

ON SOME NEW APPROACHES TO PROBLEMS OF RADIATION TRANSFER IN STOCHASTIC MEDIA

R. S. VARDANYAN, G. V. PAPYAN

Some problems of radiation transfer in one-dimensional media are considered under the assumption that the probability λ of quantum survival in the scattering act is a random Gaussian δ -correlated field. Unlike the well-known Bourret approximation, some consecutive terms of mass operator expansion are taken into account in the solution of corresponding Dyson equation.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 22, вып. 6, 320—326 (1987)

УДК 535.24;535.6

МНОГОФОТОННЫЕ И СПИНОВЫЕ ЭФФЕКТЫ НА ГРАНИЦЕ ДВУХ СРЕД

В. М. АРУТЮНЯН, С. Г. ОГАНЕСЯН

НИИ физики конденсированных сред ЕГУ

(Поступила в редакцию 5 июля 1986 г.)

Исследован вклад многофотонных процессов в модуляцию тока и плотности пучка электронов лазерным излучением на границе двух сред. Определены характерные расстояния L , разделяющие области квантовой и классической модуляции пучка частиц. Проанализирован вклад магнитного момента электрона в эти эффекты и исследована возможность поляризации пучков частиц лазерным излучением.

Модулированные пучки электронов представляют большой интерес для создания высокоэффективных усилителей электромагнитного излучения — клистронов. В настоящее время известно, что модуляция пучка частиц может носить как классический [1], так и квантовый [2, 3] характер. В первом случае модулированные пучки электронов послужили основой для создания наиболее мощных усилителей в радиофизическом диапазоне длин волн. В работе [4] впервые была предложена схема усилителя клистронного типа в оптическом диапазоне частот. Высокая эффективность клистронных схем связана с тем, что глубина модуляции, а следовательно и коэффициент усиления, содержат дрейфовое расстояние. В работе [3] было показано, что при определенных условиях на основе вынужденного переходного эффекта возможна квантовая модуляция плотности пучка электронов, глубина которой обратно пропорциональна постоянной Планка $\hbar$. В связи с этим возникает естественный вопрос о связи классического и квантового механизмов модуляции.

В настоящей работе на примере вынужденного переходного эффекта показано, что классическая теория клистронов справедлива на малых расстояниях $z \ll L$, где L будет определено ниже. На больших расстояниях накапливаются квантовые эффекты, связанные с асимметричной частью отдачи, получаемой электроном при излучении и поглощении фотона, и эффект модуляции носит чисто квантовый характер. Большой интерес

представляет анализ вклада магнитного момента электрона в квантовый механизм модуляции. В статье показано, что при определенной геометрии и реальных лазерных полях можно промодулировать поляризованный пучок электронов только за счет спинового взаимодействия. Исследование поляризации пучка электронов после его взаимодействия с лазерным излучением на границе двух сред показало, что она изменяется за счет индуцированной намагниченности, модуляции плотности электронов, а также поворота магнитного момента частицы относительно магнитного поля волны.

2. Пусть на границу раздела двух сред ($z = 0$) падает плоская электромагнитная волна, векторный потенциал которой имеет вид

$$A_x = \theta(-z) A_{0x} \sin(\omega t - kz), \quad A_y = \theta(-z) A_{0y} \cos(\omega t - kz), \quad (1)$$

$$\theta(-z) = 1 \text{ при } z < 0, \quad \theta(-z) = 0 \text{ при } z > 0.$$

Известные формулы Френеля [5] определяют отраженную и прошедшую волны, имеющие вид, аналогичный (1). Для упрощения задачи предположим, что первая среда — вакуум, а вторая полностью поглощает падающее на нее излучение. Тогда при изучении движения частицы поле можно выбрать в виде (1). Отметим, что это приближение справедливо и в более общем случае, когда имеются три волны (падающая, прошедшая и отраженная), но частица «резонансна» лишь с падающей: $1 - \beta_z \ll 1 - N\beta_z$; $1 + \beta_z$, где $\beta_z = v_z/c$, N — показатель преломления второй среды.

