

УДК 539.12

УГЛОВЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛЯ ТРЕХСТРУЙНОГО ПРОЦЕССА $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ В СЛУЧАЕ ТЯЖЕЛЫХ КВАРКОВ

Ю. Г. ШАХНАЗАРЯН

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 22 января 1986 г.)

На основе вычисленного в первом порядке по α_s наиболее общего выражения для сечения процесса $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ с учетом поляризаций начальных частиц и массы кварка найдена зависимость сечения $d^3\sigma/dT d\hat{T}$ от полярного и азимутального углов пространственной ориентации вектора T , характеризующего импульс наиболее энергичного партрона независимо от того, является ли им кварк, антикварк или глюон. Численные расчеты, выполненные при некоторых значениях величины T , указывают на то, что коэффициенты, определяющие угловую зависимость сечения, существенным образом зависят от массового параметра η . Проведен анализ угловых распределений в зависимости от величины параметров T и η .

В настоящей работе исследуется влияние массы тяжелых кварков на угловые распределения трехструйных событий в процессе аннигиляции поляризованной электрон-позитронной пары. Аналогичное рассмотрение в случае, когда масса кварков не учитывается, было проведено в работе [1]. Между тем, как показывают результаты работ [2—6], учет массы тяжелых кварков в ряде случаев оказывает заметное влияние на предсказания теории.

Вычисленное в первом порядке по α_s наиболее общее выражение для сечения процесса $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ с поляризованными начальными частицами и с учетом массы кварка имеет вид

$$d\sigma = \frac{\alpha^2 \alpha_s Q^2}{(2\pi)^2} \frac{1}{s} \frac{dx'_1 dx'_2}{(1-x'_1)(1-x'_2)} \left\{ 2(x_1^2 + x_2^2)(1 + \xi_1^{\parallel} \xi_2^{\parallel}) - \right. \\ - x_1^2 \left(1 - \frac{\eta}{2} \frac{1-x'_2}{1-x'_1} \right) [(1 + \xi_1 \xi_2)(1 - z_1^2) - 2(n_1 \xi_1^{\perp})(n_1 \xi_2^{\perp})] - \\ - x_2^2 \left(1 - \frac{\eta}{2} \frac{1-x'_1}{1-x'_2} \right) [(1 + \xi_1 \xi_2)(1 - z_2^2) - 2(n_2 \xi_1^{\perp})(n_2 \xi_2^{\perp})] - \\ - \eta \left(\frac{(x'_1 - x'_2)^2}{(1-x'_1)(1-x'_2)} (1 + \xi_1^{\parallel} \xi_2^{\parallel}) + x_1 x_2 [(1 + \xi_1 \xi_2)(z_{12} - z_1 z_2) - \right. \\ \left. - (n_1 \xi_1^{\perp})(n_2 \xi_2^{\perp}) - (n_1 \xi_2^{\perp})(n_2 \xi_1^{\perp})] \right) \Big\} dz_1 d\varphi_1 d\varphi'_2. \quad (1)$$

Здесь s — квадрат полной энергии реакции, $\xi_{1(2)}$ — вектор поляризации электрона (позитрона) в собственной системе покоя, разбиение векторов

и ξ_2 на продольную и поперечные компоненты проведено относительно направления $\mathbf{v}$ импульса электрона, $\eta = 4m^2/s$ — безразмерный параметр, с помощью которого исследуется влияние массы тяжелых кварков, m и Q — масса и заряд (в единицах e) кварка, $\mathbf{p}_i$ — единичные векторы вдоль импульсов кварка, антикварка и глюона ($i = 1, 2, 3$ соответственно для $q, \bar{q}, g$), $x_i = 2p_i/\sqrt{s}$ и $x'_i = 2E_i/\sqrt{s}$ характеризуют безразмерный импульс и безразмерную энергию i -партона и связаны соотношениями

$$x'_{1,2} = (x_{1,2}^2 + \eta)^{1/2}, \quad x'_3 = x_3.$$

Угловые переменные определены следующим образом: $z_{ij} = \cos \theta_{ij}$, θ_{ij} — угол между векторами $\mathbf{p}_i$ и $\mathbf{p}_j$, $z_i = \cos \theta_i$, θ_i — полярный угол вектора $\mathbf{p}_i$ в системе координат с полярной осью вдоль вектора $\mathbf{v}$, φ_1 — азимутальный угол между плоскостью поляризации электрона ($\mathbf{v}$, ξ_1) и плоскостью рождения кварка ($\mathbf{v}$, $\mathbf{p}_1$) в указанной системе координат, φ_2 — азимутальный угол между плоскостями $(\mathbf{p}_1, \mathbf{v})$ и $(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$ в системе координат с полярной осью вдоль вектора $\mathbf{p}_1$. На языке введенных переменных законы сохранения энергии и импульса имеют вид

$$x'_1 + x'_2 + x_3 = 2, \quad x_1 \mathbf{p}_1 + x_2 \mathbf{p}_2 + x_3 \mathbf{p}_3 = 0. \quad (2)$$

