Изв. АН Армянской ССР, Физика. т 22, вып. 6, 297–302 (1987)

УДК 535.14

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ СОСТОЯНИЯ СИСТЕМЫ ДВУХ ФОТОНОВ, ИСПУСКАЕМЫХ АТОМОМ ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ

В. Е. МКРТЧЯН, В. О. ЧАЛТЫКЯН

Институт физических исследований АН АрмССР

(Поступила в редакцию 10 мая 1986 г.)

Рассмотрены поляризационные свойства системы двух фотонов, испускаемых двухуровневым атомом с переходом $1/2 \rightarrow 1/2$ в поле квазирезонансного излучения.

В последние годы интенсивно исследуются всевозможные процессы испускания двух фотонов атомными системами в поле резонансной накачки (см., например, [1] и цитированные там работы). Поэтому представляет интерес изучение поляризационно-угловых свойств фотонов, испускаемых такими системами.

В настоящей работе в качестве иллюстрации общих результатов, полученных в [2], рассматриваются поляризационные состояния пары фотонов, испускаемых двухуровневым атомом с переходом $1/2 \rightarrow 1/2$ в поле близкой к резонансу накачки с произвольной поляризацией; поляризационные эффекты при однофотонном испускании такой и более сложных систем исследовались ранее (см., например, [3, 4]).

Рассмотрим двухуровневый атом с полным моментом 1/2 в основном и возбужденном состояниях в поле классической монохроматической накачки с произвольной поляризацией. Квазиэнергетические состояния атома в поле в этом случае описываются волновыми функциями (см., например, [3])

$$\Phi_{3,1} \equiv \Phi_{1,\pm 1/2} = C_{\mp}\, e^{-i\lambda_1^{(\mp)} t}\, (u_{1,\pm 1/2} + B_{\mp}\, e^{-i\omega t} u_{2,\mp 1/2}), \tag{1}$$

$$\Phi_{2,4} \equiv \Phi_{2,\pm 1/2} = C_{\pm}\, e^{-i(\lambda_2^{(\pm)} + \omega) t}\, (u_{2,\pm 1/2} - B^{*}_{\pm}\, e^{i\omega t} u_{1,\mp 1/2}), \tag{1$'$}$$

$$C_{\pm} = (1 + |B_{\pm}|^2)^{1/2},\quad B_{\pm} = 2V^{(\pm)}/\hbar(\Delta + \Omega^{(\pm)}),\quad V^{(\pm)} = \frac{d}{\sqrt{6}}(E_x \mp iE_y),$$

$$\Omega^{(\pm)} = (\Delta^2 + 4|V^{(\pm)}|^2/\hbar^2)^{1/2},\quad \lambda_{1,2}^{(\pm)} = \frac{1}{2}\,(\Delta \mp \Omega^{(\pm)}), \tag{2}$$

где $\mathbf{E}$ — амплитуда напряженности электрического поля волны накачки (распространяющейся вдоль оси z), $u_{i,m}$ ($i = 1;\ 2$, $m = \pm 1/2$) — волновые функции стационарных состояний невозмущенного атома, Δ — расстройка резонанса, d — приведенный матричный элемент дипольного момента атомного перехода.

Введем взаимодействие системы (1) с квантованным полем излучения ($\hat{V}' = -\hat{\mathbf{d}}\hat{\mathbf{E}}$) и будем считать, что до включения взаимодействий V и V' при $t \to -\infty$ атом находился в основном состоянии с весами p и $1-p$ на подуровнях $m = \pm 1/2$ соответственно. Считая также, что число фотонов квантованного поля при $t \to -\infty$ равно нулю, вычислим матрицу плотности системы $\hat{\rho}(t)$ во втором порядке теории возмущений по взаимодействию V'. Выберем базис ортов поляризации двух испущенных фотонов (a и b) так, чтобы орт $\mathbf{e}_1^{(a),(b)}$ лежал в плоскости, содержащей ось z и вектор $\mathbf{k}_{a,b}$, а орт $\mathbf{e}_2^{(a),(b)}$ был перпендикулярен этой плоскости, образуя правый векторный базис с $\mathbf{e}_1^{(a),(b)}$ и $\mathbf{k}_{a,b}$. Тогда компоненты ортов $\mathbf{e}_{1,2}^{(a),(b)}$ очевидным образом выражаются через полярные ($\theta_{a,b}$) и азимутальные ($\varphi_{a,b}$) углы направлений $\mathbf{k}_{a,b}$, и поляризационно-угловые свойства испущенных фотонов определяются матричными элементами вида

$$\langle \mathbf{e}_\alpha^{(a)}, \mathbf{e}_\beta^{(b)} | Sp_{\text{атом}}\, \hat{\rho}(t) | \mathbf{e}_{\alpha'}^{(a)}, \mathbf{e}_{\beta'}^{(b)} \rangle, \; \alpha, \alpha', \beta, \beta' = 1, 2, \tag{3}$$

