

О НЕКОТОРЫХ НОВЫХ ПРИБЛИЖЕНИЯХ К ЗАДАЧАМ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ В СТОХАСТИЧЕСКИХ СРЕДАХ

Р. С. ВАРДАНЯН, Г. В. ПАПЯН

Институт прикладных проблем физики АН АрмССР

(Поступила в редакцию 30 ноября 1986 г.)

Рассматриваются некоторые задачи переноса излучения в одномерной среде в предположении, что вероятность λ выживания кванта в элементарном акте рассеяния является гауссовским случайным δ -коррелированным полем. При решении соответствующих уравнений Дайсона в отличие от известного приближения Бурре учитываются несколько последующих членов в разложении массового оператора. Обнаружено усиление эффекта «просветления» среды при более точном учете флуктуаций.

В недавних работах [1, 2] были рассмотрены некоторые задачи переноса излучения в случайно-неоднородных средах при условии, что вероятность λ выживания кванта в элементарном акте рассеяния является статистически однородным, изотропным, экспоненциально коррелированным гауссовским случайным полем.

Как известно, в этом случае (см., например, [1—4]) усредненная по ансамблю реализаций поля $\lambda = \Lambda(\tau)$ функция источника S удовлетворяет уравнению Дайсона

$$S = S_0 + \hat{\Gamma}_0 \hat{Q} S, \quad (1)$$

где $\hat{\Gamma}_0$ и $\hat{Q}$ — интегральные операторы с ядрами $\Gamma_0(\tau)$ и $\hat{Q}(\tau)$, причем $\hat{\Gamma}_0(\tau)$ — решение задачи в «свободном» пространстве, т. е. функция точечного источника в среде с $\lambda = \lambda_0 = \text{const}$, где $\lambda_0 = \langle \lambda \rangle$ — среднее значение $\Lambda(\tau)$. $\hat{\Gamma}_0(\tau)$ удовлетворяет уравнению

$$\hat{\Gamma}_0 = K + \lambda_0 \hat{K} \hat{\Gamma}_0, \quad (2)$$

$K(\tau)$ — ядро интегрального оператора в исходном (не усредненном) уравнении переноса [1, 2]. В одномерном случае при когерентном рассеянии $K(\tau) = \frac{1}{2} \exp(-|\tau|)$. Соответственно, решение (2) в случае бесконечной среды есть

$$\hat{\Gamma}_0(\tau) = \frac{1}{2\alpha} e^{-\alpha|\tau|}, \quad \alpha = \sqrt{1 - \lambda_0}. \quad (3)$$

Массовый оператор Q в (1) можно представить в виде суммы некоторого ряда, который обычно не удается просуммировать, т. е. представить (1) в замкнутом виде. Поэтому приходится прибегать к различным приближениям. Если в разложении Q ограничиться первым членом Q_1 , то получим известное приближение Бурре

$$Q(\tau) \approx Q_1(\tau) = B_\lambda(\tau) \Gamma_0(\tau); \quad (4)$$

здесь $B_\lambda(\tau)$ — корреляционная функция поля $\Lambda(\tau)$.

В случае δ -коррелированного поля $\Lambda(\tau)$ удается учесть несколько последующих членов в разложении Q , что существенно превосходит приближение Бурре. В настоящей работе вычисляется функция источника и важного в теории переноса излучения параметра — среднего числа рассеяний кванта в высших приближениях.

