

## ВЛИЯНИЕ ПОГЛОЩЕНИЯ НА СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЖЕСТКОГО ОНДУЛЯТОРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

А. Р. АВАКЯН, Л. А. ГЕВОРГЯН, Н. Н. КОРХМАЗЯН

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 30 июня 1986 г.)

Получена формула для частотно-углового распределения интенсивности излучения в поглощающей среде. Исследованы спектральные характеристики излучения в дипольном приближении в жесткой области частот. Показано, что независимо от поглощающей способности среды с увеличением частоты излучения возрастание пиков в угловом распределении интенсивности сопровождается уширением спектра. Показано также, что учет поглощения приводит к существенному изменению спектра излучения.

Развитие теоретических исследований в области рентгеновского ондуляторного излучения связано с появлением работы [1], где предлагалось генерировать ультрафиолетовое и более жесткое излучение с помощью электронных пучков современных ускорителей. В последовавших затем работах [2—4] было проведено исследование жесткого излучения в ондуляторе, заполненном диспергирующей средой. Влияние поглощения на спектральные характеристики излучения в этих работах не учитывалось.

В настоящей работе получена формула для спектрального распределения интенсивности ондуляторного излучения в поглощающей среде. Рассмотрена область жестких частот и исследован случай дипольного приближения. Получены спектральные характеристики излучения в зависимости от поглощающей способности среды для тех значений параметров, при которых эффект сужения спектра почти не проявляется.

### 1. Спектральная интенсивность излучения с учетом поглощения

Пусть релятивистская частица с зарядом  $e$  и массой  $m$  входит в спиральный ондулятор с длиной  $L = Nl$  ( $l$  — шаг ондулятора) со скоростью  $\beta c$  под углом  $\beta_{\perp}$  ( $\beta_{\perp} \ll 1$ ) к оси  $z$  ондулятора. Поперечная скорость частицы  $\beta_{\perp} c = cq/\gamma$  определяется параметром ондулятора  $q = eH_0 l / \pi m c^2$  ( $H_0$  — амплитуда магнитного поля) и лоренц-фактором  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ . Для продольной скорости частицы  $\beta_z c = c(1 - \gamma_z^{-2})^{1/2}$  ( $\gamma_z = \gamma(1 + q^2)^{-1/2}$ ) имеет место  $\beta_z^2 + \beta_{\perp}^2 = \beta^2$ .

Спектральное распределение интенсивности излучения дается формулой [5]

$$\frac{dW}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \omega^2 |\sqrt{\epsilon}|}{4\pi^2 c} I, \quad (1)$$

$$I = \int_0^{\tau} \int_0^{\tau} ([\mathbf{n}, \beta(t)], [\mathbf{n}, \beta(t')]) \times \\ \times \exp \left\{ i \left[ \omega(t-t') - \mathbf{n} \frac{\omega}{c} (V \bar{\varepsilon} \mathbf{r}(t) - V \bar{\varepsilon}^* \mathbf{r}(t')) \right] \right\} dt dt',$$

а траектория движения частицы определяется выражением [4, 6]

$$\mathbf{r}(t) = -\frac{\beta_{\perp} c}{\Omega} (i \cos \Omega t + j \sin \Omega t) + \mathbf{k} \beta_{\parallel} ct. \quad (2)$$

Здесь  $\Omega = 2\pi\beta_{\perp}c/l$  — частота ондулятора,  $c\beta(t) = c(\beta_{\perp} \sin \Omega t, -\beta_{\perp} \cos \Omega t, \beta_{\parallel})$  — скорость частицы,  $\mathbf{n} = (\sin \vartheta \cos \varphi, \sin \vartheta \sin \varphi, \cos \vartheta)$  — единичный вектор в направлении излучения,  $V \bar{\varepsilon} = \alpha_1 - i\alpha_2$  — диэлектрическая проницаемость среды,  $\tau = L/\beta_{\perp}c$  — время пробега частицы,  $dO = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$  — элемент телесного угла.