где след берется по состояниям атомной системы. Нормируя матрицу (3), получим поляризационную матрицу системы двух фотонов [2] в виде (2.1) (здесь и ниже таким образом цитируются формулы, полученные в работе [2]). Действительно, вычисления приводят к следующему виду матрицы (3):

$$\hat{R}(t) = \sum_{m=1,3} \sum_{n=1}^{4} \hat{A}_{m\to n}\, \delta^2 (2\omega + \lambda_{mn} - \omega_a - \omega_b), \tag{4}$$

где $\omega_{a,b}$ — частоты испущенных фотонов, $\lambda_{mn} \equiv \lambda_m - \lambda_n$ ($m, n = 1, 2, 3, 4$), $\lambda_{1,2} = \lambda_{1,2}^{(+)}$, $\lambda_{3,4} = \lambda_{1,2}^{(-)}$, а матрицы $\hat{A}_{m\to n}$, соответствующие переходу из состояния m в состояние n, имеют структуру

$$\hat{A}_{m\to n} = A_{mn}\, \hat{I}^{(a)} \otimes \hat{I}^{(b)} + \sum_i (B_{mn})_i\, \hat{\sigma}_i^{(a)} \otimes \hat{I}^{(b)} +$$

$$+ \sum_i (C_{mn})_i\, \hat{I}^{(a)} \otimes \hat{\sigma}_i^{(b)} + \sum_{i,j} (D_{mn})_{ij}\, \hat{\sigma}_i^{(a)} \otimes \hat{\sigma}_j^{(b)}. \tag{5}$$

Сравнение (4), (5) с (2.1) дает величины поляризационных параметров; при этом нормировочный множитель

$$w = \sum_{m,n} A_{mn}\, \delta^2 (2\omega + \lambda_{mn} - \omega_a - \omega_b) \tag{6}$$

представляет собой, очевидно, полную вероятность испускания двух фотонов.

Наличие δ-функций в (4), (6) устанавливает закон частотной корреляции фотонов, испущенных в каждом конкретном переходе $m \to n$. В общем случае эллиптической поляризации волны накачки все λ_{mn} при $m \neq n$ различны, т. е. все конечные состояния атомной системы, вообще говоря, различимы (переходы с $m = n$, т. е. $1 \to 1$ и $3 \to 3$, различимы лишь в случае поляризованного атома: $p = 0$ или $p = 1$). При этом согласно принципу несепарабельности надо ожидать, что испущенная пара фотонов будет находиться в чистом состоянии.

В общем случае выражения для параметров $\xi_i^{(a),(b)}$, ζ_{ij} [2] являются довольно громоздкими функциями углов $\theta_{a,b}$, $\varphi_{a,b}$, частот $\omega_{a,b}$ и параметров накачки (2). Поэтому мы не будем их выписывать, а приведем лишь некоторые частные случаи конкретных переходов и поляризаций волны накачки.

Вначале рассмотрим случай циркулярно-поляризованной накачки; для этого положим в (2) $V^{(-)}=0$ ($B_-=\lambda_3=0$, $C_-=1$, $\lambda_4=\Delta$). При этом имеют место только переходы $1\to1$, $1\to2$, $1\to3$ с законами частотной корреляции соответственно

$$\omega_a+\omega_b=\begin{cases}2\omega\\ 2\omega+\lambda_{12}\\ 2\omega+\lambda_1.\end{cases} \tag{7}$$

В силу различимости этих законов можно рассматривать поляризационные параметры для каждого перехода в отдельности. Для перехода $1\to1$ имеем

$$\xi_1^{(a),(b)}=0,\quad \xi_2^{(a),(b)}=\frac{2\cos\theta_{a,b}}{1+\cos^2\theta_{a,b}},$$
$$\xi_3^{(a),(b)}=-\frac{\sin^2\theta_{a,b}}{1+\cos^2\theta_{a,b}},\quad \zeta_{ij}=\xi_i^{(a)}\xi_j^{(b)}, \tag{8}$$

