

УДК 535+532.783

О НЕКОТОРЫХ ОПТИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ СРЕД
СО СПИРАЛЬНОЙ СТРУКТУРОЙ

О. С. ЕРИЦЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 6 мая 1985 г.)

Обсуждены некоторые особенности дифракционного отражения и поворота плоскости поляризации, а также некоторые магнитооптические эффекты в средах со спиральной структурой.

В холестерических жидких кристаллах (ХЖК) дифракционное отражение и вращение плоскости поляризации проявляются одновременно: селективное к знаку круговой поляризации дифракционное отражение обуславливает наличие разности между показателями преломления волн с правой и левой круговой поляризацией, что, в свою очередь, приводит к повороту плоскости поляризации [1] (точнее, повороту эллипса поляризации). Известны случаи отсутствия дифракционного отражения в диспергирующих холестерических жидких кристаллах [2—4], проанализировано влияние частотной дисперсии на дифракционное отражение и гиротропию [2, 3]. Однако вопрос о взаимной обусловленности поворота плоскости поляризации и дифракционного отражения не ставился.

В настоящей работе (раздел 2) обсуждается связь между дифракционным отражением и вращением плоскости поляризации. Для этой цели рассматриваются как диспергирующие (по частоте) ХЖК, так и среды, обладающие спиральностью в отношении диэлектрических и магнитных свойств одновременно [5]. Известно, что спиральные структуры могут быть созданы искусственно [6], поэтому и структуры указанного выше типа могут быть получены искусственным путем. Однако безотносительно к вопросу о существовании таких сред их рассмотрение целесообразно для пояснения картины взаимодействия света со средами со спиральной структурой вообще и с ХЖК в частности, что является одной из причин рассмотрения сред, обладающих спиральностью диэлектрических и магнитных свойств одновременно. Можно указать и на другие аналогичные ситуации. Отметим, в частности, работу [7], в которой рассмотрение сред, обладающих анизотропией диэлектрической и магнитной проницаемостей одновременно, привело к углублению представления о двойном лучепреломлении и понятия анизотропии. В разделе 3 обсуждается дифракционное отражение в изотропной точке. В последнем разделе рассматриваются некоторые магнитооптические свойства сред со спиральной структурой.

1. Исходные соотношения

Рассмотрим распространение света вдоль оси среды, обладающей спиральностью диэлектрических и магнитных свойств одновременно. Главные

значения тензора диэлектрической проницаемости в плоскости, перпендикулярной оси среды, обозначим через ε_1 и ε_2 , а главные значения тензора магнитной проницаемости — через μ_1 и μ_2 . Перейдем в уравнениях Максвелла к компонентам $E_{x,y}$, $H_{x,y}$ полей, отнесенным к системе поворачивающихся осей координат (x', y', z') , оси x', y' которой в любой плоскости, перпендикулярной оси z , совпадают с главными направлениями тензора диэлектрической проницаемости. Тогда уравнения Максвелла приводят к соотношениям [5]

$$\begin{aligned} \frac{\omega}{c} (\varepsilon_1 \cos^2 \omega + \varepsilon_2 \sin^2 \omega) E'_x + 2 \frac{\omega}{c} \Delta_1 \bar{\varepsilon} \psi E'_y - i a H'_x - K H'_y &= 0, \\ -2 \frac{\omega}{c} \Delta_1 \bar{\varepsilon} \psi E'_x - \frac{\omega}{c} (\varepsilon_2 \cos^2 \omega + \varepsilon_1 \sin^2 \omega) E'_y - K H'_x + i a H'_y &= 0, \\ i a E'_x + K E'_y + \frac{\omega}{c} (\mu_1 \cos^2 \omega + \mu_2 \sin^2 \omega) H'_x - 2 \frac{\omega}{c} \Delta_2 \bar{\mu} \psi H'_y &= 0, \\ K E'_x - i a E'_y + 2 \frac{\omega}{c} \Delta_2 \bar{\mu} \psi H'_x - \frac{\omega}{c} (\mu_2 \cos^2 \omega + \mu_1 \sin^2 \omega) H'_y &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $K = 2\pi/\lambda'$, λ' — пространственный период поля в системе (x', y', z') , $2\pi/a$ — шаг спирали, $\psi = \sin \omega \cos \omega$, ω — угол между одноименными главными направлениями тензора диэлектрической и магнитной проницаемостей,

$$\Delta_1 = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}, \quad \Delta_2 = \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1 + \mu_2}, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}, \quad \bar{\mu} = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2}.$$

Условие равенства нулю определителя системы (1) приводит к биквадратному уравнению для K . Обозначим его корни через K_m . Тогда поле в среде можно представить в виде

$$E(z, t) = \hat{R} \sum_{m=1}^4 E'_m \exp i(K_m z - \omega t), \quad (2)$$

где $\hat{R}$ — оператор поворота на угол az . С помощью (1) любые три компоненты полей (при каждом фиксированном m) можно выразить через четвертую.