Учитывая симметрию задачи относительно оси  $z$ , можно положить  $\varphi = 0$ . Воспользуемся известным разложением экспоненты по бесселевым функциям и представим экспоненту в подынтегральном выражении (1) в виде двойной суммы

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \exp \{ i(n-m)\pi/2 \} J_n(\alpha) J_m^*(\alpha) \times \\ \times \exp \{ i[\omega(t-t') + \Omega(nt - mt') + \beta_{\perp} \omega (V \bar{\varepsilon} t - V \bar{\varepsilon}^* t') \cos \vartheta] \}. \quad (3)$$

Ввиду того, что члены суммы с  $n = k > m = q$  являются комплексно-сопряженными членам с  $n = q < m = k$ , после интегрирования выражения (1) по  $t$  и  $t'$  получим

$$I = \sum_{n=m} 2 \operatorname{Re} \left( e^{i(n-m)\pi/2} \left[ J_n(\alpha) J_m^*(\alpha) \times \right. \right. \\ \times \left( \beta_{\perp}^2 \sin^2 \vartheta + \frac{nm}{|\alpha|^2} \beta_{\perp}^2 \cos^2 \vartheta + \frac{n\alpha^* + m\alpha}{|\alpha|^2} \beta_{\perp} \beta_{\parallel} \sin \vartheta \cos \vartheta \right) + \\ \left. \left. + J_n'(\alpha) (J_m^*(\alpha))' \beta_{\perp}^2 \right] \frac{Q^2 + 1 - A}{B - C} \right), \quad (4)$$

где

$$A = 2Q \cos [(\gamma\omega + (n+m)\Omega/2)\tau] e^{i(n-m)\Omega\tau/2}, \\ B = (\gamma\omega + n\Omega)(\gamma\omega + m\Omega) + \beta_{\perp}^2 \cos^2 \vartheta c^2 \mu^2/4, \\ C = i(n-m)\beta_{\perp} \Omega \cos \vartheta c\mu/2.$$

Здесь

$$\gamma = 1 - \beta_{\perp} \alpha_1 \cos \vartheta, \\ Q = \exp \left( -\frac{1}{2} L \mu \cos \vartheta \right), \\ \alpha = \frac{\omega}{\Omega} \beta_{\perp} V \bar{\varepsilon} \sin \vartheta,$$

$\mu(\omega) = 2\omega\kappa_2(\omega)/c$  — линейный коэффициент поглощения по интенсивности излучения.

Можно убедиться в том, что в (4) гармоники с  $n=m$  дают в  $N$  раз больший вклад в излучение, чем остальные. Поэтому членами суммы с  $n \neq m$  можно пренебречь. С учетом сказанного вместо (4) будем иметь

$$I = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[ |J_n(x)|^2 \left( \beta_z^2 \sin^2 \vartheta + \frac{n^2}{|a|^2} \beta_{\perp}^2 \cos^2 \vartheta - \frac{2n\alpha_1}{|a|^2} \beta_z \beta_{\perp} \sin \vartheta \cos \vartheta \right) + |J'_n(x)|^2 \beta_{\perp}^2 \right] \times \frac{Q^2 - 2Q \cos[(\gamma\omega - n\Omega)\tau] + 1}{(\gamma\omega - n\Omega)^2 + \beta_z^2 \cos^2 \vartheta c^2 \mu^2/4}, \quad (5)$$

где

$$\alpha_1 = \frac{\omega}{\Omega} \beta_{\perp} x_1 \sin \vartheta.$$

Для спектрального распределения интенсивности излучения с единицы пути пробега частицы окончательно получаем

$$\frac{dW}{d\omega dO dz} = \frac{1}{2\Omega} K \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f_n \Phi_n, \quad (6)$$

$$f_n = \frac{\omega^2}{2\Omega^2 \beta_{\perp}^2 \gamma_z^4} \left[ |J_n(x)|^2 \left( \beta_z^2 \sin^2 \vartheta + \frac{n^2 \beta_{\perp}^2 \cos^2 \vartheta}{|a|^2} - \frac{n\alpha_1 \beta_z \beta_{\perp} \sin 2\vartheta}{|a|^2} \right) + |J'_n(x)|^2 \beta_{\perp}^2 \right], \quad (7)$$