Нас будет интересовать распределение по величине и пространственной ориентации вектора $\mathbf{T}$, характеризующего импульс наиболее энергичного партона (струи) независимо от того, является ли им кварк, антикварк или глюон (или образованные ими струи). Для перехода в сечении (1) к переменной T достаточно рассмотреть три кинематические области [5], различающиеся относительной величиной импульса глюона:

$$\text{I. } x_1 \geq x_2 \geq x_3, \quad \text{II. } x_1 \geq x_3 \geq x_2, \quad \text{III. } x_3 \geq x_1 \geq x_2. \quad (3)$$

Три другие области, получающиеся из приведенных с помощью замен $x_1 \leftrightarrow x_2$, в силу симметрии выражения (1) относительно этих замен дают такой же вклад в сечение, что и области (3).

В областях I и II, где кварковая струя наиболее энергичная, в сечении (1) необходимо положить $x_1 = T$, $x'_1 = T'$, $dz_1 d\varphi_1 = d\hat{\mathbf{T}}$ и выполнить интегрирование по φ'_2 при фиксированном значении $z_{12} = (x_3^2 - x_1^2 - x_2^2)/2x_1x_2$, учитывая зависимость z_2 от переменной φ'_2 :

$$z_2 = z_1 z_{12} + (1 - z_1^2)^{1/2} (1 - z_{12}^2)^{1/2} \cos \varphi'_2.$$

Проинтегрированное сечение удобно представить в виде

$$\begin{aligned} \frac{d^4 \sigma_n}{d\hat{\mathbf{T}} d\mathbf{x}'_2} &= \frac{\pi^2 \alpha_s Q^2}{2\pi} \frac{1}{s} \{ A_n(T, x'_2, \eta) [(1 + z_1^2)(1 + \xi_1^1 \xi_1^1) - \\ &- (1 - z_1^2)(\xi_1^1 \xi_2^1) + 2(\hat{\mathbf{T}} \xi_1^1)(\hat{\mathbf{T}} \xi_2^1)] + B_n(T, x'_2, \eta) [(1 - 3z_1^2)(1 + \xi_1^1 \xi_2^1) + \\ &+ 3((1 - z_1^2)(\xi_1^1 \xi_2^1) - 2(\hat{\mathbf{T}} \xi_1^1)(\hat{\mathbf{T}} \xi_2^1))] \}, \end{aligned} \quad (4)$$

в котором зависимость от угловых переменных наиболее энергичного пар-

тона (для областей I и II—кварка) выделена и коэффициенты A_n и B_n являются функциями только энергетических переменных:

$$A_n(T, x'_2, \eta) = \frac{T}{T'(1-T')(1-x'_2)} \left\{ T'^2 + x'^2_2 + \eta \left[1 - x_3 - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\eta}{2} \right) \frac{x^2_3}{(1-T')(1-x'_2)} \right] \right\},$$

$$B_n(T, x'_2, \eta) = \frac{4(1-T')(1-x'_2)(1-x_3) - \eta x^2_3}{2TT'(1-T')(1-x'_2)} \times$$

$$\times \left[1 - \frac{\eta(1-2T'+\eta)}{2(1-T')(1-x'_2)} \right], \quad (5)$$

где $x_3 = 2 - T' - x'_2$. Заметим, что в результате интегрирования выражения (4) по углам структура при B_n обращается в нуль.

Приведенное сечение (4) относится как к области $n = I$, так и к области $n = II$. Различие между этими областями, связанное с тем, антикварк или глюон имеет больший импульс, возникает в результате интегрирования по оставшейся переменной x'_2 , которая в разных областях меняется в различных пределах [5].

Проинтегрированное по x'_2 сечение (4), нормированное на $\sigma_{\mu\mu}$, запишем в виде

$$\frac{1}{\sigma_{\mu\mu}} \frac{d^3\sigma_n}{dT d\hat{T}} = \frac{3\alpha_s Q^2}{(2\pi)^2} \{ A_n(T, \eta) [(1+z^2)(1+\xi_1^+ \xi_2^+) -$$

$$- (1-z^2)(\xi_1^+ \xi_2^+) + 2(\hat{T}\xi_1^+)(\hat{T}\xi_2^+)] + B_n(T, \eta) [(1-3z^2)(1+\xi_1^+ \xi_2^+) +$$

$$+ 3((1-z^2)(\xi_1^+ \xi_2^+) - 2(\hat{T}\xi_1^+)(\hat{T}\xi_2^+))] \}, \quad (6)$$

где добавлен множитель 2, учитывающий вклад областей, получающихся из (3) с помощью замен $x_1 \rightleftharpoons x_2$, а коэффициенты $A_n(T, \eta)$ и $B_n(T, \eta)$ получаются интегрированием соответствующих коэффициентов в (4). Здесь и далее z означает косинус угла, образованного импульсом наиболее энергичного партона с импульсом электрона.