Рассмотрим простейший случай $\omega = 0$. Тогда

$$K_{1,3} = [\omega^2 c^{-2} (\varepsilon_1 \mu_2 + \varepsilon_2 \mu_1)/2 + a^2 \pm B]^{1/2}, \quad K_{2,4} = -K_{1,3}, \quad (3)$$

$$B = \left[\frac{1}{4} \omega^4 c^{-4} (\varepsilon_1 \mu_2 - \varepsilon_2 \mu_1)^2 + 4a^2 \omega^2 c^{-2} \bar{\varepsilon} \bar{\mu} \right]^{1/2}.$$

Между E'_{mx} и E'_{my} получаем соотношение

$$E'_{my} = \frac{ia K_m \left(\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} \right)}{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 - \frac{K_m^2}{\mu_1} - \frac{a^2}{\mu_2}} E'_{mx}. \quad (4)$$

2. Отсутствие дифракционного отражения и отсутствие поворота плоскости поляризации

Пусть ХЖК занимает область пространства $z \geq 0$, а из области $z < 0$ на границу в нормальном направлении падает плоская волна с частотой ω . Волну в среде можно представить суперпозицией (2), в которой необходимо удерживать только те члены, у которых $\text{Im } K_m > 0$; это — требование ограниченности полей при удалении в глубь среды.

Считая Δ_1 и Δ_2 малыми величинами, с точностью до второй степени по ним получаем следующие выражения для K_1 и K_3 , у которых мнимые части положительны:

$$\begin{aligned} K_1 &= (\bar{k} + a) \left[1 - \frac{\bar{k}^2 \Delta_1 \Delta_2}{(\bar{k} + a)^2} + \frac{\bar{k}^3 (\Delta_1 - \Delta_2)^2}{4a(\bar{k} + a)^2} \right]^{1/2}, \\ K_3 &= (\bar{k} - a) \left[1 - \frac{\bar{k}^2 \Delta_1 \Delta_2}{(\bar{k} - a)^2} - \frac{\bar{k}^3 (\Delta_1 - \Delta_2)^2}{4a(\bar{k} - a)^2} \right]^{1/2}, \\ \bar{k} &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon \mu}. \end{aligned} \quad (5)$$

В дальнейшем будем пренебрегать в амплитудах малыми величинами Δ_1 и Δ_2 , но в фазах их будем сохранять. Поступая таким образом, из (4) получим $E'_{1y} = -iE'_{1x}$, $E'_{3y} = iE'_{3x}$, а поле в среде примет вид

$$\begin{aligned} E(z, t) &= E'_{1x} (x^0 - iy^0) \exp i[(K_1 - a)z - \omega t] + \\ &+ E'_{3x} (x^0 + iy^0) \exp i[(K_3 + a)z - \omega t], \end{aligned} \quad (6)$$

т. е. оно является суммой полей двух волн с волновыми числами $K_1 - a$ и $K_3 + a$, имеющих циркулярную поляризацию с взаимно противоположными направлениями обхода. Приходим к линейной зависимости поворота плоскости поляризации от толщины, в общем случае являющегося нелинейной функцией толщины [1]. Для поворота на единицу длины пути луча получаем

$$\begin{aligned} \vartheta &= \frac{1}{2} [(K_1 - a) - (K_3 + a)] = \frac{1}{2} [(\bar{k} + a) \sqrt{1 - x_1^+ + x_2^+} - \\ &- (\bar{k} - a) \sqrt{1 - x_1^- - x_2^-} - 2a], \\ x_1^\pm &= \bar{k}^2 \Delta_1 \Delta_2 (\bar{k} \pm a)^{-2}, \quad x_2^\pm = \bar{k}^3 (\Delta_1 - \Delta_2)^2 [4a(\bar{k} \pm a)^2]^{-1}. \end{aligned} \quad (7)$$

Посмотрим теперь, при каких условиях отсутствуют поворот плоскости поляризации и конечная область дифракционного отражения.