Пренебрегая спином электрона, вычислим глубину модуляции пучка частиц на n -гармонике на основе уравнения Клейна—Гордона

$$-\hbar^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \left[\left(\hat{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 + (mc^2)^2 \right] \Psi. \quad (2)$$

В области $z < 0$ решение этого уравнения имеет вид

$$\Psi = \Psi_0 + \Psi_1. \quad (3)$$

где

$$\Psi_0 = \sqrt{\frac{p_0}{2E}} \exp \left[-i \frac{E}{\hbar} t + i \frac{\mathbf{p}}{\hbar} \mathbf{r} - i \frac{\Delta E}{\hbar \omega} \sin \left(\omega t - kz - \frac{\pi}{2} \right) \right] \quad (4)$$

есть волновая функция, описывающая частицу, движущуюся к границе раздела в поле (1), а

$$\Psi_1 = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} i^m R_m \exp \left[-i \frac{E'_m}{\hbar} t + i \frac{\mathbf{p}'_m}{\hbar} \mathbf{r} - i \frac{\Delta E_m}{\hbar \omega} \sin \left(\omega t - kz - \frac{\pi}{2} \right) \right] \quad (5)$$

описывает отраженную частицу в том же поле (1).

В области $z > 0$ электрон движется свободно:

$$\Psi = \sum_{r=-\infty}^{+\infty} i^r G_r \exp \left(-i \frac{E_r}{\hbar} t + i \frac{\mathbf{p}_r}{\hbar} \mathbf{r} \right). \quad (6)$$

Так как для реальных лазерных полей параметр $\xi^2 = (eA_0/mc^2)^2 \ll 1$, то в выражениях (4), (5) слагаемые, ответственные за перенормировку массы, отброшены. Величины ΔE и ΔE_m определяются выражениями

$$\Delta E = \frac{-e A_0 \beta_z}{1 - \beta_z}, \quad \Delta E_m = \frac{-e A_0 \beta_{zm}}{1 - \beta_{zm}}, \quad (7)$$

$E_r = E + r\hbar\omega$, E и E_m — начальная и конечные значения энергии частицы.

Для простоты предполагается, что поле (1) имеет круговую поляризацию ($A_{0x} = A_{0y} = A_0$), $\beta_y = 0$. В дальнейшем анализируются лишь гармоники с номерами

$$|n| < E \beta_z^2 / \hbar\omega, \quad (8)$$

что позволяет представить импульс $p_{z(\pm n)}$ в виде

$$p_{z(\pm n)} = p_z \pm n\hbar\omega/v_z - n^2 \hbar^2 \omega^2 (1 - \beta_z^2) / 2E \beta_z^2 v_z. \quad (9)$$

Последнее слагаемое в этом выражении определяет асимметричную часть отдачи, получаемой электроном при поглощении (верхний знак) и излучении (нижний знак) n фотонов. Отметим, что в отличие от работы [6], в которой рассматривается движение частицы справа от границы в поле прошедшей волны, результаты настоящей работы, а также работы [3], соответствуют анализу движения частицы после выхода ее из поля.

Из условия непрерывности волновой функции и ее производной на границе раздела легко показать, что коэффициенты отражения на « n -гармонике» мал:

$$\left| \sum_{l=-\infty}^{+\infty} R_{n-l} J_l \left(\frac{\Delta E}{\hbar\omega} \right) \right|^2 \simeq \left| n\hbar\omega (1 - \beta_z) J_n \left(\frac{\Delta E}{\hbar\omega} \right) / E \beta_z^2 \right|^2.$$

Пренебрегая отраженной волной, получаем

$$G_r = \sqrt{\frac{\rho_0}{2E}} J_r \left(\frac{\Delta E}{\hbar\omega} \right). \quad (10)$$