В области I для значений T в интервале

$$-\frac{2}{3} + \frac{4}{3} \left(1 - \frac{3}{4} \eta \right)^{1/2} \leq T \leq 1 - \frac{3}{4} \eta \left(1 + \frac{1}{4} \eta^2 \right), \quad (7)$$

для которых переменная x'_2 меняется в пределах

$$\frac{(2-T')^2 + \eta}{2(2-T')} \leq x'_2 \leq T',$$

входящие в (6) коэффициенты имеют вид

$$A_I(T, \eta) = \frac{T}{T'(1-T')} \left\{ \left[1 + T^2 + \eta \left(T' - \frac{1}{2} \eta \right) \right] \ln \frac{T(2-T') - \eta}{2(1-T')(2-T')} + \right.$$

$$+ \frac{4(1-T')^2 - T'^2}{8(2-T')} \left[6 + T' + \frac{\eta}{2-T'} \left(9 - 4T' + (2+\eta) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \frac{2-T'}{1-T'} \left[1 + \frac{2(1-T')(2-T')}{T'(2-T')-\eta} \right] \right) \right] \Bigg\}, \quad (8)$$

$$B_1(T, \eta) = \frac{1}{TT'} \left\{ \frac{\eta}{2(1-T')} \left[1 - 3T'^2 - 4\eta \left(1 - T' + \frac{\eta}{4} \right) \right] \times \right. \\ \times \ln \frac{2(1-T')(2-T')}{T'(2-T')-\eta} - \frac{1}{2(2-T')} [4(1-T')^2 - T'^2] \left(\frac{5}{2} T' - 1 + \right. \\ \left. + \frac{\eta}{8(1-T')} \left[2 - 7T' - \frac{4-\eta}{2-T'} + \right. \right. \\ \left. \left. + 2\eta \left(4 + \frac{1-2T'+\eta}{1-T'} \left(1 + \frac{2(1-T')(2-T')}{T'(2-T')-\eta} \right) \right) \right] \right) \Bigg\}. \quad (9)$$

Для остальных значений

$$1 - \frac{3}{4} \eta \left(1 + \frac{1}{4} \eta^2 \right) \leq T \leq (1-\eta)^{1/2} \quad (10)$$

в области I x'_2 изменяется в пределах

$$2 - T' - \frac{2(1-T')}{2-T-T'} \leq x'_2 \leq T',$$

и для соответствующих коэффициентов в (6) получаем

$$A_1(T, \eta) = \frac{T}{T'(1-T')} \left\{ \left[1 + T'^2 + \eta \left(T' - \frac{1}{2} \eta \right) \right] \ln \frac{T+T'}{2-T-T'} - \right. \\ \left. - \frac{2(1-T')(T+T'-1)}{2-T-T'} \left[\frac{3-2T-T'}{2-T-T'} + \right. \right. \\ \left. \left. + \eta \left(1 + \frac{1+\eta/2}{(1-T')(T+T')} \right) \right] \right\}, \quad (11)$$

$$B_1(T, \eta) = \frac{1}{TT'} \left\{ \frac{\eta}{2(1-T')} \left[1 - 3T'^2 - 4\eta \left(1 - T' + \frac{1}{4} \eta \right) \right] \times \right. \\ \times \ln \frac{2-T-T'}{T+T'} + \frac{T+T'-1}{2-T-T'} \left[(1-T)(2+T-T') - 4(1-T')^2 - \right. \\ \left. - \eta(1+2T'-2\eta) + \eta^2 \frac{1-2T'+\eta}{(1-T')(T+T')} \right] \Bigg\}. \quad (12)$$

Нетрудно убедиться, что на нижнем пределе интервала (7) изменения T коэффициенты (8) и (9) обращаются в нуль, а в граничной точке $T \simeq 1 - (3\eta/4)(1 + \eta^2/4)$, разделяющей интервалы (7) и (10), с той точностью, с какой приводится координата этой точки [5], выражения (8) и (9) переходят соответственно в (11) и (12).