1. Рассмотрим перенос излучения в бесконечной одномерной среде в предположении, что $\lambda = \Lambda(\tau)$ является δ -коррелированным гауссовским полем:

$$B_\lambda(\tau) = \sigma^2 \delta(\tau), \quad (5)$$

где σ — дисперсия поля $\Lambda(\tau)$. Для массового оператора ограничимся членами второго порядка:

$$Q \approx Q_2 = B_\lambda(\tau) \Gamma_0(\tau) + [B_\lambda(\tau_1 - \tau_4) B_\lambda(\tau_2 - \tau_3) + \\ + B_\lambda(\tau_1 - \tau_3) B_\lambda(\tau_2 - \tau_4)] \Gamma_0(\tau_1 - \tau_2) \Gamma_0(\tau_2 - \tau_3) \Gamma_0(\tau_3 - \tau_4), \quad (6) \\ \tau = \tau_1 - \tau_4,$$

или, с учетом (3) и (5),

$$Q_2(\tau) = \frac{\sigma^2}{2\alpha} \left(1 + \frac{\sigma^2}{4\alpha^2} \right) \delta(\tau) + \frac{\sigma^4}{8\alpha^3} e^{-3\alpha|\tau|}. \quad (7)$$

Прежде чем приступить к решению уравнения (1) рассмотрим условия его разрешимости. С этой целью перепишем (1) в виде системы, введя функции $S_1 \equiv S$ и $S_2 = \hat{Q}S = \hat{Q}S_1$. Тогда (1) можно представить в следующем матричном виде:

$$\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} S_0 + \begin{pmatrix} 0 & \hat{\Gamma}_0 \\ \hat{Q} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Введем матрицу

$$v = \int_{-\infty}^{+\infty} \begin{pmatrix} 0 & \Gamma(\tau) \\ Q(\tau) & 0 \end{pmatrix} d\tau.$$

Из результатов работы [5] следует, что для разрешимости (8) (или (1)) необходимо и достаточно, чтобы спектральный радиус $r(v)$ матрицы v удовлетворял соотношению

$$r(v) \leq 1. \quad (9)$$

В приближении (6) это условие в явном виде есть

$$x \left(1 + \frac{1}{6} x \right) \leq 1, \quad x = \sigma^2 / 2\alpha^3. \quad (10)$$

Аналогичное условие для приближения Бурре имеет вид

$$x \leq 1. \quad (11)$$

Физический смысл соотношений (10) и (11) можно понять из следующих рассуждений. Если в среде отсутствует генерация квантов, то по определению $\lambda \in [0, 1]$. С другой стороны, согласно предположению о гауссовом характере поля $\Delta(\tau)$ λ с положительной вероятностью может принимать значения вне интервала $[0, 1]$. Но при этом уравнение разрешимо тогда и только тогда, когда некоторое эффективное λ не выходит из интервала $[0, 1]$; таким образом, накладывается весьма жесткое ограничение на величину дисперсии случайного поля в зависимости от величины λ_0 .

В случае точечного источника $S_0(\tau) = \Gamma_0(\tau)$. Учитывая это, а также (6), (7) и (10), решим (1), используя фурье-преобразование. Для $S(\tau)$ получим

$$S(\tau) = A_+ e^{-\alpha_+ |\tau|} + A_- e^{-\alpha_- |\tau|}, \quad (12)$$

где

$$A_{\pm} = \frac{\alpha_{\mp}^2 - 9\alpha^2}{8\alpha_{\pm}(\alpha_{\pm}^2 - \alpha_{\mp}^2)},$$

$$\alpha_{\pm} = \alpha \sqrt{(5 - \gamma) \pm \sqrt{(4 + \gamma)^2 + 3x^2}}, \quad \gamma = \frac{1}{2}x \left(1 + \frac{x}{2}\right).$$

На больших расстояниях от источника, т. е. при больших $|\tau|$, первое слагаемое в (12) быстро убывает и $S(\tau)$ можно аппроксимировать выражением

$$S(\tau) \approx A_- e^{-\alpha_- |\tau|}. \quad (13)$$

Вычислим теперь среднее число рассеяний кванта. Имеем (см. [1, 2, 6])

$$\bar{N} = \bar{S}(k)|_{k=0} = \frac{\bar{N}_0}{1 - \left(x + \frac{5}{6}x^2\right)}, \quad (14)$$