Вычислим плотность пучка частиц в области $z > 0$:

$$\rho = \frac{i}{\hbar} \Psi^* \frac{\partial}{\partial t} \Psi + \text{к. с.} \quad (11)$$

Подставляя сюда выражения (6) и (10), получаем

$$\rho = \frac{1}{2} \rho_0 \sum_{r, r'} i^{r-r'} J_r \left(\frac{\Delta E}{\hbar\omega} \right) J_{r'} \left(\frac{\Delta E}{\hbar\omega} \right) \exp i[(r-r')\Phi + (r^2 - r'^2) \nu z] + \text{к. с.}, \quad (12)$$

где

$$\Phi = \omega t - \frac{\omega}{v_z} z, \quad \nu = \frac{\hbar\omega}{2E} \frac{1 - \beta_z^2}{\beta_z^2} \frac{\omega}{v_z}. \quad (13)$$

В выражении (12) отброшены малые слагаемые порядка $r\hbar\omega/E$. Перейдя от переменных r' и r к переменным n' и $n = r - r'$ и выполнив суммирование, получим

$$\begin{aligned} \rho_n = \frac{\rho_0 i^n}{2} & \left[J_n \left(\frac{2\Delta E}{\hbar\omega} \sin n \nu z \right) \exp(in\Phi) + \right. \\ & \left. + J_n' \left(-\frac{2\Delta E}{\hbar\omega} \sin n \nu z \right) \exp(-in\Phi) \right] + \text{к. с.} \end{aligned} \quad (14)$$

Аналогичный расчет для тока дает

$$\mathbf{j}_n = \rho_n \mathbf{v}, \quad (15)$$

где ρ_n определяется выражением (14). В классическом пределе ($\hbar \rightarrow 0$)

$$\rho_n' = \frac{\rho_0 i^n}{2} \left[J_n \left(n \frac{\Delta E}{E} \frac{1 - \beta_z^2}{\beta_z^2} \frac{\omega}{v_z} z \right) \exp(in\Phi) + \right. \\ \left. + J_n \left(-n \frac{\Delta E}{E} \frac{1 - \beta_z^2}{\beta_z^2} \frac{\omega}{v_z} z \right) \exp(-in\Phi) \right] + \text{к. с.}, \quad (16)$$

$$\mathbf{j}_n = \rho_n' \mathbf{v}. \quad (17)$$

Такие же точно выражения можно получить при классическом расчете тока и плотности пучка частиц на основе уравнений Ньютона. В этом случае аргументы функций Бесселя в (16) содержат характерный для клистронов множитель, прямо пропорциональный дрейфовому расстоянию z . Очевидно, что формулы (14), (15) переходят в формулы (16), (17) на расстояниях

$$z \ll L = 2\pi \frac{E}{\hbar\omega} \frac{2\beta_z^2}{1 - \beta_z^2} \frac{v_z}{\omega}. \quad (18)$$

При $z \gtrsim L$ модуляция носит чисто квантовый характер ((14), (15)), причем аргумент функции Бесселя достигает своего максимального значения при $z = L/4$ и в дальнейшем, в отличие от классического случая ((16), (17)), совершает периодические осцилляции.

3. Рассмотрим вклад спиновых эффектов в модуляцию тока и плотности пучка частиц. Так как магнитный момент электрона дает наибольший вклад лишь в однофотонные процессы, ограничимся лишь линейным по полю (1) приближением. Решая уравнение Дирака [7], получаем волновую функцию частицы в области $z > 0$:

$$\Psi = (1 + \hat{L}_- e^{i(\Phi - \nu z)} + \hat{L}_+ e^{-i(\Phi + \nu z)}) \Psi_0. \quad (19)$$