т. е. два фотона с частотами ω_a и $2\omega-\omega_a$, испускаемые в этом переходе, не скоррелированы по поляризациям и имеют обычное угловое распределение вероятности: $1+\cos^2\theta_{a,b}$. Параметры (8) для таких фотонов не зависят от их частот и параметров интенсивности накачки; каждый фотон в отдельности полностью поляризован: $|\xi^{(a)}|^2=|\xi^{(b)}|^2=1$. В направлениях $\theta_a=\theta_b=0$; π оба фотона поляризованы циркулярно ($\xi_2^{(a)}=\xi_2^{(b)}=\pm1$); в направлениях $\theta_a=\theta_b=\pi/2$ фотоны поляризованы линейно ($\xi_3^{(a)}=\xi_3^{(b)}=-1$).

Такими же поляризационно-угловыми свойствами обладают два фотона с частотами ω_a и $2\omega-\omega_a+\lambda_{12}$, испускаемые в переходе $1\to2$. Параметры ξ и ζ для этих фотонов также определяются формулами (8).

Более сложными свойствами обладают фотоны, испускаемые в переходе $1\to3$ с изменением проекции момента атома (в рассматриваемом случае $V^{(-)}=0$ обратный переход $3\to1$ может происходить лишь в результате релаксационных процессов, не учитываемых здесь). Параметры Стокса в этом случае равны

$$\xi_1^{(a)}=-\frac{1}{w_{ab}}F_{ab}F_{ba}\sin\theta_a\sin2\theta_b\sin(\varphi_a-\varphi_b),$$
$$\xi_2^{(a)}=\frac{1}{w_{ab}}\{2F_{ab}^2\cos\theta_a\sin^2\theta_b+F_{ab}F_{ba}\sin\theta_a\sin2\theta_b\cos(\varphi_a-\varphi_b)\}, \tag{9}$$
$$\xi_3^{(a)}=1-\frac{2}{w_{ab}}F_{ab}^2\sin^2\theta_b,$$

где функция частот и углов w_{ab}, определяющая угловое распределение вероятности (6), имеет вид

$$w_{ab}=F_{ab}^2\sin^2\theta_b(1+\cos^2\theta_a)+$$

$$+F_{ba}^2\sin^2\theta_a(1+\cos^2\theta_b)+\frac{1}{2}F_{ab}F_{ba}\sin 2\theta_a\sin 2\theta_b\cos(\varphi_a-\varphi_b), \quad (10)$$

а функция частот $F_{ab}(x, y)$ есть

$$F_{ab}(x, y)=(\omega-\omega_a-x)^{-1}+(\omega-\omega_b-y)^{-1},$$

$$F_{ab}=F_{ab}(\lambda_{21}, -\lambda_1);$$

очевидно, что $F_{ab}(x, y)=F_{ba}(y, x)$ и, следовательно, $w_{ab}=w_{ba}$. Параметры $\xi_i^{(b)}$ согласно (2.2) получаются из (9) перестановкой фотонов $a\leftrightarrow b$. Выражения (9) для степени поляризации фотонов дают

$$|\xi^{(a),(b)}|^2=1-\left(\frac{2}{w_{ab}}F_{ab}F_{ba}\sin\theta_a\sin\theta_b\right)^2. \quad (11)$$

Таким образом, в рассматриваемом случае каждый из фотонов поляризован частично и параметры Стокса сложным образом зависят от углов и частот обоих фотонов, т. е. поляризации фотонов скоррелированы. Как было показано в § 2 работы [2], корреляция поляризаций описывается матрицей $\ddot{\zeta}$. Ее элементы равны

$$\zeta_{11}=\zeta_{22}=\frac{2}{w_{ab}}F_{ab}F_{ba}\sin\theta_a\sin\theta_b\cos(\varphi_a-\varphi_b),$$

$$\zeta_{33}=1-\frac{2}{w_{ab}}(F_{ab}^2\sin^2\theta_b+F_{ba}^2\sin^2\theta_a), \quad (12)$$

$$\zeta_{13}=\zeta_{12}\cos\theta_b=\xi_1^{(a)},\ \zeta_{23}=\xi_2^{(a)},$$

а остальные получаются с помощью (2.2). Несложные вычисления показывают, что параметры (9), (12) и получающиеся из них перестановкой фотонов удовлетворяют равенствам (2.9), т. е. пара фотонов находится в чистом состоянии и степень корреляции поляризаций определяется величинами $[\zeta_{ij}]$ (см. [2]). При этом состояния отдельных фотонов в зависимости от углов и частот меняются от полностью поляризованного до полностью неполяризованного.