где $\bar{S}(k)$ — фурье-образ $S(\tau)$, а $\bar{N}_0 = (1 - \lambda_0)^{-1}$ — среднее число рассеяний кванта при отсутствии флуктуаций. В случае приближения Бурре

$$\bar{N}_B = \frac{\bar{N}_0}{1 - x}. \quad (15)$$

Как видно из (14) и (15), флуктуации λ приводят к увеличению среднего числа рассеяний кванта, т. е. к «просветлению» среды, причем при более точном учете флуктуаций этот эффект усиливается. Объяснение этого явления заключается в том, что значения $\lambda > \lambda_0$ играют большую роль в рассеянии, чем значения $\lambda < \lambda_0$.

2. Рассмотрим теперь аналогичную задачу, заменив в (6) свободные функции $\Gamma_0(\tau)$ решением задачи в приближении Бурре — $S_B(\tau)$. В [2] найдено следующее выражение для $S_B(\tau)$:

$$S_B(\tau) = \frac{1}{2\alpha^*} e^{-\alpha^* |\tau|}, \quad \alpha^* = \alpha \sqrt{1 - x}. \quad (16)$$

Условие (9) в этом случае принимает вид

$$\frac{\alpha}{\alpha^*} x \left[1 + \frac{5}{6} \left(\frac{\alpha}{\alpha^*} \right)^3 x \right] \leq 1, \quad \frac{\alpha}{\alpha^*} = \frac{1}{\sqrt{1 - x}}. \quad (17)$$

Для $S(\tau)$ в новом приближении окончательно получаем

$$S(\tau) = B_+ e^{-\beta_+ \tau} + B_- e^{-\beta_- \tau}, \quad (18)$$

где

$$B_{\pm} = (\alpha^2 - \beta_{\pm}^2) [2\beta_{\pm} (\beta_{\pm}^2 - \beta_{\mp}^2)]^{-1}, \quad \alpha = 3z^*,$$

$$\beta_{\pm} = \frac{1}{2} \beta \pm \sqrt{\frac{1}{4} \beta^2 - \gamma}, \quad \beta = z^2 + \alpha^2 - \mu, \quad \gamma = \alpha^2 (z^2 - \mu) - \nu,$$

$$\mu = \frac{3}{2} \tau^2 \alpha^{-1} + \frac{81}{8} \tau^4 \alpha^{-4}, \quad \nu = \frac{27}{4} \tau^4 \alpha^{-2}.$$

Среднее число рассеяний кванта в новом, более точном, приближении есть

$$\overline{N}_1 = N_0 \left[1 - \left(\frac{z}{\sqrt{1-z}} + \frac{5}{6} \frac{z^2}{(1-z)^2} \right) \right]^{-1}. \quad (19)$$

Нетрудно убедиться, что

$$\overline{N}_1 \geq \overline{N} \geq \overline{N}_B \geq N_0. \quad (20)$$

Рассмотренная нами задача может иметь конкретное применение. Пусть рассматривается перенос излучения в спектральной линии в предположении, что концентрация резонансных атомов либо является постоянной, либо детерминированной функцией и, следовательно, оптическая глубина τ также является детерминированной величиной. Если концентрация свободных электронов n_e флуктуирует, то вероятность выживания кванта будет случайной функцией, т. е. возникнет ситуация, рассмотренная выше. Мы рассмотрели частный случай δ -коррелированного поля $\Lambda(\tau)$, т. е. случай «белого шума».

Авторы выражают искреннюю благодарность Н. Б. Енгибаряну за ценные советы и обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Варданыан Р. С. Астрофизика, 24, 549 (1986).
2. Варданыан Р. С. Изв. АН АрмССР, Физика, 21, 183 (1986).
3. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику, ч. II. Изд. Наука, М., 1978.
4. Апресян Л. А., Кравцов Ю. А. Теория переноса излучения. Изд. Наука, М., 1983.
5. Енгибарян Н. Б., Арабаджян А. Г. Мат. сб., 124, 189 (1984).
6. Иванов В. В. Перенос излучения и спектры небесных тел. Изд. Наука, М., 1969.