Здесь Φ и ν определяются выражениями (13), операторы

$$\hat{L}_\mp = -\frac{i\pi e}{2\hbar p_{z(\mp)}} (\hat{p}_\mp + m) \hat{A}_{1,2}, \quad \hat{p}_\mp = (E \mp \hbar\omega) \gamma^0 - (\mathbf{p} \mp \hbar\mathbf{q}) \gamma,$$

$$q_{x,y} = 0, \quad q_z = \omega/v_z, \quad \hat{A}_{1,2} = -\mathbf{A}_{1,2} \gamma, \quad A_{1x} = A_{2x} = -iA_{0x} v_z/2\pi\omega(1 - \beta_z),$$

$$A_{1y} = A_{2y} = -A_{0y} v_z/2\pi\omega(1 - \beta_z);$$

$$\Psi_0 = \sqrt{\frac{\rho_0}{2E}} u \exp\left(-i\frac{E}{\hbar}t + i\frac{\mathbf{p}}{\hbar}\mathbf{r}\right) - \quad (20)$$

начальная волновая функция частицы [7], ρ_0 — плотность пучка электронов. Для простоты в дальнейшем предполагается, что величины $A_{0x,y}$ вещественны.

Полагая, что до взаимодействия поляризационная матрица частиц имела вид [7]

$$\hat{p} = \frac{1}{2} (\hat{p} + m) (1 - \gamma^5 \hat{a}), \quad (21)$$

получаем

$$\rho = \rho_0 \left[1 + 2 \frac{\Delta E}{\hbar \omega} \xi_x \sin \Phi \sin \nu z + \frac{\Delta E}{E} \frac{1 - \beta_z - \beta_z^2}{\beta_z^2} \xi_x \cos \Phi \cos \nu z + \right. \\ \left. + \frac{\Delta E}{E} \frac{mc^2}{E \beta_x \beta_z} (a_x \xi_y \sin \Phi - a_y \xi_x \cos \Phi) \sin \nu z \right]. \quad (22)$$

Здесь

$$\xi_{x,y} = e A_{0x,y} / mc^2, \quad \Delta E = \beta_x mc^2 / (1 - \beta_z).$$

Аналогичным образом вычисляются проекции тока:

$$j_x = j_{0x} \left[1 + 2 \frac{\Delta E}{\hbar \omega} \xi_x \sin \Phi \sin \nu z + \frac{\Delta E}{E} \frac{1 - \beta_z}{\beta_z^2} \xi_x \cos \Phi \cos \nu z - \right. \\ \left. - \frac{\Delta E}{E} \frac{mc^2}{\beta_x^2 E} \xi_y (a_x - a_0 / \beta_z) \sin \Phi \sin \nu z \right], \\ j_y = e \rho_0 c \frac{\Delta E}{\beta_x E} \frac{mc^2}{E} (a_x - a_0 / \beta_z) \xi_x \cos \Phi \sin \nu z, \quad (23) \\ j_z = j_{0z} \left[1 + 2 \frac{\Delta E}{\hbar \omega} \xi_x \sin \Phi \sin \nu z - \frac{\Delta E}{E \beta_z} \xi_x \cos \Phi \cos \nu z + \right. \\ \left. + \frac{\Delta E}{E} \frac{mc^2}{\beta_x \beta_z E} (a_x \xi_y \sin \Phi - a_y \xi_x \cos \Phi) \sin \nu z \right].$$

Проанализируем сначала плотность пучка частиц (22). Второе слагаемое в квадратных скобках можно получить из (14), положив $n = 1$ и $\Delta E / \hbar \omega \ll 1$. На языке классического клистрона это слагаемое связано с группировкой частиц в дрейфовом пространстве $z > 0$. Третье слагаемое на этом же языке связано с группировкой частиц в области $z < 0$ (в формуле (14) соответствующие слагаемые опущены из-за условия (8)).