В области дифракционного отражения имеем $K_{3,4}^2 < 0$. С помощью (3) можно убедиться, что если

$$\Delta_1 = -\Delta_2, \quad (8)$$

то две частоты, в интервале между которыми $K_{3,4}^2 < 0$, совпадают, а на этих, совпадающих друг с другом, частотах $K_{3,4}^2 = 0$. Другими словами, условие $K_{3,4}^2 < 0$ не имеет места — нет конечной области ди-

фракционного отражения. В то же время при выполнении (8), как можно убедиться с помощью (7), $\vartheta \neq 0$, т. е. имеет место поворот плоскости поляризации. Требование же $\vartheta = 0$ приводит к соотношению между Δ_1 и Δ_2 , содержащему отношение $\bar{k}/a$ и, следовательно, отличающемуся от (8). Таким образом, условия отсутствия поворота плоскости поляризации и отсутствия конечной области дифракционного отражения являются независимыми друг от друга.

Еще один пример, показывающий независимость наличия конечной области дифракционного отражения и поворота плоскости поляризации (при $\mu_1 = \mu_2$), рассмотрен в [4а]: если на некоторой частоте $\omega_{\text{из}}$ кривые зависимости ε_1 и ε_2 от частоты пересекаются, то при условии

$$a = \omega_{\text{из}} c^{-1} \sqrt{\varepsilon(\omega_{\text{из}})} \quad (\varepsilon(\omega_{\text{из}}) = \varepsilon_1(\omega_{\text{из}}) = \varepsilon_2(\omega_{\text{из}}))$$

нет конечной области дифракционного отражения, но на частотах, отличных от $\omega_{\text{из}}$, поворот плоскости поляризации имеет место.

Таким образом, наличие конечной области дифракционного отражения и вращение плоскости поляризации являются свойствами сред со спиральной структурой, не вытекающими друг из друга.

Повороты плоскости поляризации при $\Delta_1 = \Delta_2$ и $\Delta_1 = -\Delta_2$ соответственно равны (при $|x_1^{\pm}| \ll 1$, $|x_2^{\pm}| \ll 1$):

$$\vartheta = \frac{1}{2} \frac{\bar{k}^2 a}{\bar{k}^2 - a^2} \Delta_1^2, \quad \vartheta = -\frac{1}{2} \frac{\bar{k}^2}{a} \Delta_1^2. \quad (9)$$

Согласно (9) при $\Delta_1 = -\Delta_2$ поворот плоскости поляризации пропорционален шагу спирали.

3. Дифракционное отражение света от ХЖК в изотропной точке

Рассмотрим отражение света от полупространства $z \geq 0$, заполненного ХЖК. Представим компоненты тензора ε_{ij} в виде

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_0 + i\varepsilon_1'', \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_0 + i\varepsilon_2''. \quad (10)$$

Пусть частота ω_0 , соответствующая изотропной точке, ε_0 и шаг спирали удовлетворяют соотношению

$$\frac{\omega_0}{c} \sqrt{\varepsilon_0} = a. \quad (11)$$

Для K_1 и K_2 , обладающих положительной мнимой частью, получаем

$$K_1 = 2a \left(1 + i \frac{\varepsilon''}{4\varepsilon_0} \right), \quad K_2 = i \frac{a}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_1''^2}{\varepsilon_0^2} - \frac{\Delta''^2}{\varepsilon_0^2}}, \quad (12)$$

где

$$\varepsilon'' = (\varepsilon_1'' + \varepsilon_2'')/2, \quad \Delta'' = (\varepsilon_1'' - \varepsilon_2'')/2. \quad (13)$$

Соотношения между $E'_{1,3x}$ и $E'_{1,3y}$ принимают вид

$$E'_{1y} = -iE'_{1x}, \quad E'_{3y} = i\sqrt{1 - \Delta''^2/\varepsilon_0^2} E'_{3x}. \quad (14)$$

Будем пренебрегать в амплитудах величинами порядка $\varepsilon''/\varepsilon_0$, Δ''/ε_0 и считать, что диэлектрическая проницаемость среды в области $z < 0$ равна ε_0 . Тогда поле отраженной волны не может быть обусловлено френелевскими отражениями. Для компонент $E_{rx,y}$ поля отраженной волны получаем

$$E_{rx} = (1 - A)(2A)^{-1}(E_x - iE_y), \quad E_{ry} = -iE_{rx},$$

$$A = \frac{1 + \sqrt{1 - \Delta'^2/\varepsilon'^2}}{2}, \quad (15)$$

$E_{x,y}$ — компоненты поля падающей волны. Как следует из (15), анизотропия поглощения приводит к дифракционному отражению.