В области II при значениях

$$-\frac{2}{3} + \frac{4}{3} \left(1 - \frac{3}{4} \eta \right)^{1/2} \leq T \leq \frac{2(1-\sqrt{\eta})}{2-\sqrt{\eta}} \quad (13)$$

сечение (4) необходимо проинтегрировать по x_2' в пределах

$$2 - T - T' \leq x_2' \leq \frac{(2 - T')^2 + \eta}{2(2 - T')},$$

а при значениях

$$\frac{2(1 - \sqrt{\eta})}{2 - \sqrt{\eta}} \leq T \leq 1 - \frac{3}{4} \eta \left(1 + \frac{1}{4} \eta^2\right) \quad (14)$$

— в пределах

$$2 - T' - \frac{2(1 - T')}{2 - T - T'} \leq x_2' \leq \frac{(2 - T')^2 + \eta}{2(2 - T')}.$$

В результате интегрирования для входящих в (6) коэффициентов получаем выражения:

для значений T в интервале (13)

$$\begin{aligned} A_{II}(T, \eta) = & \frac{T}{T'(1 - T')} \left\{ \left[1 + T^2 + \eta \left(T' - \frac{1}{2} \eta \right) \right] \times \right. \\ & \times \ln \frac{2(2 - T')(T + T' - 1)}{T'(2 - T') - \eta} - \frac{(2 - T)(T + 2T' - 2)}{8(2 - T')} \times \\ & \times \left[10 - 2T - 3T' + \frac{\eta}{2 - T'} \left(9 - 4T' + (2 + \eta) \frac{2 - T'}{1 - T'} \right) \times \right. \\ & \left. \left. \times \left[1 + \frac{2(1 - T')^2(2 - T')}{(T + T' - 1)(2T' - T'' - \eta)} \right] \right] \right\}, \quad (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{II}(T, \eta) = & \frac{1}{TT'} \left\{ \frac{\eta}{2(1 - T')} \left[1 - 3T^2 - 4\eta \left(1 - T' + \frac{1}{4} \eta \right) \right] \times \right. \\ & \times \ln \frac{T'(2 - T') - \eta}{2(2 - T')(T + T' - 1)} + \frac{(2 - T)(T + 2T' - 2)}{2(2 - T')} \times \\ & \times \left(1 - T + \frac{1}{2} T' + \frac{\eta}{8(1 - T')} \left[6 - 11T' - 2T - \frac{4 - \eta}{2 - T'} + \right. \right. \\ & \left. \left. + 2\eta \left(4 + \frac{1 - 2T' + \eta}{1 - T'} \left(1 + \frac{2(1 - T')^2(2 - T')}{(T + T' - 1)(2T' - T'' - \eta)} \right) \right) \right] \right\}; \quad (16) \end{aligned}$$

для значений T в интервале (14)

$$\begin{aligned} A_{II}(T, \eta) = & \frac{T}{T'(1 - T')} \left\{ \left[1 + T^2 + \eta \left(T' - \frac{1}{2} \eta \right) \right] \times \right. \\ & \times \ln \frac{2(1 - T')(2 - T')(T + T')}{(2 - T - T')(2T' - T'' - \eta)} - \frac{T[4(1 - T') - T(2 - T - T')]}{8(2 - T')(2 - T - T')} \times \\ & \times \left[10 - 3T' - \frac{4(1 - T')}{2 - T - T'} + \frac{\eta}{2 - T'} \left(9 - 4T' + (2 + \eta) \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times \frac{2 - T'}{1 - T'} \left[1 + \frac{2(1 - T')(2 - T')(2 - T - T')}{(T + T')(2T' - T'' - \eta)} \right] \right] \right\}, \quad (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_{II}(T, \eta) = & \frac{1}{TT'} \left\{ \frac{\eta}{2(1-T')} \left[1 - 3T^2 - 4\eta \left(1 - T' + \frac{1}{4}\eta \right) \right] \times \right. \\
& \times \ln \frac{(2-T-T')(2T'-T''-\eta)}{2(1-T')(2-T')(T+T')} + \frac{T[4(1-T')-T'(2-T-T')]}{2(2-T')(2-T-T')} \times \\
& \times \left(1 + \frac{1}{2}T' - \frac{2(1-T')}{2-T-T'} + \frac{\eta}{8(1-T')} \left[6 - 11T' - \frac{4(1-T')}{2-T-T'} - \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{4-\eta}{2-T'} + 2\eta \left(4 + \frac{1-2T'+\eta}{1-T'} \right) \times \right. \right. \\
& \left. \left. \times \left(1 + \frac{2(1-T')(2-T')(2-T-T')}{(T+T')(2T'-T''-\eta)} \right) \right] \right\}. \quad (18)
\end{aligned}$$

Можно проверить, что на нижней границе интервала (13) коэффициенты (15) и (16) обращаются в нуль, а в точке $T = 2(1 - \sqrt{\eta})/(2 - \sqrt{\eta})$ они переходят соответственно в (17) и (18).