Для интерпретации остальных слагаемых удобно воспользоваться нерелятивистским пределом формул (22) и (23). Тогда можно видеть, что последнее слагаемое в (22) связано с взаимодействием спина с магнитным полем электромагнитной волны, гамильтониан которого $\hat{H} = - \hat{\mu} \hat{H}$, где $\hat{\mu}$ — оператор магнитного момента электрона [8]. Вычисляя в этом же пределе ток

$$\mathbf{j} = \frac{e}{2m} \Psi^+ \hat{\mathbf{p}} \Psi + \text{к. с.} + \frac{e \hbar}{2m} \text{rot } \Psi^+ \hat{\boldsymbol{\sigma}} \Psi, \quad (24)$$

получаем, что его модуляция обусловлена как модуляцией плотности пучка электронов, так и его намагниченностью. С первым эффектом связаны второе, третье и четвертое слагаемые в x - и z -проекциях тока. Модуляция плотности пучка приводит к модуляции его намагниченности. С этим чисто квантовым эффектом связано возникновение y -проекции тока. Полагая, что пучок частиц движется параллельно оси z ($p_x = 0$), получаем, что мо-

дуляция его плотности и тока обусловлена только спиновым взаимодействием (последние слагаемые в (22) и (23)).

4. Рассмотрим поляризацию пучка частиц в области $z > 0$ после взаимодействия с полем (1). Поляризация свободного электрона характеризуется удвоенным средним значением спина $\hbar = 1$ в собственной системе координат частицы [7]. Очевидно, однако, что для частицы, описываемой волновой функцией (19), такой системы нет, так как первое слагаемое соответствует состоянию с импульсом p , второе — с импульсом $p - \hbar\omega/v_z$, а третье — $p + \hbar\omega/v_z$. Поэтому будем характеризовать поляризационное состояние электрона вектором $\mathbf{b}$, связанным со средним значением спина в лабораторной системе координат соотношением

$$\mathbf{s} = \frac{\hbar}{2} \mathbf{b} = \frac{\hbar}{2} \Psi^\dagger \hat{\Sigma} \Psi, \quad (25)$$

где $\hat{\Sigma}$ — оператор спина. Подставляя (19) в (25), в линейном по полю приближении получаем

$$\begin{aligned} b_{1x} &= \frac{\Delta E}{cp_x} \frac{1 - \beta_z^2}{\beta_z} \xi_y \sin \Phi \sin \nu z + 2 \frac{\Delta E}{\hbar\omega} b_{0x} \xi_x \sin \Phi \sin \nu z + \\ &+ \frac{\Delta E}{E} \frac{1 - \beta_z^2}{\beta_z^2} b_{0x} \xi_x \cos \Phi \cos \nu z - \frac{\Delta E}{p_x} \frac{bq}{\omega} \cos \Phi \cos \nu z, \\ b_{1y} &= -\frac{\Delta E}{cp_x} \frac{1 - \beta_z^2}{\beta_z} \xi_x \cos \Phi \sin \nu z + 2 \frac{\Delta E}{\hbar\omega} \xi_x b_{0y} \sin \Phi \sin \nu z + \\ &+ \frac{\Delta E}{E} \frac{1 - \beta_z^2}{\beta_z^2} b_{0y} \xi_x \cos \Phi \cos \nu z - \frac{\Delta E}{p_x} \frac{bq}{\omega} \xi_y \sin \Phi \cos \nu z, \\ b_{1z} &= \frac{\Delta E}{E} \xi_y \sin \Phi \sin \nu z + 2 \frac{\Delta E}{\hbar\omega} \xi_x b_{0z} \sin \Phi \sin \nu z + \\ &+ \frac{\Delta E}{E} \frac{1 - \beta_z^2}{\beta_z^2} b_{0z} \xi_x \cos \Phi \cos \nu z - \frac{\Delta E}{E \beta_x \beta_z} (\xi_y b_{0y} \sin \Phi + \xi_x b_{0x} \cos \Phi) \cos \nu z, \end{aligned} \quad (26)$$

где

$$bq/\omega = [\beta_z (b_0 \beta) - b_{0z}]/v_z;$$

вектор $\mathbf{b}_0$ связан с начальной поляризацией пучка ζ в собственной системе координат соотношением

$$\mathbf{b}_0 = \frac{mc^2}{E} \left[\zeta + \frac{\mathbf{p}(\zeta \mathbf{p})}{m(E + mc^2)} \right]. \quad (27)$$