Поворот плоскости поляризации ϑ на единице длины пути луча, определяемый разностью $(K_1 - a) - (K_2 + a)$, чисто мнимый, т. е. вместо поворота имеем круговой дихроизм:

$$\vartheta = -i \frac{\alpha}{2} \frac{\varepsilon''}{\varepsilon_0} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\Delta'^2}{\varepsilon'^2}} \right). \quad (16)$$

Таким образом, анизотропия мнимой части диэлектрической проницаемости также приводит к дифракционному отражению, но теперь оно сочетается не с поворотом плоскости поляризации, а с круговым дихроизмом.

4. Некоторые магнитооптические эффекты

1) Если вдоль оси ХЖК наложено магнитное поле, то уравнение для K имеет вид (g — вектор гирации, направленный вдоль оси среды, совпадающей с осью z):

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1 - K^2 - a^2 \right) \left(\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 - K^2 - a^2 \right) - \left(2aK - \frac{\omega^2}{c^2} g \right)^2 = 0, \quad a = \frac{2\pi}{\sigma}, \quad (17)$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \sigma$ — установившиеся в магнитном поле значения компонент тензора ε_{ij} и шага спирали в присутствии магнитного поля. Область дифракционного отражения при $g=0$ определяется как область, внутри которой среди корней уравнения (17) имеются мнимые, а вне ее — корни вещественны. В отсутствие поглощения при $g \neq 0$ корни уравнения (17) комплексны. Так как комплексные корни являются комплексно-сопряженными (ε_{ij}, g — вещественны), то границы $\omega'_{1,2}$ области дифракционного отражения при $g \neq 0$ представляют собой частоты, на которых комплексно-сопряженные корни превращаются в кратные (нет мнимых частей). Из этого требования получаем

$$\omega'_{1,2} = \frac{ac}{\sqrt{\varepsilon_{1,2}}} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{g^2}{3 + \varepsilon_{2,1}/\varepsilon_{1,2}} \right] \quad (18)$$

(при $g=0$ получаем формулу $\omega'_{1,2} = \omega_{1,2} = ac/\sqrt{\varepsilon_{1,2}}$). Эти соотношения справедливы в линейном по малым величинам $(\omega_1 - \omega'_1)/\omega_1$ и $(\omega_2 - \omega'_2)/\omega_2$ приближении.

2) Рассмотрим спиральную среду, закрученную вокруг оси z . Компоненты тензоров ε_{ij} и μ_{ij} диэлектрической и магнитной проница-

емостей, отнесенные к поворачивающейся вместе со структурой системе осей (x', y', z) , обозначим через $\varepsilon'_{\alpha\beta}$ и $\mu'_{\alpha\beta}$. Будем считать их эрмитовыми. Для K получаем уравнение

$$K^4 + AK^2 + BK + C = 0,$$

где

$$A = \left[\frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon_{11} \mu_{22} + \varepsilon_{22} \mu_{11}) - \frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon_{12} \mu_{12} + \varepsilon_{21} \mu_{21}) + 2a^2 \right],$$

$$B = 2ia \frac{\omega^2}{c^2} [(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22})(\mu_{12} - \mu_{21}) + (\mu_{11} + \mu_{22})(\varepsilon_{12} - \varepsilon_{21})], \quad (19)$$

$$C = \frac{\omega^4}{c^4} (\varepsilon_{11} \varepsilon_{22} - \varepsilon_{12} \varepsilon_{21})(\mu_{11} \mu_{22} - \mu_{12} \mu_{21}) + \frac{\omega^2}{c^2} a^2 (\varepsilon_{11} \mu_{11} +$$

$$+ \varepsilon_{22} \mu_{22} + \varepsilon_{12} \mu_{21} + \varepsilon_{21} \mu_{12}) + a^4,$$

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon'_{xx} - \varepsilon'_{xz} \varepsilon'_{zx} / \varepsilon_{zz}, \quad \varepsilon_{22} = \varepsilon'_{yy} - \varepsilon'_{yz} \varepsilon'_{zy} / \varepsilon_{zz},$$

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon'_{xy} - \varepsilon'_{xz} \varepsilon'_{zy} / \varepsilon_{zz}, \quad \varepsilon_{21} = \varepsilon'_{yx} - \varepsilon'_{yz} \varepsilon'_{zx} / \varepsilon_{zz}$$

(аналогичные соотношения имеют место между $\mu_{\alpha\beta}$ и $\mu_{11}, \mu_{12}, \mu_{21}, \mu_{22}$). Коэффициенты в уравнении (19) инвариантны относительно поворота вокруг оси z .