ՄՏՈՒԱՍՏԻԿ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ ՀԱՌԱԳԱՅՔՄԱՆ ՏՆՂԱՓՈԽՄԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ ՈՐՈՇ ՆՈՐ ՄՈՏԱՎՈՐՈՒՅՑՈՒՆՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Ռ. Ս. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ, Հ. Վ. ՊԱՊՅԱՆ

Աշխատանքում դիտարկված են միաշախի անվերջ միջավայրում հառադալման տեղափոխման որոշ խնդիրներ այն ենթադրությամբ, որ քվանտի վերապրման λ հավանականությունը հանդիսանում է δ -կորելացված դառնալի պատահական դաշտ: Դաշտերի համապատասխան հավասարումները լուծելիս, ի տարբերություն Բուրբլիի հայտերի մոտավորության, զանգվածային օպերատորի մեջ հաշվի են առնվում որոշ բարձր կարգի անդամներ: Ցույց է տրված, որ ֆլուկտուացիաների ավելի ճիշտ հաշվառման դեպքում քվանտի ցրումների միջին քիվը համեմատած Բուրբլիի մոտավորության հետ ավելի է մեծանում:

ON SOME NEW APPROACHES TO PROBLEMS OF RADIATION TRANSFER IN STOCHASTIC MEDIA

R. S. VARDANYAN, G. V. PAPYAN

Some problems of radiation transfer in one-dimensional media are considered under the assumption that the probability λ of quantum survival in the scattering act is a random Gaussian δ -correlated field. Unlike the well-known Bourret approximation, some consecutive terms of mass operator expansion are taken into account in the solution of corresponding Dyson equation.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 22, вып. 6, 320—326 (1987)

УДК 535.24;535.6

МНОГОФОТОННЫЕ И СПИНОВЫЕ ЭФФЕКТЫ НА ГРАНИЦЕ ДВУХ СРЕД

В. М. АРУТЮНЯН, С. Г. ОГАНЕСЯН

НИИ физики конденсированных сред ЕГУ

(Поступила в редакцию 5 июля 1986 г.)

Исследован вклад многофотонных процессов в модуляцию тока и плотности пучка электронов лазерным излучением на границе двух сред. Определены характерные расстояния L , разделяющие области квантовой и классической модуляции пучка частиц. Проанализирован вклад магнитного момента электрона в эти эффекты и исследована возможность поляризации пучков частиц лазерным излучением.

Модулированные пучки электронов представляют большой интерес для создания высокоэффективных усилителей электромагнитного излучения — клистронов. В настоящее время известно, что модуляция пучка частиц может носить как классический [1], так и квантовый [2, 3] характер. В первом случае модулированные пучки электронов послужили основой для создания наиболее мощных усилителей в радиофизическом диапазоне длин волн. В работе [4] впервые была предложена схема усилителя клистронного типа в оптическом диапазоне частот. Высокая эффективность клистронных схем связана с тем, что глубина модуляции, а следовательно и коэффициент усиления, содержат дрейфовое расстояние. В работе [3] было показано, что при определенных условиях на основе вынужденного переходного эффекта возможна квантовая модуляция плотности пучка электронов, глубина которой обратно пропорциональна постоянной Планка $\hbar$. В связи с этим возникает естественный вопрос о связи классического и квантового механизмов модуляции.

В настоящей работе на примере вынужденного переходного эффекта показано, что классическая теория клистронов справедлива на малых расстояниях $z \ll L$, где L будет определено ниже. На больших расстояниях накапливаются квантовые эффекты, связанные с асимметричной частью отдачи, получаемой электроном при излучении и поглощении фотона, и эффект модуляции носит чисто квантовый характер. Большой интерес