\boldsymbol{\tau}_1, \mathbf{n}_1)$ и плоскостью рассеяния $(\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2)$ обозначим через $\varphi$. В общем случае зависимость $d\sigma$ от параметров Стокса имеет вид

$$d\sigma(\vartheta, \varphi, \xi^{(1)}, \xi^{(2)}) = \frac{9}{2^8}\,\frac{\Gamma_{n1}^2}{\gamma^4\,\omega_1^2\,\Delta}\,\frac{D^2}{\beta^2}\,\{A_1 + A_3\,[F_0 + \xi_1^{(1)}\,F_1 + \xi_3^{(1)}\,F_3 +$$

$$+ \xi_1^{(2)}\,(F_1' + \xi_1^{(1)}\,F_{11} + \xi_3^{(1)}\,F_{31}) + \xi_3^{(2)}\,(F_3' + \xi_1^{(1)}\,F_{13} + \xi_3^{(1)}\,F_{33})] +$$

$$+ A_2\,\xi_2^{(1)}\,\xi_2^{(2)}\,F_{22}\}\,d\Omega, \tag{12}$$

где

$$A_1 = 2g^s/5 + 2g^a/3,\ A_2 = g^0 - (g^s + g^a)/6,\ A_3 = g^0 + (g^s - 5g^a)/30,$$

а коэффициенты $F$—функции от углов $\theta$ и $\varphi$:

$$F_0 = 2 - D_1 \sin^2\theta,\ F_{22} = 2(\cos\theta - D\sin^2\theta),$$

$$F_1 = -D_1 \sin^2\theta \sin 2\varphi,\ F_3 = -D_1 \sin^2\theta \cos 2\varphi,$$

$$F_1' = D_1 Y \sin^2\theta \cos\theta \sin 2\varphi,\ F_3' = D_1 \sin^2\theta (1 - 2Y\sin^2\varphi),$$

$$F_{11} = -2\cos\theta + 2D\sin^2\theta - DY(1 + D\cos\theta)\sin^4\theta \sin^2 2\varphi, \qquad (13)$$

$$F_{13} = \sin^2\theta \sin 2\varphi\,[D_1 - 2DY(\cos\theta - D\sin^2\theta \sin^2\varphi)],$$

$$F_{31} = \sin^2\theta \sin 2\varphi\,[2D - Y(D_1 + 2D^2\sin^2\theta \cos^2\varphi)\cos\theta],$$

$$F_{33} = -2 + D_1 \sin^2\theta \cos 2\varphi + 2Y(D_1 + 2D^2\sin^2\theta \cos^2\varphi)\sin^2\theta \sin^2\varphi,$$

$$D_1 = D^2/\beta^2\gamma^2,\ Y = 1/(1 - \sin^2\theta \cos^2\varphi).$$

По своей структуре формулы (12), (13) аналогичны соответствующим формулам комптоновского рассеяния на неполяризованном электроне [8], а при $\beta = 0$ выражения (13) переходят в соответствующие выражения для комптоновского рассеяния.

Формулы (12), (13) применимы в общем случае для произвольных значений $\beta$ и $\theta$. Однако физически наиболее интересные эффекты в исследуемом процессе проявляются в случае релятивистских ионов, когда $\beta \to 1$ и $\gamma \gg 1$. Тогда, как следует из (2), фотоны, рассеянные в СП в переднюю полусферу, в ЛС собираются в узкий конус с угловым раствором $1/\gamma$. Удобно в этом случае перейти от $\theta$ к углу $\theta_1 = \pi - \theta$ — углу между импульсами $\mathbf{p}_1$ и $\mathbf{k}_1$ (или к углу $u = \gamma\theta_1$). Если ограничиться малыми углами $\theta_1 \ll 1$ и заменить, где это возможно, в формулах (12), (13) $\beta$ на единицу (отметим, что при этом $D \approx -2\gamma^2/(1 + u^2)$, $D\sin^2\theta \approx -2u^2/(1 + u^2)$, $D_1\sin^2\theta \approx 4u^2/(1 + u^2)^2$), то в релятивистском случае выражение (12) для сечения сохранит свой вид, однако теперь функции $F$ следующие:

$$F_0 = 2(1 + u^4)\,z,\ z \equiv 1/(1 + u^2)^2,$$

$$F_1 = F_1' = -4u^2 z \sin 2\varphi,\ F_3 = -F_3' = -4u^2 z \cos 2\varphi, \qquad (14)$$

$$F_{11} = 2z(1 - u^4\cos 4\varphi),\ F_{13} = -F_{31} = -2u^4 z \sin 4\varphi,$$

$$F_{33} = -2z(1 + u^4\cos 4\varphi),\ F_{22} = -2(1 - u^2)/(1 + u^2).$$

После интегрирования по $\varphi$ просуммированное по поляризациям рассеянных фотонов сечение и параметры Стокса примут вид