$$\Phi_n = \frac{\Omega^2}{4\pi^3 N} \frac{Q^2 - 2Q \cos[(\gamma\omega - n\Omega)\tau] + 1}{(\gamma\omega - n\Omega)^2 + \beta_z^2 \cos^2 \vartheta c^2 \mu^2/4}, \quad (8)$$

$$K = \frac{2}{(1+q)^2} \left( \frac{2\pi e q \gamma}{l} \right)^2. \quad (9)$$

## 2. Жесткая область частот

Для излучения частиц высоких энергий в жесткой области частот ( $\vartheta \sim 1/\gamma \ll 1$ ,  $\omega \lesssim 2n\Omega\gamma_z^2$ ) можно воспользоваться универсальным представлением  $x_1 = 1 - \omega_0^2/2\omega^2$  ( $\omega_0$  — плазменная частота среды). В дальнейшем мы будем рассматривать случай  $\beta_z x_1 \cos \vartheta < 1$ . При этом в выражении (6) основной вклад в излучение вносят гармоники с положительными номерами. Вводя безразмерную частоту  $x = \omega/2n\Omega\gamma_z^2$ , параметр  $R = \omega_0/\gamma_z \Omega$  и угол  $\theta = \gamma_z \vartheta$ , вместо (6) получим

$$\frac{dW}{dx dO dz} = K \sum_{n=0}^{+\infty} f_n \Phi_n, \quad (10)$$

$$f_n = 2x^2 \left[ |J_n(x)|^2 \left( \frac{1+q^2}{q^2} \theta^2 + \frac{n^2}{|a|^2} - \frac{2n\alpha_1 \theta \sqrt{1+q^2}}{q|a|^2} \right) + |J'_n(x)|^2 \right], \quad (11)$$

$$\Phi_n = e^{-2Nz} \frac{\text{sh}^2 Nz + \sin^2 NY_n}{\pi N(z^2 + Y_n^2)}. \quad (12)$$

Здесь

$$Y_n = \pi[R^2/4x + (1 + \theta^2)x - n], \\ z = l\mu/4, \quad dO = 2\pi\theta d\theta.$$

Нетрудно заметить, что функция  $\Phi_n$  для данной частоты  $x$  при  $\theta_m^2 = (n - R^2/4x - x)/x$  имеет максимум, равный

$$\Phi(\theta_m, x) = e^{-2Nz} \frac{\text{sh}^2 Nz}{\pi Nz^2}. \quad (13)$$

Из условия  $\theta_m^2 \geq 0$  следует, что частота излучаемых жестких квантов для  $n$ -гармоники находится в интервале

$$(n - \sqrt{n^2 - R^2})/2 \leq x \leq (n + \sqrt{n^2 - R^2})/2, \quad (14)$$

причем крайние частоты излучаются под углом  $\theta_m = 0$ .

Отсюда видно, что при стремлении параметра  $R$  к номеру гармоники  $n$  частотный спектр сужается [2-4], однако нас будет интересовать случай  $R \ll n$ .

### 3. Дипольное излучение

В дипольном приближении ( $q < 1$ ,  $\gamma_z \approx \gamma$ ) имеет место  $|a| \sim q$ , и с точностью до малых членов порядка  $|a|^2$  в выражении (10) можно ограничиться гармоникой  $n=1$ .

Для частотно-углового распределения интенсивности излучения в жесткой области частот будем иметь

$$\frac{dW}{dx dO dz} = k f_1 \Phi_1, \quad (15)$$

$$f_1 = \frac{1}{2} x^2 [1 + (1 - 2x\theta^2)^2], \quad (16)$$

$$\Phi_1 = e^{-2Nz} \frac{\text{sh}^2 Nz + \sin^2 NY_1}{\pi N(z^2 + Y_1^2)}, \quad (17)$$

$$k = 2 \left( \frac{2\pi e q \gamma}{l} \right)^2. \quad (18)$$

Легко показать, что выражение (15) при  $Nz \ll 1$  переходит в известную формулу для вакуумного конечного ондулятора [3]:

$$\frac{dW}{dx dz} = \frac{1}{2} k x^2 [1 + (1 - 2x - R^2/2x)^2]. \quad (19)$$

Нетрудно видеть, что максимумы функции  $f_1 \Phi_1$  в (15) возрастают с увеличением частоты  $x$  до значения

$$x_m^2 e^{-2Nz} \text{sh}^2 Nz / \pi Nz^2.$$

Как известно, в жесткой области частот с увеличением частоты поглощающая способность среды уменьшается. В связи с этим имеет смысл

рассмотреть ультрафиолетовую область частот, где поглощение ощутимо. Представляет интерес случай  $R \ll 1$ , когда эффект сужения спектра почти не проявляется.