Перейдем теперь к области III, где наиболее энергичной является глюонная струя. Для получения аналогичных формул удобно исходить из сечения, выраженного через переменные глюона и, например, кварка. Его нетрудно получить из (1), воспользовавшись законами сохранения (2) и фазовым объемом в виде

$$d\Phi = dx'_1 dx_3 dz_3 d\varphi_3 d\varphi'_1,$$

где φ_3 — азимутальный угол вылета глюона в системе координат с полярной осью вдоль $\mathbf{v}$, а φ'_1 — азимутальный угол между плоскостями $(\mathbf{n}_3, \mathbf{v})$ и $(\mathbf{n}_3, \mathbf{n}_1)$ в системе координат с полярной осью вдоль вектора $\mathbf{n}_3$.

Положив теперь $x_3 = T$, $dz_3 d\varphi_3 = d\hat{T}$ и выполнив интегрирование по φ'_1 , приходим к выражению

$$\begin{aligned}
\frac{d^4 \sigma_{III}}{dT d\hat{T} dx'_1} = & \frac{\alpha_s^2 Q^2}{2\pi} \frac{1}{s} \{ A_{III}(T, x'_1, \eta) [(1+z_3^2)(1+\xi_1^1 \xi_2^1) - \\
& - (1-z_3^2)(\xi_1^{\perp} \xi_2^{\perp}) + 2(\hat{T} \xi_1^{\perp})(\hat{T} \xi_2^{\perp})] + B_{III}(T, x'_1, \eta) [(1-3z_3^2) \times \\
& \times (1+\xi_1^1 \xi_2^1) + 3((1-z_3^2)(\xi_1^{\perp} \xi_2^{\perp}) - 2(\hat{T} \xi_1^{\perp})(\hat{T} \xi_2^{\perp}))], \quad (19)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
A_{III}(T, x'_1, \eta) = & \frac{1}{(1-x'_1)(1-x'_2)} \left\{ x_1'^2 + x_2'^2 + \right. \\
& \left. + \eta \left[1 - T - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2}\eta \right) \frac{T^2}{(1-x'_1)(1-x'_2)} \right] \right\}, \\
B_{III}(T, x'_1, \eta) = & \frac{1}{T^2(1-x'_1)(1-x'_2)} [4(1-x'_1)(1-x'_2)(1-T) - \eta T^2], \\
& x'_2 = 2 - T - x'_1.
\end{aligned}$$

Проинтегрировав последнее сечение по переменной x_1' в найденных в работе [5] пределах, в области III также придем к выражению (6), в котором

$$A_{III}(T, \eta) = \frac{1}{T} \left[2(1-T) + T^2 - \eta \left(T + \frac{1}{2} \eta \right) \right] \ln \frac{T + T' - 1}{1 - T'} - \\ - (T + 2T' - 2) \left[1 + \frac{\eta(2 + \eta)}{4(1 - T')(T + T' - 1)} \right], \quad (20)$$

$$B_{III}(T, \eta) = \frac{1}{T^2} \left[2(1-T)(T + 2T' - 2) - \eta T \ln \frac{T + T' - 1}{1 - T'} \right] \quad (21)$$

для значений

$$-\frac{2}{3} + \frac{4}{3} \left(1 - \frac{3}{4} \eta \right)^{1/2} \leq T \leq \frac{2(1 - \sqrt{\eta})}{2 - \sqrt{\eta}} \quad (22)$$

и

$$A_{III}(T, \eta) = \frac{1}{T} \left[2(1-T) + T^2 - \eta \left(T + \frac{1}{2} \eta \right) \right] \ln \frac{1 + \left(1 - \frac{\eta}{1-T} \right)^{1/2}}{1 - \left(1 - \frac{\eta}{1-T} \right)^{1/2}} - \\ - \left(1 - \frac{\eta}{1-T} \right)^{1/2} \left[T + (2 + \eta) \frac{1-T}{T} \right], \quad (23)$$

$$B_{III}(T, \eta) = \frac{1}{T} \left[2(1-T) \left(1 - \frac{\eta}{1-T} \right)^{1/2} - \eta \ln \frac{1 + \left(1 - \frac{\eta}{1-T} \right)^{1/2}}{1 - \left(1 - \frac{\eta}{1-T} \right)^{1/2}} \right] \quad (24)$$

для значений

$$\frac{2(1 - \sqrt{\eta})}{2 - \sqrt{\eta}} \leq T \leq 1 - \eta. \quad (25)$$

Легко видеть, что на нижнем пределе изменения T области (22) обращаются в нуль коэффициенты (20) и (21), на верхнем пределе области (25) — коэффициенты (23) и (24), а в точке $T = 2(1 - \sqrt{\eta})/(2 - \sqrt{\eta})$ они переходят соответственно друг в друга.