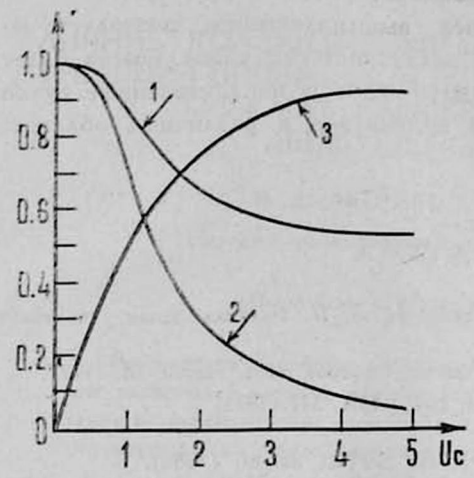
$$d\sigma(u,\ \xi^{(1)}) = \frac{9}{16}\frac{\pi\Gamma_{n1}^2}{\gamma^2\omega_1^2\Delta} z^2\Phi\,du^2,\ \Phi = A_1 z + A_3(1 + u^4); \qquad (15)$$

$$\xi_1^{(2)}(u) = \xi_1^{(1)} A_3/\Phi,\ \xi_2^{(2)}(u) = -\xi_2^{(1)} A_2(1 - u^4)/\Phi,\ \xi_3^{(2)}(u) = -\xi_3^{(1)} A_3/\Phi. \qquad (16)$$

Отсюда степень линейной поляризации $P = (\xi_1^2 + \xi_3^2)^{1/2}$ рассеянных фотонов будет $P_2(u) = P_1 A_3/\Phi$, а её направление определится из условия $\operatorname{tg} 2\psi_2 = -\operatorname{tg} 2\psi_1$, что, в соответствии с выбранными ортами,

означает, что после интегрирования по $\varphi$ плоскость поляризации сохраняется.

С экспериментальной точки зрения представляют интерес сечение и поляризация, проинтегрированные по $u$ в пределах узкого конуса с угловым раствором $u_c$, т. е. сечение и поляризация коллимированного пучка




Зависимости $P_2(u_c)$, $|\xi_2^{(2)}(u_c)|$ и $\eta(u_c)$ (соответственно кривые 1, 2 и 3) от угла коллимации $u_c$.

фотонов. Просуммированное по поляризациям рассеянных фотонов сечение и поляризация пучка будут:

$$\sigma(u_c) = \frac{9}{16}\frac{\pi\Gamma_{n1}^2}{\gamma^2\omega_1^2\Delta}\frac{u_c^2}{(1+u_c^2)^3}\Phi_c,\quad \Phi_c = A_1(1+u_c^2)^2 + A_3(1+u_c^2+2u_c^4/3); \tag{17}$$

$$P_2(u_c) = P_1 A_3(1+u_c^2+u_c^4/3)/\Phi_c,\quad \xi_2^{(2)}(u_c) = -\xi_2^{(1)} A_2(1+u_c^2)/\Phi_c. \tag{18}$$

Отметим, что с помощью (3) во всех приведенных формулах можно перейти от зависимости от $\theta$ или $u$ к зависимости от частоты $\omega_2$ или $x = \omega_2/\omega_{2\max} = 1/(1+u^2)$.