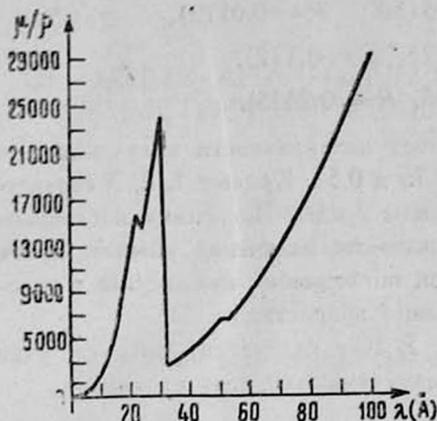


Рис. 1.

Рис. 1. Зависимость массового коэффициента поглощения  $\mu/\rho$  для воздуха ( $O = 21\%$ ,  $N = 78\%$ ,  $Ar = 1\%$ ) от длины волны  $\lambda$ :  $\lambda = 2,33$  нм —  $K$ -линия кислорода,  $\lambda = 3,1$  нм —  $K$ -линия азота,  $\lambda = 5$  нм —  $L_2$ -линия аргона.

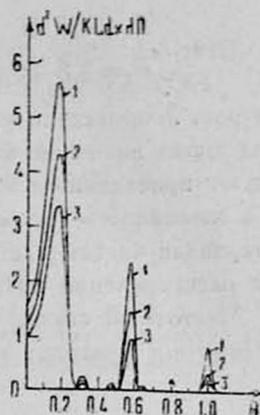


Рис. 2.

Рис. 2. Частотно-угловое распределение интенсивности огибающей излучения с единицы пути пробега в единицах  $k$  в случае разреженного воздуха. Кривые 1, 2, 3 соответствуют трем различным степеням разреженности:  $P = 6,5 \cdot 10^{-6}$ ;  $6,5 \cdot 10^{-4}$ ;  $1,3 \cdot 10^{-3}$  атм. Максимумы интенсивности излучения, испускаемого под углами  $\theta = 0,16$ ;  $0,57$ ;  $0,99$ , соответствуют значениям частот  $x = 0,97$ ;  $0,76$ ;  $0,51$ .

В качестве среды возьмем воздух ( $\omega_0 = 1,04 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ ). На рис. 1 приведена зависимость массового коэффициента поглощения  $\mu/\rho$  для воздуха от длины волны  $\lambda$  ( $\rho = 1,29 \cdot 10^{-3}$ ). Пики на графике соответствуют  $K$ -линии кислорода ( $\lambda = 2,33$  нм),  $K$ -линии азота ( $\lambda = 3,1$  нм) и  $L_2$ -линии аргона ( $\lambda = 5$  нм).

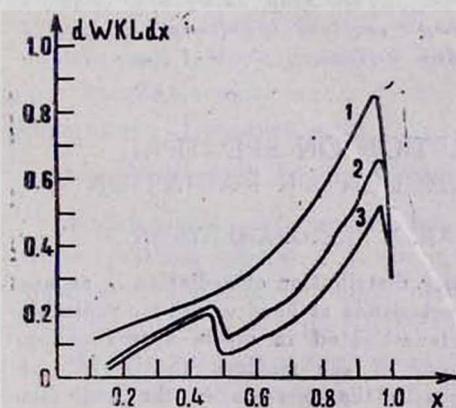


Рис. 3. Частотное распределение интенсивности огибающей излучения с единицы пути пробега в единицах  $k$  для значений:  $P = 6,5 \cdot 10^{-6}$ ;  $6,5 \cdot 10^{-4}$ ;  $1,3 \cdot 10^{-3}$  атм. Изломы, наблюдаемые на кривых 2 и 3, объясняются линиями поглощения воздуха. Кривая 1 фактически описывает спектр излучения без учета поглощения.