Действительно, если положить полярный угол одного из фотонов равным нулю или π, то при произвольном значении полярного угла другого фотона, не равном нулю или π (в случае $\theta_a=\theta_b=0$; π вероятность испускания двух фотонов в данном переходе обращается в нуль, что следует из (10)), степень поляризации (11) равна 1; при этом фотон, регистрируемый в направлении $\theta_a=0; \pi$, поляризован циркулярно, а другой фотон — линейно (см. (9)). В случае же, если регистрируются фотоны с частотами $\omega_a=\omega_b=\omega+\lambda_{1/2}$, то при $\theta_a=\theta_b$, $\varphi_a-\varphi_b=\pi$ либо при $\theta_a=\theta_b=\pi/2$ эти фотоны полностью неполяризованы ($|\xi^{(a)}|=|\xi^{(b)}|=0$), а матрица ζ является ортогональной с детерминантом, равным -1 ($\zeta_{ij}=-\delta_{ij}$, если $\theta_a=\theta_b$, $\varphi_a-\varphi_b=\pi$, и $\zeta_{11}=\zeta_{22}=\cos(\varphi_a-\varphi_b)$, $\zeta_{33}=-1$, $\zeta_{12}=-\zeta_{21}=\sin(\varphi_b-\varphi_a)$, остальные элементы равны нулю, если $\theta_a=\theta_b=\pi/2$). Матрица (2.1) при $\theta_a=\theta_b$, $\varphi_a-\varphi_b=\pi$ принимает вид [5]

$$\hat{\rho}^{(a,b)}=\frac{1}{4}[\hat{I}^{(a)}\otimes\hat{I}^{(b)}-\hat{\sigma}^{(a)}\otimes\hat{\sigma}^{(b)}].$$

Отметим, что в случае циркулярно-поляризованной накачки параметры поляризации системы фотонов не зависят явным образом от параметра интенсивности $V^{(+)}$. Этот параметр входит лишь в виде штарковского сдвига подуровня 1 в величины λ_1 и λ_{21} в функциях F_{ab} (при устремлении интенсивности накачки к нулю вероятность (6) обращается в нуль).

Рассмотрим теперь случай линейно-поляризованной накачки. Будем считать за направление поляризации ось x. Тогда в (2) надо положить $V^{(-)}=V^{(+)}$ $(B_-=B_+,\ C_-=C_+,\ \lambda_{1,2}=\lambda_{3,4})$. В этом случае величины λ_{mn} в (4) равны 0 либо λ_{12}, т. е. осуществляется один из двух возможных законов частотной корреляции испущенных фотонов:

$$\omega_a+\omega_b=2\omega, \tag{13}$$

$$\omega_a+\omega_b=2\omega+\lambda_{12}. \tag{14}$$

Первый выполняется в переходах $1\to1;3,\ 3\to3;1$, второй — в переходах $1\to2;4,\ 3\to2;4$. Таким образом, в случае линейно-поляризованной накачки конечные состояния атома несепарабельны при произвольных углах вылета фотонов и следует ожидать, что пара фотонов находится в смешанном состоянии. Для произвольных значений $\theta_{a,b}$, $\varphi_{a,b}$ выражения для параметров ξ, ζ имеют громоздкий вид, который мы не будем здесь приводить. Отметим лишь, что в отличие от предыдущего случая они зависят от азимутальных углов отдельных фотонов, что естественно, поскольку в поле линейно-поляризованной накачки нет аксиальной симметрии. Поляризационные параметры в случае (14) являются функциями только углов, а в случае (13) — также и частот фотонов.