Выпишем, наконец, интересующее нас распределение по величине импульса и угловым переменным партона, имеющего наибольший импульс в трехструйном процессе $e^+ e^- \rightarrow q\bar{q}g$, независимо от того, является ли им кварк, антикварк или глюон:

$$\frac{1}{\sigma_{\mu\mu}} \frac{d^3\sigma}{dT d\hat{T}} = \frac{3\alpha_s Q^2}{(2\pi)^2} \{ A(T, \eta) [(1 + z^2)(1 + \xi_1^\perp \xi_2^\perp) - \\ - (1 - z^2)(\xi_1^\perp \xi_2^\perp) + 2(\hat{T}\xi_1^\perp)(\hat{T}\xi_2^\perp)] + B(T, \eta) [(1 - 3z^2)(1 + \xi_1^\perp \xi_2^\perp) + \\ + 3((1 - z^2)(\xi_1^\perp \xi_2^\perp) - 2\hat{T}\xi_1^\perp)(\hat{T}\xi_2^\perp)] \}. \quad (26)$$

Функции $A(T, \eta)$ и $B(T, \eta)$ в трех разных областях изменения T имеют вид:

$$A(T, \eta) = A_{I+II}(T, \eta) + A_{III}^{(20)}(T, \eta), \quad (27)$$

$$B(T, \eta) = B_{I+II}(T, \eta) + B_{III}^{(21)}(T, \eta)$$

для значений

$$-\frac{2}{3} + \frac{4}{3} \left(1 - \frac{3}{4} \eta\right)^{1/2} \leq T \leq \frac{2(1 - \sqrt{\eta})}{2 - \sqrt{\eta}},$$

где

$$A_{I+II}(T, \eta) \equiv A_I^{(3)}(T, \eta) + A_{II}^{(15)}(T, \eta) = \frac{1}{T'(1-T')} \times \\ \times \left\{ \left[1 + T^2 + \eta \left(T' - \frac{\eta}{2} \right) \right] \ln \frac{T + T' - 1}{1 - T'} + \right. \\ \left. + [2(1 - T') - 7] \left[2 - \frac{T}{2} + \eta \left(1 + \frac{(2 + \eta)T}{4(1 - T')(T + T' - 1)} \right) \right] \right\}, \quad (28)$$

$$B_{I+II}(T, \eta) \equiv B_I^{(9)}(T, \eta) + B_{II}^{(16)}(T, \eta) = \frac{1}{TT'} \left\{ \frac{\eta}{2(1 - T')} \times \right. \\ \times \left[1 - 3T^2 - 4\eta \left(1 - T' + \frac{\eta}{4} \right) \right] \ln \frac{1 - T'}{T + T' - 1} + (T + 2T' - 2) \times \\ \left. \times \left[2T' - T - \frac{\eta}{4(1 - T')} (4T' + T - 4\eta) + \frac{\eta^2 T (1 - 2T' + \eta)}{4(1 - T')^2 (T + T' - 1)} \right] \right\}; \quad (29)$$

$$A(T, \eta) = A_I^{(11)}(T, \eta) + A_{III}^{(23)}(T, \eta), \quad (30)$$

$$B(T, \eta) = B_I^{(12)}(T, \eta) + B_{III}^{(24)}(T, \eta)$$

для значений

$$\frac{2(1 - \sqrt{\eta})}{2 - \sqrt{\eta}} \leq T \leq 1 - \eta;$$

$$A(T, \eta) = A_I^{(11)}(T, \eta), \quad B(T, \eta) = B_I^{(12)}(T, \eta) \quad (31)$$

для значений

$$1 - \eta \leq T \leq (1 - \eta)^{1/2}.$$

Цифры в скобках у функций A_n и B_n указывают номер формулы, которой они задаются. Можно убедиться, что на границах областей выражения (27), (30) и (31) сшиваются друг с другом.

Найдем при фиксированных значениях T зависимость функций $A(T, \eta)$ и $B(T, \eta)$ от параметра η . Для этого необходимо определить при данном T пределы изменения η в трех выписанных выше областях, в которых функции $A(T, \eta)$ и $B(T, \eta)$ задаются выражениями (27), (30) и (31). Соответствующие интервалы изменения η следующие:

$$\frac{3}{4} (2 + T) \left(\frac{2}{3} - T \right) \leq \eta \leq \left[\frac{2(1 - T)}{2 - T} \right]^2 \quad \text{при } T \leq \frac{2}{3}$$

или

$$0 \leq \eta \leq \left[\frac{2(1-T)}{2-T} \right]^2 \text{ при } T \geq \frac{2}{3},$$

$$\left[\frac{2(1-T)}{2-T} \right]^2 \leq \eta \leq 1-T$$

и

$$1-T \leq \eta \leq 1-T^2.$$

На рис. 1 и 2 при некоторых значениях параметра T приведены кривые зависимости функций $A(T, \eta)$ и $B(T, \eta)$ от переменной η во всем допустимом интервале ее изменения. Заметим, что эти кривые изображены в логарифмическом масштабе, и поэтому зависимость указанных функций от массового параметра η является довольно существенной и ею нельзя пренебречь.