Рассмотрим пример огибающей с параметрами  $N = 20$ ,  $l = 5$  см. Энергия частицы ( $\gamma = 4,082 \cdot 10^3$ ) определяется из условия  $\lambda_{\text{min}} = l/2\gamma^2 = 1,5$  нм.

С целью удовлетворить условию  $R \ll 1$  необходимо заполнить ондулятор разреженным воздухом.

Рассмотрим три случая:

$$P = 6,5 \cdot 10^{-6} \text{ атм} \quad (N_z = 1,25 \cdot 10^{-2}, R = 0,0172),$$

$$P = 6,5 \cdot 10^{-4} \text{ атм} \quad (N_z = 0,125, R = 0,172),$$

$$P = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ атм} \quad (N_z = 0,25, R = 0,2425).$$

На рис. 2 приведено угловое распределение интенсивности излучения для следующих значений частот:  $\chi = 0,97; 0,76$  и  $0,51$ . Кривые 1, 2, 3 соответствуют приведенным выше трем состояниям среды. Поскольку поглощающая способность среды с возрастанием частоты излучения убывает в тех интервалах частот, где отсутствуют линии поглощения, максимумы в угловом распределении интенсивности излучения возрастают.

Частотный спектр приведен на рис. 3. Как следует из рисунка, учет поглощения приводит к существенному изменению спектра излучения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Корхмазян Н. А. Изв. АН АрмССР, Физика, 5, 287, 418 (1970).
2. Геворгян Л. А., Корхмазян Н. А. Научное сообщение ЕРФИ—273 (66)—77, 1977.
3. Геворгян Л. А., Корхмазян Н. А. ЖЭТФ, 76, 1226 (1979).
4. Геворгян Л. А., Погосян П. М. Изв. АН АрмССР, Физика, 19, 239 (1984).
5. Джексон Дж. Классическая электродинамика. Изд. Мир, М., 1965.
6. Алферов Д. Ф., Башмаков Ю. А., Бессонов Е. Г. Труды ФИАН СССР, 80, 100 (1975).

#### ԿԼԱՆՄԱՆ ԱԶԳԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՕՆԴՈՒԼԱՏՈՐԱՅԻՆ ԿՈՇՏ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՍՊԵԿՏՐԱԿԱՆ ԲՆՈՒԹԱԳՐԵՐԻ ՎՐԱ

Հ. Ռ. ԱՎԱԳՅԱՆ, Լ. Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Ն. Ն. ԿՈՐԽՄԱԶՅԱՆ

Կլանող միջավայրում օնդուլյատորային ճառագայթման ինտենսիվության հաճախանկյունային բաշխման համար ստացված է բանաձև: Հետազոտված են դիպոլային ճառագայթման սպեկտրալ բնութագրերը հաճախությունների կոշտ տիրույթում: Ցույց է տրված, որ անկախ միջավայրի կլանման ընկալությունից ճառագայթման հաճախության մեծացմանը զուգահեռ տեղի են ունենում նաև ինտենսիվության անկյունային բաշխման կիզակետերի բարձրացում և սպեկտրի լայնացում: Ցույց է տրված, որ կլանման հաշվառումը բերում է ճառագայթման սպեկտրի էական փոփոխության:

#### THE INFLUENCE OF ABSORPTION ON SPECTRAL CHARACTERISTICS OF HARD UNDULATOR RADIATION

H. R. AVAKYAN, L. A. GEVORGYAN, N. N. KORKHMAZYAN

A formula describing the frequency-angular distribution of radiation in an absorbing medium is obtained. The spectral characteristics of hard undulator radiation depending on the absorptability of medium are investigated in dipole approximation. It is shown that irrespective of the absorptability of the medium, the growth of maxima of the angular distribution of intensity with the increase in the radiation frequency is accompanied by broadening of spectra. It is also shown that consideration of absorption leads to essential variation of radiation spectra.