Рассмотрим частные случаи направлений вылета фотонов. При $\theta_a=0$, $\theta_b=0;\pi$ отличны от нуля лишь параметры

$$\xi_2^{(a)}=1-2p,\ \xi_2^{(b)}=\pm(1-2p),\ \zeta_{22}=\pm1 \tag{15}$$

для обоих случаев (13) и (14). Если атом поляризован ($p=0$ либо $p=1$), то испускаются два циркулярно-поляризованных фотона и $\zeta_{22}=\xi_2^{(a)}\xi_2^{(b)}$. Если же атом не поляризован ($p=1/2$), то все параметры Стокса обоих фотонов равны нулю, т. е. испускаются полностью неполяризованные фотоны, а пара фотонов находится в смешанном поляризационном состоянии ($\zeta_{22}=\pm1$, остальные параметры равны нулю). Это состояние является одним из примеров того типа смешанных состояний пары фотонов, в которых вероятность (2.6) можно обратить в нуль определенной ориентацией обоих анализаторов. Действительно, формула (2.6) в этом случае дает

$$w(\xi^{(A)},\xi^{(B)})=\frac{1}{4}(1\pm\xi_2^{(A)}\xi_2^{(B)}),$$

и вероятность детектирования обращается в нуль при ориентации анализаторов $\xi_2^{(A)}=-\xi_2^{(B)}=\pm1\ (\theta_a=\theta_b=0)$ либо $\xi_2^{(A)}=\xi_2^{(B)}=\pm1$ $(\theta_a=0,\ \theta_b=\pi)$.

В направлениях с полярными углами, отличными от нуля и π, фотоны поляризованы частично и скоррелированы по поляризациям; система фотонов при этом также поляризована частично. В качестве иллюстрации приведем формулы в случае углов $\theta_a = \theta_b = \pi/2$, $\varphi_a - \varphi_b = \pi$ и частот, удовлетворяющих соотношению (14):

$$\zeta_{11} = -\frac{1+\cos 2\varphi_a}{3-\cos 2\varphi_a}, \quad \zeta_{22} = -\frac{1-3\cos 2\varphi_a}{3-\cos 2\varphi_a},$$

$$\zeta_{33} = \frac{1+\cos 2\varphi_a}{3-\cos 2\varphi_a}, \quad \zeta_{12} = (2p-1)\frac{2\sin 2\varphi_a}{2-\cos 2\varphi_a}, \quad \xi^{(a)} = \xi^{(b)} = 0. \tag{16}$$

В частности, при $\varphi_a = \pi/4$ имеем

$$\zeta_{11} = \zeta_{22} = -\zeta_{33} = -1/3, \quad \zeta_{12} = \frac{2}{3}(2p-1),$$

откуда следует, что пара фотонов, испущенных в этих направлениях, является примером другого типа смешанных состояний, в которых вероятность детектирования невозможно занулить никакой ориентацией анализаторов.

Таким образом, при испускании двух фотонов атомами в поле квазирезонансной накачки реализуются все возможные состояния поляризации системы двух фотонов в зависимости от их частот, направлений вылета и параметров интенсивности и поляризации накачки.

Авторы выражают благодарность М. Л. Тер-Микаеляну за многочисленные стимулирующие обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Крючков Г. Ю.* и др. ЖЭТФ, 88, 30 (1985).
2. *Мкртчян В. Е., Чалтыкян В. О.* Изв. АН АрмССР, Физика, 22, 241 (1987).
3. *Тер-Микаелян М. Л.* Препринт ИФИ АН АрмССР 74—11, Ереван, 1974.
4. *Арутюнян В. М., Канецян Э. Г., Чалтыкян В. О.* Оптика и спектр., 35, 320 (1973).
5. *Fano U.* Rev. Mod. Phys., 29, 74 (1957).

ԱՏՈՄԻ ԿՈՂՄԻՑ ԱՐՏԱՔԻՆ ԴԱՇՏՈՒՄ ԱՌԱՔՎԱԾ ԵՐԿՖՈՏՈՆԱՅԻՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ԲԵՎԵՌԱՑՄԱՆ ՎԻՃԱԿՆԵՐԸ

Վ. Ե. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, Վ. Հ. ՉԱԼԹԻԿՅԱՆ

Դիտարկված են երկֆոտոնային համակարգի բևեռացման հատկությունները, երբ այն ճառագվել է $^1/_2 \rightarrow {}^1/_2$ անցումով երկմակարդակ ատոմի կողմից քվազիռեզոնանսային ճառագայթման դաշտում։

POLARIZATION STATES OF A SYSTEM OF TWO-PHOTONS EMITTED FROM AN ATOM IN EXTERNAL FIELD

V. E. MKRTCHYAN, V. O. CHALTYKYAN

The polarization properties of a system of two photons emitted from a twolevel atom at the 1/2→1/2 transition in a quasi-resonant radiation field are considered.