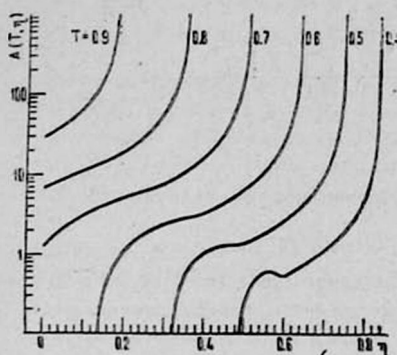


Рис. 1.

Рис. 1. Зависимость функции $A(T, \eta)$ от массового параметра η при некоторых значениях T .

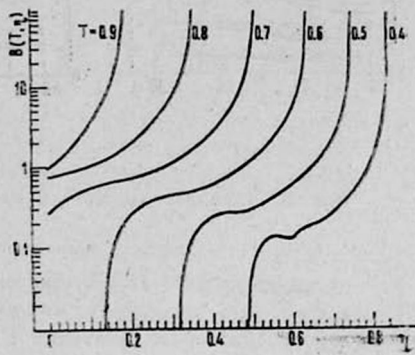


Рис. 2.

Рис. 2. Зависимость функции $B(T, \eta)$ от массового параметра η при некоторых значениях T .

Чтобы получить представление о степени влияния учета массы тяжелых кварков на угловые распределения в интересующем нас процессе, рассмотрим случай поперечно антипараллельно поляризованных начальных частиц, когда сечение (26) преобразуется к виду

$$\frac{1}{\sigma_{\mu\mu}} \frac{d^3\sigma}{dT d\hat{T}} = \frac{3a_s Q^2}{2\pi^2} [A(T, \eta)(1 - \sin^2\theta \cos^2\varphi) - B(T, \eta)(1 - 3\sin^2\theta \cos^2\varphi)], \quad (32)$$

где азимутальный угол φ отсчитывается от плоскости поляризации электрона.

На рис. 3 при некоторых значениях параметра η из допустимого интервала для каждого из трех значений $T = 0,5, 0,7$ и $0,9$ приведена зависимость углового распределения, задаваемого функцией

$$F(T, \eta, \theta, \varphi) \equiv \left(\frac{3a_s Q^2}{4\pi^2} \sigma_{\mu\mu} \right)^{-1} \frac{d^3\sigma}{dT d\hat{T}} = 2 \{ [A(T, \eta) - B(T, \eta)] - [A(T, \eta) - 3B(T, \eta)] \sin^2\theta \cos^2\varphi \},$$

от азимутального угла при значениях полярного угла $\theta = 0, 30, 60$ и 90° . Заметим, что в силу инвариантности комбинации $\sin^2 \theta \cos^2 \varphi$ относительно замены $\theta \rightarrow \pi/2 - \varphi$ и $\varphi \rightarrow \pi/2 - \theta$ приведенные кривые описывают также зависимость от полярного угла θ при соответствующих значениях азимутального угла $\varphi = 90, 60, 30^\circ$ и 0 и противоположном направлении возрастания полярного угла.

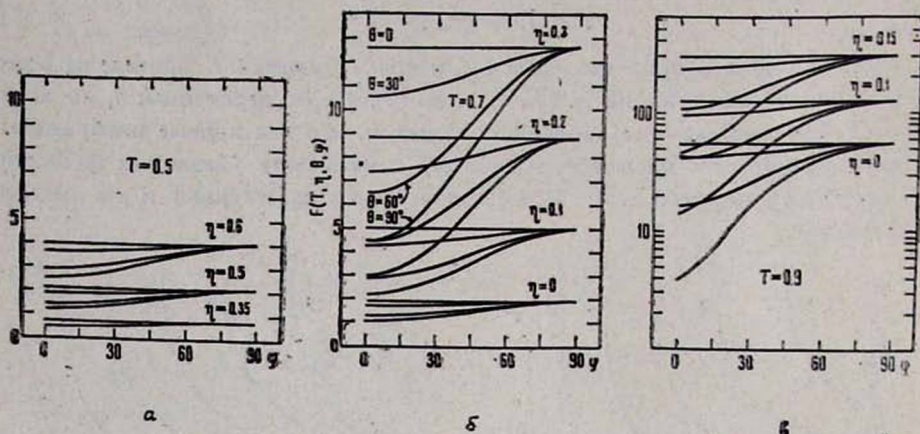


Рис. 3. Зависимость $F(T, \eta, \theta, \varphi)$ — нормированного на величину $(3\pi \times \times Q^2 \sigma_{\text{нл}}/4\pi^2)$ дифференциального сечения $d^3\sigma/dT d\hat{T}$ процесса $e^+ e^- \rightarrow q\bar{q}g$ от азимутального угла φ при значениях полярного угла $\theta=0, 30, 60$ и 90° и некоторых значениях массового параметра η из области допустимых для рассмотренных значений $T=0,5$ (а), $T=0,7$ (б) и $T=0,9$ (в) интервалов. При каждом η кривые, соответствующие указанным четырем значениям θ , расположены сверху вниз. В случае $T=0,5$ и $\eta=0,35$ из-за небольшого различия изображены только кривые, соответствующие $\theta=0$ и 90° .