Присутствие нечетной степени K в (19) обуславливает необратимость волн. В простейшем случае, когда $\mu'_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta}$, $\varepsilon'_{yz} = \varepsilon'_{zy} = -ig'_x \neq 0$, $\varepsilon'_{xy} = \varepsilon'_{yx}$, коэффициент при нечетной степени K равен $4ia(\omega^2/c^2) \times (\varepsilon'_{xz}/\varepsilon_{zz})g'_x \neq 0$.

Одновременное присутствие $\varepsilon'_{xz} \neq 0$ и $g'_x \neq 0$ эквивалентно присутствию компоненты вектора гирации, направленной вдоль оси z , чем и объясняется необратимость. Действительно, так как $D_z = 0$, то

$$E'_z = -(\varepsilon'_{zx} E'_x - ig'_x E'_y) / \varepsilon_{zz},$$

$$D'_x = \varepsilon'_{xx} E'_x + \varepsilon'_{xy} E'_y + \varepsilon'_{xz} E'_z =$$

$$= \left(\varepsilon'_{xx} - \frac{\varepsilon'_{xz} \varepsilon'_{zx}}{\varepsilon_{zz}} \right) E'_x + \left(\varepsilon'_{xy} + \frac{ig'_x \varepsilon'_{xz}}{\varepsilon_{zz}} \right) E'_y,$$

т. е. D'_x содержит слагаемое, пропорциональное iE'_y , как в случае, если бы вектор g имел проекцию вдоль оси среды.

Условие $B \neq 0$, при котором имеет место необратимость, может быть записано в виде

$$(\mu_{11} + \mu_{22})(G_e)_z \varepsilon_{zz}^{-1} + (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22})(G_m)_z \mu_{zz}^{-1} \neq 0, \quad (20)$$

где $G_e = \hat{\varepsilon} g_e$, $G_m = \hat{\mu} g_m$, $\hat{\varepsilon}$, $\hat{\mu}$ — симметричные части $\varepsilon_{\alpha\beta}$ и $\mu_{\alpha\beta}$, g_e , g_m — векторы гироэлектрической и гиромагнитной магнитооптической активностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Беляков В. А., Сонин А. С. Оптика холестерических жидких кристаллов. Изд. Наука, М., 1982.

2. Семченко И. В. Тезисы докладов VI республиканской конференции молодых ученых по физике, посвященной 110-летию со дня рожд. В. И. Ленина, Минск, 1980, с. 48.
3. Семченко И. В., Сердюков А. Н. Журнал прикладной спектроскопии, 37, 836 (1982).
4. Геворгян А. А., Ерицян О. С. Тезисы докладов IV Международной конференции соц. стран по жидким кристаллам, Тбилиси, 1981, с. 408.
- 4а. Ерицян О. С. Изв. АН АрмССР, Физика, 16, 449 (1981).
5. Ерицян О. С. Изв. АН АрмССР, Физика, 13, 83 (1978).
6. Герритсен Г., Ямагучи Р. УФН, 107, 105 (1972).
7. Федоров Ф. И. Оптика и спектроскопия, 2, 515 (1957).
8. Ерицян О. С. Изв. АН АрмССР, Физика, 19, 70 (1984).

ՊԱՐՈՒՐԱՅԻՆ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔՈՎ ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐԻ ՄԻ ՔԱՆԻ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Հ. Ս. ԵՐԻՑՅԱՆ

*Քննարկված են պարուրային կառուցվածքով միջավայրերում բևեռացման հարթության պը-
տույտի և դիֆրակցիոն անդրադարձման որոշ առանձնահատկություններ:*

ON SOME OPTICAL PROPERTIES OF HELICAL MEDIA

H. S. ERITSYAN

Some features of diffraction reflection and of the rotation of polarization plane in helical media are discussed.