Полагая, что начальная поляризация пучка равна нулю ($\zeta = 0$), получаем, что асимметрия в отдаче, испытываемой электроном при излучении и поглощении фотона, приводит к индуцированной ориентации среднего спина пучка частиц вдоль магнитного поля волны (первые слагаемые в $\mathbf{b}_1$). Если начальная поляризация пучка отлична от нуля ($\zeta \neq 0$), то после взаимодействия среднее значение спина пучка изменяется как за счет модуляции его плотности (вторые слагаемые в (26)), так и за счет

поворота магнитного момента частиц около магнитного поля волны (третьи слагаемые в (26)).

5. Проиллюстрируем полученные результаты численными примерами. Если энергия частиц — 1,5 МэВ, $\beta_x = 0,3$, то характерное расстояние L (18), разделяющее области классической и квантовой модуляции пучка частиц, составляет 3,4 м, если длина волны лазерного излучения $\lambda = 0,5$ мкм. Если $\xi_x = 0$ и пучок электронов полностью поляризован вдоль оси x , то глубина модуляции плотности частиц обусловлена только спином электронов (22) и достигает 2% при $\xi = 10^{-2}$, что соответствует мощности лазера 10^{12} Вт/см² на длине волны 10 мкм. Глубина модуляции намагниченности пучка электронов $I = (eh/2mc) \cot \Psi^+ \hat{\Sigma} \Psi$, обусловленная модуляцией его плотности (вторые слагаемые в (26)), составляет 10%, если электроны направлены под углом $\theta = mc^2/E$ к оси z , а мощность лазерного излучения составляет 1 Вт/см² на длине волны $\lambda = 10$ мкм.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гайдук В. И. и др. Физические основы электроники сверхвысоких частот. Изд. Наука, М., 1971.
2. Варшавский Д. А., Дьяконов Д. М. ЖЭТФ, 60, 340 (1971).
3. Арутюнян В. М., Оганесян С. Г. ЖЭТФ, 72, 84 (1977).
4. Винокуров Н. А., Скринский А. Н. Препринт ИЯФ 77—67, Новосибирск, 1977.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., 1982.
7. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Релятивистская квантовая теория, ч. I, Изд. Наука, М., 1968.
8. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. Физматгиз, М., 1963.

ՔԱՃՄԱՖՈՏՈՆԱՅԻՆ ԵՎ ՍՊԻՆԱՅԻՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԸ ԵՐԿՈՒ ՄԻՋԱՎԱՅՐՆԵՐԻ ՍԱՀՄԱՆԻ ՎՐԱ

Վ. Մ. ԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Ս. Գ. ՂՈՎԱՆՆԻՍՅԱՆ

Հետազոտված է բազմաֆոտոնային պրոցեսների ներդրումը լազերային ճառագայթումով երկու միջավայրերի սահմանի վրա էլեկտրոնային փնջի խտության և հոսանքի մոդուլացիայում: Որոշված է մասնիկների փնջի քվանտային և դասական մոդուլացիաները բաժանող սիրույթների բնութագրական հեռավորությունը: Վերլուծված է էլեկտրոնի մագնիսական մոմենտի ներդրումը այդ երևույթներում և հետազոտված է լազերային ճառագայթումով մասնիկների փնջի բևեռացման հնարավորությունը:

MULTIPHOTON AND SPIN EFFECTS AT THE BOUNDARY OF TWO MEDIA

V. M. ARUTYUNYAN, S. G. OGANESYAN

The contribution of multiphoton processes to the modulation of electron beam current and density by means of laser radiation at the boundary of two media has been studied. The typical distances L , separating the regions of quantum and classical modulation of the particle beam were determined. The contribution of the magnetic moment of electron to these effects was analyzed and the possibility of beam polarization by laser radiation was investigated.