Проследим за поведением угловых распределений при изменении массового параметра η . При $T=0,5$ реализуются только большие значения η , и для некоторых из них кривые угловых распределений приведены на рис. 3а (заметим, что события с $T < 2/3$ могут быть обусловлены только тяжелыми кварками, так как для таких T параметр η отличен от нуля). С ростом η абсолютная величина сечений растет, а зависимость от углов становится более заметной. В случае $T \geq 2/3$ массовый параметр может принимать также значение $\eta=0$. На рис. 3б, в хорошо видно, как по сравнению с безмассовым случаем меняются абсолютная величина сечений и угловые распределения при учете массы кварков. Однако если при $T=0,7$ зависимость от углов с ростом η становится все более выраженной, то при $T=0,9$ наблюдается обратная картина, хотя при одних и тех же значениях η абсолютная величина сечений в этом случае заметно больше, а зависимость от углов значительно сильнее, чем при $T=0,7$ (заметим, что на рис. 3в используется логарифмический масштаб). Это связано с различным поведением коэффициентов $A(T, \eta)$ и $B(T, \eta)$ при небольших значениях η в случаях $T=0,7$ и $T=0,9$.

Автор выражает благодарность С. Г. Матиняну за обсуждение результатов работы.

1. Шахназарян Ю. Г. ЯФ, 36, 1523 (1982).
2. Ioffe B. L. Phys. Lett., 78 B, 277 (1978).
3. Granberg G., Ng Y. J., Tye S.—H. H. Phys. Rev., 21, 62 (1980).
4. Kramer G., Schierholz G., Willrodt J. DESY Preprint 79/69, 1979.
5. Шахназарян Ю. Г. ЯФ, 35, 438 (1982).
6. Шахназарян Ю. Г. Изв. АН АрмССР, Физика, 17, 308 (1982).

$e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ եռօւժոնէնք ՊՐՈՑԵՍԻ ԱՆԿՅՈՒՆԱՅԻՆ ԲԱՇԽՈՒՄՆԵՐԸ
ԾԱՆՐ ՔՎԱՐԿՆԵՐԻ ԴԵՊՔՈՒՄ

ՅՈՒ. Գ. ՇԱՀՆԱԶԱՐՅԱՆ

Սկզբնական մասնիկների բեռացման և քվարկի զանգվածի հաշվառմամբ, քվանտային քրոմոդինամիկայի առաջին մոտավորությամբ հաշվված $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ պրոցեսի կտրվածքի ամենաընդհանուր արտահայտության հիման վրա գտնված է $d^3\sigma/dT d\hat{T}$ կտրվածքի կախվածությունը առավելագույն T իմպուլս ունեցող պարտոնի (քվարկի, հակաքվարկի կամ գլյուոնի) բեռնային և ազիմուտային անկյուններից: T -ի մի քանի արժեքների համար կատարված թվային հաշվարկը ցույց է տալիս, որ կտրվածքի անկյունային կախվածությունը բնորոշող գործակիցները էապես կախված են քվարկի զանգվածը բնութագրող պարամետրից:

ANGULAR DISTRIBUTIONS FOR THREE—JET PROCESS $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ IN CASE OF HEAVY QUARKS

YU. G. SHAKHNAZARYAN

Based on the most general expression for the cross section of $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ process calculated to the first order in α_s with due regard for the polarization of primary particles and the quark mass, a dependence of cross section $d^3\sigma/dT d\hat{T}$ on the polar and azimuthal angles of the spatial orientation of the thrust T is obtained. The calculations for some values of T show that the factors determining the angular dependence of the cross section are strongly related to the mass parameter η . The dependences of angular distributions on the values of T and η parameters were analyzed.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 22, вып. 3, 133—139 (1987)

УДК 535.24;535.6

КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ЧЕРЕНКОВСКОГО ЛАЗЕРА

С. Г. ОГАНЕСЯН, С. В. АБАДЖЯН

НИИ физики конденсированных сред ЕГУ

(Поступила в редакцию 15 июня 1986 г.)

Вычислен вклад магнитного момента электрона в коэффициент усиления черенковского лазера. Рассмотрены поляризационные оптические эффекты, связанные с гиротропией пучка частиц.