4. Процесс резонансного рассеяния можно представить как возбуждение иона в результате резонансного поглощения фотона и дальнейшего испускания фотона в результате спонтанного перехода иона из возбужденного состояния в основное [3]. Ясно, что при больших плотностях $n_\Phi$ лазерных фотонов в игру вступит процесс вынужденного излучения возбужденных ионов, который будет преобладать над спонтанным [5], если $n_\Phi \gtrsim (2J_1+1)\omega_{n1}^3(\Delta\gamma/\gamma)/2\pi^2\gamma(2J+1)$, где $\Delta\gamma/\gamma$ — относительный энергетический разброс ионного пучка. В случае, например, перехода $1s^2\,{}^1S_0 \to 1s\,2p\,{}^1P_1$ иона OVII $\omega_{n1} = 571{,}3$ эВ и лазера *Nd-YAG* с $\omega_1 = 1{,}064$ эВ имеем $\gamma = 278{,}5$, и при $\Delta\gamma/\gamma = 10^{-3}$ для $n_\Phi$ получаем $n_\Phi = 1{,}46\cdot10^{15}$ см$^{-3}$ ($I = \omega n_\Phi = 7{,}5\cdot10^6$ Вт/см$^2$).

Можно показать, что учет энергетического разброса [6] реальных пучков ионов и фотонов приводит к заметному уменьшению эффективного сечения: $\sigma_{эфф}/\sigma = (\Gamma_{n1}/\omega_{n1})(\Delta\gamma/\gamma)^{-1}$.

В качестве иллюстрации на рисунке для случая перехода $1s^2\,{}^1S_0 \to 1s\,2p\,{}^1P_1$ и полной поляризации начальных фотонов ($P_1 = 1$, $\xi_2^{(1)} = 1$)

показаны зависимости параметров поляризации $P_2(u_c)$, $|\xi_2^{(2)}(u_c)|$ и отношения $\eta = \sigma(u_c)/\sigma^{\text{полн}}$ от угла коллимации $u_c$. Видно, что при угле захвата $u_c = 1$ пучок коллимированных $\gamma$-квантов имеет весьма высокую степень поляризации ($P_2 = 0{,}875$, $|\xi_2^{(2)}| = 0{,}75$), а число фотонов в нем составляет половину всех рассеянных фотонов ($\eta = 0{,}5$).

В заключение отметим, что все вышеизложенное позволяет надеяться, что с появлением пучков релятивистских ионов можно будет получать интенсивные квазимонохроматические и поляризованные пучки $\gamma$-квантов, которые найдут широкое применение в различных областях физики и техники.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Релятивистская квантовая теория, ч. 1. Изд. Наука, М., 1968.
2. *Собельман И. И.* Введение в теорию атомных спектров. Изд. Наука, М., 1977.
3. *Ispirian K. A., Margarian A. T.* Phys. Lett., 44A, 377 (1973).
4. CERN Courier, 25, 427 (1985).
5. *Басов Н. Г., Ораевский А. Н., Чичков Б. Н.* ЖЭТФ, 89, 66 (1985).
6. *Дарбинян С. М., Испирян К. А., Саакян Д. Б.* Письма в ЖЭТФ, 44, 7 (1986).
7. *Куликов О. Ф.* Труды ФИАН, 80, 3 (1975).
8. *Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б.* Квантовая электродинамика. Изд. Наука, М., 1969.


## ՖՈՏՈՆՆԵՐԻ ՌԵԶՈՆԱՆՍԱՅԻՆ ՑՐՈՒՄԸ ՌԵԼՅԱՏԻՎԻՍՏԻԿ ԻՈՆՆԵՐԻ ՎՐԱ


Ս. Մ. ԴԱՐԲԻՆՅԱՆ, Կ. Ա. ԻՍՊԻՐՅԱՆ, Դ. Բ. ՍԱՀԱԿՅԱՆ



*Ռելյատիվիստիկ իոնների էներգիտիկ մակարդակների միջև թույլատրելի անցումների ընդհանուր դեպքում ստացված են արտահայտություններ ֆոտոնների ռեզոնանսային ցրման դիֆերենցիալ և ինտեգրալ կտրվածքների համար: Հետազոտված են ցրված ֆոտոնների բևեռացման բնութագրերը: Ստացված արդյունքները կարևոր են գամմա-քվանտների ինտենսիվ, քվազիմոնոքրոմատիկ և բևեռացման բարձր աստիճան ունեցող փնջեր ստանալու համար:*


## RESONANCE SCATTERING OF PHOTONS ON RELATIVISTIC IONS


S. M. DARBINYAN, K. A. ISPIRYAN, D. B. SAHAKYAN



Expressions for differential and integral cross sections of resonance scattering of photons are obtained for general case of allowed transitions between energy levels of relativistic ions. The polarization characteristics of the scattered photons are analyzed in detail, that is of interest for the formation of intense, quasi-monochromatic beams of gamma quanta with high degree of polarization.